

PASCAL GOBRY

BERNARD ZAKIA

**Des indices de cours robustes et circulaires pour le  
marché obligataire Français**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 128 (1987), p. 43-51

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1987\\_\\_128\\_\\_43\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1987__128__43_0)

© Société de statistique de Paris, 1987, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# DES INDICES DE COURS ROBUSTES ET CIRCULAIRES POUR LE MARCHÉ OBLIGATAIRE FRANÇAIS

Pascal GOBRY et Bernard ZAKIA

*administrateurs de l'Institut national de la statistique et des études économiques*

*On attend à priori d'un indice qu'il soit robuste, c'est-à-dire :*

*1. que l'utilisation la plus « spontanée » qu'on puisse en faire soit également la plus légitime possible;*

*2. qu'au cas (théorique) où la conjoncture dont il prétend rendre compte serait plate, il ne souffre effectivement aucune variation.*

*Or aucun des indices de cours actuellement construits sur le marché obligataire n'admet ces propriétés.*

*C'est pourquoi on a voulu élaborer des indices de cours;*

- *utiles pour le public le plus large (ils possèdent toutes les bonnes propriétés statistiques, en particulier celle de circularité),*
- *des indices, dont les fondements théoriques assurent qu'ils ne présenteraient aucune variation en cas de conjoncture plate.*

*Ainsi prétendent-ils mesurer l'écart pur entre la conjoncture réelle du jour courant, et l'état où se trouverait la conjoncture en ce jour si les conditions du jour de base prévalaient encore.*

*Un prototype du « système T.E.C. » (élaboré par les auteurs) fonctionne d'ores et déjà sur le système informatique géré par FININFO, société qui entretient également une base de données financières.*

*An index is supposed to be robust, in particular:*

*1. the spontaneous use of it should be as legitimate as possible;*

*2. if the trend that it is supposed to relate to is flat, the index must be flat too.*

*However, none of the bond indices of quotes available at present verifies those properties.*

*Therefore the authors have intended to build some quote indices that:*

- *are usefull for the largest number of people (their indices have every good statistical property, particularly the circularity);*
- *do not fluctuate if the trend is flat.*

*So these indices can measure the pure deviation between the present level of the market, and the theoretical level deduced from the basis conditions applied to the current day.*

*A « T.E.C. system » prototype of those indices (built by the authors) is already available on the computer system ruled by FININFO, a company maintaining a bond date base as well.*

## I — LES COURS SUR LE MARCHÉ OBLIGATAIRE ET LEUR TRAITEMENT DANS LES INDICES

La construction d'indices de cours sur le marché obligataire nécessite de définir d'une part la grandeur dont on souhaite apprécier l'évolution, et de préciser d'autre part la méthode d'agrégation proprement dite.

De fait, l'élaboration d'*indices de cours* met en relief une véritable problématique qui apparaît à deux niveaux : dans la dualité même du concept de cours, et dans l'insuffisance des indices traditionnels.

### 1. La dualité du concept de cours

Le caractère dual du concept de cours est consubstantiel à la notion d'obligation.

L'obligation est une valeur mobilière représentant un droit de créance, matérialisé sous forme de titre négociable, sur un État, une collectivité publique ou privée, qui a émis un emprunt; elle contraint l'emprunteur à un double engagement :

- verser au porteur de l'obligation une rémunération annuelle, l'*intérêt* (qui peut être fixe ou variable),
- rembourser le *capital* qui lui a été prêté, dans des conditions déterminées, précisées par le contrat d'origine.

La créance porte donc d'un côté sur la part « capital », égale au montant du prêt consenti par les souscripteurs, de l'autre sur la part « intérêt », somme versée par l'émetteur à ses créanciers en contrepartie de leur sacrifice pour le présent.

La distinction de ces deux éléments constitutifs d'un emprunt, capital et intérêt, se prolonge dans la cotation en Bourse de l'obligation : la règle générale est la cotation en pourcentage au pied de coupon, ce qui signifie que le cours du titre est rapporté à sa valeur nominale et qu'il n'inclut pas le coupon couru net (1). Mais c'est la valeur en francs, cours reconstitué, qui sera créditée au vendeur et débitée à l'acheteur (hors frais, courtages et TVA).

Cette règle générale souffre une exception notable : les emprunts à taux variables (2), indexés, convertibles, participatifs sont en effet cotés en francs. Le coupon couru, indéterminé (bien qu'il puisse être estimé), est alors inclus dans le cours de Bourse.

Le mode de cotation en pourcentage, au pied de coupon, présente des avantages indéniables : il permet de *comparer* directement la valeur des obligations entre elles, par abstraction de la valeur faciale et du coupon couru, ce que ne permet pas le mode de cotation en Francs qui mêle indissolublement la valeur nominale du titre et la fraction du prochain coupon. La cotation du cours nu sert également la *technique comptable* : l'institution qui dispose d'obligations à son actif peut évaluer leur valeur boursière au pied de coupon : la prudence comptable commande en effet de ne pas comptabiliser la part courue du coupon promis au détachement, cette part devant en effet alimenter les revenus financiers. Ce mode de cotation permet également de *taxer différemment* les plus-values réalisées sur le capital et les intérêts courus, supposés être des revenus encaissés par le porteur.

Mais l'avantage de la cotation en Francs est de fournir immédiatement la valeur réelle d'une transaction (hors frais annexes).

L'existence de deux modes de cotations témoigne de fait de la réalité d'une *double évaluation du prix* de l'obligation : le cours coupon couru net reflète la valeur d'échange du titre, tandis que le cours nu (ramené en francs) apprécie la valeur du seul capital.

En conséquence, le caractère dual du concept de cours obligataire commande la construction de deux types d'*indices de prix*.

1. Le coupon couru est la fraction du coupon (montant de l'intérêt) acquis au porteur de l'obligation entre le dernier paiement du coupon et la date courante. Il est dit *net* lorsqu'il supporte une retenue à la source (généralement au taux de 10 %) à la charge de l'émetteur, le porteur ne percevant, en retour, que 90 % de l'intérêt nominal.

2. A compter du 1<sup>er</sup> janvier 1987 cependant, ces derniers sont cotés en pourcentage au pied de coupon.

Le premier porte sur les cours réels des titres (cours coupon couru net inclus) : si l'on considère un seul emprunt et que l'on rapporte brutalement son cours réel à la date  $t$  à celui à la date  $t_0$ , on obtient l'expression de sa performance élémentaire, *si aucun coupon n'a détaché entre les deux dates*.

Par agrégation (selon une méthode qui reste à préciser), on construit un premier indice de cours qui n'est autre qu'une performance moyenne, celle de l'échantillon considéré. C'est cette dénomination *performance moyenne* qui sera retenue par la suite.

Le deuxième indice de prix qui peut être élaboré est un indice de cours nu : il rend donc uniquement compte de l'évolution des cours au pied de coupon, et caractérise la variation relative du prix du capital de l'échantillon sur lequel il porte. Ainsi est gommé le fait qu'une obligation se valorise chaque jour simplement parce que l'échéance du coupon se rapproche. Dans la suite, cet indice sera simplement appelé *indice de cours*.

Si chacun de ces deux indices apprécie l'évolution de deux grandeurs bien distinctes, leur utilisation reste similaire.

Ils peuvent servir de base au suivi d'un échantillon par consultation de la chronique des indices s'y rapportant. Ils permettent également de comparer des échantillons entre deux dates, sur leur performance et sur le prix du capital. L'indice de cours peut également faciliter l'appréciation des opérations financières d'endettement, distinctes des opérations de revenu, non financières, recensées dans le T.O.F. par la Comptabilité Nationale.

## 2. L'insuffisance des indices traditionnels

Les indices de cours actuellement construits sur le marché obligataire appartiendraient plutôt à la première catégorie d'indices, telle qu'elle a été définie supra, celle des performances moyennes.

A ce jour, il n'existe en effet pas encore d'indices de cours appréciant le prix du capital, en dépit d'un besoin comptable important. Mais l'insuffisance des indices traditionnels ne réside pas uniquement dans cette incomplétude, elle apparaît aussi dans leur processus de fabrication, et en particulier sur trois plans bien précis.

Tout d'abord, les indices actuels *ne couvrent pas l'ensemble du marché obligataire* : à côté des obligations de caractère un peu particulier (obligations indexées, rattachées à une action, titres participatifs), on peut déjà distinguer deux grandes catégories : les obligations à *taux fixe* et celles à *taux variable*.

Malgré sa place marquée dans le marché, cette dernière catégorie, très diversifiée, ne fait encore l'objet d'aucun indice de cours publié régulièrement <sup>(3)</sup> : à titre d'exemple en 1986, 25 % du montant des émissions concernaient des emprunts à caractères particuliers. Seuls les « taux fixe » sont généralement suivis, à travers trois compartiments principaux : celui des fonds d'État, celui des emprunts garantis et assimilés (qui recense les titres que peuvent détenir, sans aucune limitation, les investisseurs institutionnels), et celui du « secteur concurrentiel » (emprunts émis par les groupes et entreprises privés).

La troisième insuffisance des indices de cours traditionnels résulte de la *composition trop grossière des échantillons*, qui masque fortement les disparités du marché.

En effet selon leurs caractéristiques, les obligations ne présentent pas, à un moment donné, le même attrait aux yeux des investisseurs, et ont de fait, selon leurs choix, des comportements bien distincts. Les critères de décision retenus par le gestionnaire sont, outre le taux de rendement actuariel (ou la marge pour les taux variables), la signature de l'émetteur, la hauteur du coupon et la vie

3. Il existe cependant quelques indices de marge qui cernent leur évolution.

moyenne. Ces critères seront explicités et précisés dans la seconde partie de l'article : il suffit de savoir ici que la sensibilité <sup>(4)</sup> des obligations dépend de ceux-ci de façon concurrente.

Les arbitrages des investisseurs affectent tel compartiment du marché au profit de tel autre, mouvements que ne peuvent révéler des indices portant sur des échantillons trop peu détaillés.

La dernière insuffisance des indices de cours traditionnels a trait à une interrogation fondamentale, spécifique au champ qu'ils prétendent couvrir. L'obligation est une sorte d'« entité vivante » qui peut être affectée par *trois types d'accidents* : le détachement d'un coupon, la perte de droit au tirage, l'amortissement partiel. Ceux-ci induisent des effets-prix ou des effets-volume-prix combinés, qui perturbent le suivi statistique si l'on n'y prend garde.

- *Le détachement d'un coupon* : le coupon, rappelons-le, désigne le montant de l'intérêt qui revient au détenteur de l'obligation; son mode de calcul et la date de son détachement sont fixés dans le contrat d'émission. Le cours coupon couru net inclus est naturellement atteint par le versement d'un coupon, et souffre une rupture marquée entre la veille de l'échéance et les jours ultérieurs où le coupon suivant commence à courir. Les indices traditionnels de cours n'accordent pas de traitement spécifique à cet effet-prix, et présentent « toutes choses égales par ailleurs » un saut de valeur le lendemain d'une échéance.

- *La perte de droit au tirage* <sup>(5)</sup> : la fongibilité des différentes coupures d'un même emprunt exige qu'on ne connaisse pas à l'avance celles des coupures qui seront remboursées avant le terme par l'emprunteur. En revanche, est parfaitement déterminé le tableau d'amortissement qui matérialise le plan de remboursement de l'emprunt; celui-ci indique pour chaque période, outre le numéro et la date de l'échéance, la dette au début de période, le montant du versement décomposé en intérêts et amortissements, la dette (ou capital restant dû) après le versement, le nombre de titres à amortir à cette échéance.

Ainsi il est procédé régulièrement, selon l'échéancier, au *tirage* des numéros des coupures devant être remboursées prochainement et, généralement trois mois à l'avance, ces numéros sont publiés afin que les porteurs puissent prendre leurs dispositions. Quelques jours avant la publication, l'ensemble des titres représentatifs de l'emprunt est dit en « perte de droit au tirage ».

Le comportement en Bourse d'un emprunt qui entre en perte de droit au tirage se modifie de la façon suivante :

- les obligations, tirées au sort ne sont plus négociables qu'à leur valeur de remboursement « actualisée », coupon couru inclus,
- le cours des autres titres est affecté; soit à la baisse, si le cours nu qui aurait dû prévaloir en l'absence de perte de droit au tirage se fut établi au-dessous de la valeur de remboursement : en effet, l'existence de titres identiques devant prochainement acquérir cette valeur rend relativement moins intéressantes ces obligations; soit à la hausse dans le cas contraire.

Cet effet-prix consécutif à la perte de droit au tirage n'est aucunement traité par les indices classiques : ceci a pour conséquence de privilégier (ou de défavoriser) dans l'indice d'un jour donné ceux des emprunts qui, ce jour-là, sont en perte de droit au tirage, et un jour suivant d'autres emprunts. Cette perturbation est indésirable à un double titre : le biais qui résulte de l'absence de traitement varie avec l'emprunt générateur de l'accident, et son intensité est fonction du poids de l'emprunt dans l'échantillon.

4. La sensibilité est le pourcentage d'évolution prévisible du cours pour une variation d'un point du taux d'intérêt.

5. La notion n'a de sens que pour les emprunts qui ne sont pas « in fine », c'est à-dire qui ne sont pas amortissables en une seule fois à l'échéance finale.

● L'*amortissement* (6) : l'amortissement est l'opération d'extinction de la dette obligataire par remboursement des titres. Cette extinction est généralement étalée dans le temps, et survient périodiquement à une date fixée : elle se traduit par un effet-volume et un effet-prix concomitants.

A la date d'amortissement (qui coïncide toujours avec une échéance de coupon), le volume de l'emprunt se contracte du nombre de coupures amorties : il y a donc disparition d'une quantité préfixée de titres. On peut montrer parallèlement que juste après un amortissement, toutes choses égales par ailleurs (7), le cours en Bourse varie de la quantité  $(v_d - R)D_1/N_0$  si  $D_1$  titres sur  $N_0$  ont été amortis ( $v_d$  désignant le cours de l'obligation le jour de l'amortissement et  $R$  son nominal).

Cet effet volume-prix perturbe de façon subtile tout indice construit classiquement selon le type Laspeyres ou selon le type Paasche.

Un indice Paasche intègre en effet brutalement l'effet-volume dans la mesure de l'évolution des cours, en présentant une rupture soudaine à chaque date d'amortissement.

Au contraire, un indice Laspeyres ignore par construction l'effet-volume, mais traite malheureusement l'effet-prix de façon trop élémentaire en ignorant l'effet-volume qui l'a précisément engendré.

Ces deux types d'indices traditionnels ne sont donc pas satisfaisants, chacun pour des raisons différentes, mais pour une même cause qui tient à l'indissociabilité fondamentale de l'effet-volume et de l'effet-prix induit par l'amortissement partiel d'un emprunt.

Ainsi la problématique apparaît clairement : il existe une notion double du prix d'une obligation, le prix du capital et le prix de l'ensemble capital-intérêt. De plus, ce prix est affecté par trois types d'accident qui ne sont pas traités par les indices traditionnels.

La problématique dégagée, on peut maintenant tenter de la résoudre.

## II — UNE RÉPONSE POSSIBLE : LES INDICES T.E.C. (8)

La réponse que l'on se propose d'apporter à la problématique dégagée supra, réside dans une méthodologie strictement guidée par une « philosophie ».

La philosophie consiste à élaborer des indices qui ne présentent pas les insuffisances exposées dans la première partie de l'article. La méthodologie suivie s'articule autour de deux points : la construction des indices et leurs propriétés.

### 1. La construction des indices T.E.C.

On se propose de construire un ensemble *complet* d'indices sur le marché obligataire. Cet ensemble est complet à un double titre : il est complet parce qu'il contient des *indices de cours*, qui mesurent l'évolution du prix du capital, et des *performances moyennes*, qui évaluent la rentabilité ex post du « marché ». Il est également complet en ce sens qu'il assure une couverture quasi-absolue du marché obligataire.

Pour ce faire, on a établi une nomenclature fine des produits permettant de rendre compte de la complexité du marché. Les obligations ne présentant pas en effet des risques identiques, on a été

6. Seul nous préoccupe ici l'amortissement des emprunts non in fine.

7. C'est-à-dire, en particulier, abstraction faite du détachement d'un coupon.

8. Ces indices sont baptisés T.E.C. afin de permettre, en les nommant, de ne pas les confondre avec les indices officiels actuellement publiés.

Le système T.E.C. propose également, élaborés selon la même méthodologie, des indices de taux de rendement, de marge actuarielle et de marge par rapport au T.A.M. (taux annuel du marché monétaire).

conduit à les regrouper en « portefeuilles » *homogènes*. Ces risques peuvent être classifiés en deux catégories, des risques intrinsèques et des risques extrinsèques.

Les risques intrinsèques ont trait aux seules caractéristiques de l'obligation : on y rattache le *risque de signature* associée à la qualité de l'émetteur, le *risque d'amortissement*, présent pour une obligation non in fine, et le *risque de fiscalité* qui pèse sur les coupons plus élevés.

Les risques extrinsèques eux, dépendent de l'environnement extérieur : il s'agit essentiellement du *risque de taux* auquel est d'autant plus exposée l'obligation que sa vie moyenne est plus élevée et que son coupon est moins important. Rentrent également dans cette catégorie les risques attachés à la *nature du coupon*, qui font que, toutes choses égales par ailleurs, un emprunt à taux fixe est préféré en période de baisse des taux, tandis qu'un emprunt à taux variable sera privilégié en période de hausse.

Ainsi se dégagent naturellement cinq critères qui permettent de fonder une nomenclature des obligations : la variabilité du coupon, la signature, le type d'amortissement, la hauteur du coupon et la vie moyenne.

On établit ainsi une nomenclature qui distingue des *classes élémentaires* d'obligations ne contenant que des titres homogènes au-sens des cinq critères retenus; autrement dit, ces titres présentent, aux yeux des intervenants boursiers, des attraits et des risques sensiblement identiques.

Les échantillons doivent aussi être tels qu'à tout instant de la période d'analyse, le cours de Bourse des obligations qui les composent soient définis : dans ce but, sont ignorées les émissions survenant en cours de période, et sont écartés les emprunts qui viendraient à s'amortir définitivement

#### Nomenclature des obligations françaises (1)

Variables	Positions dans la nomenclature à six chiffres	Signification des valeurs prises par la variable
Produits	1 et 2	01 : taux fixe 10 : taux variable à référence monétaire 20 : taux variable à référence obligataire 11 : T4M 12 : TAM 13 : T6M 21 : TRA 22 : TRO 23 : TMO 24 : TME
Signature	3	1 : État 2 : Public 3 : Privé
Type d'amortissement	4	1 : in fine 2 : amortissable avant terme
Hauteur du coupon	5	1 : Haut coupon 2 : Moyen coupon 3 : Bas coupon
Vie moyenne	6	1 : Long terme 2 : Court terme

1. Une classe élémentaire spécifique étant créée pour suivre le gisement du Marché à Terme d'Instruments Financiers (MATIF français).

sur cette même période. On peut donc, et ceci est très important pour la production pratique de ces indices, élaborer l'ensemble des échantillons pertinents sur toute la période d'analyse, dès la veille du premier jour de cette période.

On se souvient que les indices classiques étaient affectés par trois types d'accidents (le détachement d'un coupon, la perte de droit au tirage, et l'amortissement) parce qu'ils génèrent des effets-prix et des effets-volume.

Pour éliminer ces inconvénients, on construit des indices T.E.C. sous une *hypothèse fondamentale, dite hypothèse T.E.C.*, selon laquelle « aucune des obligations échantillonnant les classes élémentaires ne connaît pendant l'année de base (période d'étude) l'un quelconque des trois accidents majeurs », détachement d'un coupon, perte de droit au tirage, amortissement.

Enfin, on définit la *performance moyenne* entre les deux dates  $j_2$  et  $j_1$  comme le rapport de la capitalisation boursière de l'échantillon à la date  $j_2$ , à celle de la date  $j_1$ , en supposant que les obligations se plient à l'hypothèse T.E.C.; autrement dit :

$$Pf_{j_2/j_1} = \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_2}^k \cdot \widehat{v}_{j_2}^k \right) / \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_1}^k \cdot \widehat{v}_{j_1}^k \right)$$

où  $\widehat{v}_j^k$  et  $\widehat{\omega}_j^k$  désignent respectivement le cours coupon couru net inclus (en pourcentage), et l'encours nominal de l'obligation  $k$  à la date  $j$  sous l'hypothèse T.E.C.

La somme est étendue à tous les emprunts de l'échantillon  $K$ .

De la même façon, on définit l'*indice de cours* entre deux dates  $j_2$  et  $j_1$  comme le rapport suivant :

$$Ic_{j_2/j_1} = \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_2}^k \cdot \widehat{c}_{j_2}^k \right) / \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_1}^k \cdot \widehat{c}_{j_1}^k \right)$$

où  $\widehat{c}_j^k$  désigne le cours pied de coupon (en pourcentage) de l'obligation  $k$  à la date  $j$ , sous l'hypothèse T.E.C.

Il convient de préciser maintenant les termes  $\widehat{\omega}_j^k$ ,  $\widehat{v}_j^k$  et  $\widehat{c}_j^k$ .

$\widehat{\omega}_j^k$  : En matière obligataire, les volumes sont aisément appréhendables par les valeurs nominales, déconnectées des valeurs de marché. Les volumes retenus ici sont les *stocks* (les encours) plutôt que les *flux* (les transactions) : en effet, si une pondération par les transactions prétend être plus proche de la formation des prix que retracent les indices, elle est cependant trop instable au cours du temps et privilégie les émissions les plus récentes qui font toujours l'objet d'échanges plus nourris que les plus anciennes. De surcroît, la pondération retenue est cohérente avec le traitement original des effets-volume, puisque l'amortissement concerne bien toutes les coupures de l'emprunt et pas seulement celles échangées effectivement en Bourse.

Sous l'hypothèse T.E.C.,  $\widehat{\omega}_j^k$  reste *stable sur l'année de base*, et égal à l'encours nominal de l'emprunt à une date conventionnellement choisie pour constituer les échantillons : ainsi, en n'importe quel jour de l'année de base, on peut écrire  $\widehat{\omega}_j^k = \widehat{\omega}_0^k = N_0^k R^k$  où  $N_0^k$  et  $R^k$  désignent respectivement le nombre de titres en vie à la date origine, et la valeur nominale.

$\widehat{v}_j^k$  : Des calculs probabilistes permettent de montrer que le cours théorique  $\widehat{v}_j^k$  qui prévaut sous l'hypothèse T.E.C. se déduit du cours enregistré en Bourse  $v_j^k$  de la façon suivante :

$\widehat{v}_j^k = v_j^k + CR_j^k + AM_j^k + PDT_j^k$  où les trois termes additionnels  $CR_j^k$ ,  $AM_j^k$ ,  $PDT_j^k$  peuvent être *interprétés* comme des « redressements » de chacun des trois accidents :

- $CR_j^k$  apparaît comme le terme correcteur à appliquer au cours de Bourse de l'obligation lorsqu'elle a détaché un coupon. On montre que cela *revient* à réinvestir le coupon net dans le titre dès le jour de son détachement.

- $AM_j^k$  : ce terme constitue le coût d'opportunité, sous l'hypothèse T.E.C., qu'implique *en moyenne* la détention de titres qui auraient dû être amortis, par rapport à la détention d'autres titres.



$AM_j^k$  a le signe de  $(1 - v_d)$  où  $v_d$  est le cours, en pourcentage, à la date d'amortissement : le terme est donc positif si le cours est inférieur au pair, négatif dans le cas contraire.

•  $PDT_j^k$  : le « redressement » appliqué au cours observé en Bourse pour tenir compte des tirages au sort apparaît comme celui propre à assurer l'indifférence des opérateurs à ces tirages, quant à la performance qu'ils peuvent anticiper pour l'échéance d'amortissement.

$\widehat{c}_j^k$  : le cours nu théorique qui prévaut sous l'hypothèse T.E.C. se déduit naturellement du cours coupon couru net inclus  $v_j^k$  selon le schéma suivant :

$$\widehat{c}_j^k = c_j^k + (\widehat{v}_j^k - v_j^k) (C_1^k = 0)$$

où  $C_1^k$  est le coupon net détaché dans la période;  $(\widehat{v}_j^k - v_j^k) (C_1^k = 0)$  est l'expression de  $\widehat{v}_j^k - v_j^k$  dans le cas où le coupon versé sur la période serait nul; c'est donc aussi la valeur de la somme  $AM_j^k + PDT_j^k$  qui n'incorporerait pas l'effet d'un coupon détaché.

Il faut noter que ces « redressements », résumés par un «  $\widehat{\phantom{x}}$  », ne dépendent pas plus d'un jour considéré que de tout autre, mais *uniquement* de l'année de base.

## 2. Les propriétés des indices T.E.C.

Avant d'exposer les propriétés des indices T.E.C., une remarque préliminaire permettra d'alléger les développements qui vont suivre : les performances moyennes et les indices de cours étant construits selon la même logique, les propriétés des unes sont aisément transférables aux autres. On ne s'attachera par conséquent qu'à préciser les qualités des performances moyennes.

a) Le fait que les obligations soient des *actifs financiers* a permis de définir des coefficients de pondération (stables sur une année de base) « purs », en ce sens où ils rendent l'*agrégation indépendante de la structure de prix dont les indices veulent mesurer l'évolution*.

b) Le pondérant  $\widehat{\omega}_j^k$  est constant sur l'année de base, et égal à  $\widehat{\omega}_0^k$ , encours nominal sous l'hypothèse T.E.C. à une date arbitrairement choisie pour constituer les échantillons (en particulier, ce peut être le jour de base, dernier jour de Bourse précédant l'année civile d'analyse). Par conséquent on a :

$$\begin{aligned} Pf_{j_2/j_1} &= \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_2}^k \cdot \widehat{v}_{j_2}^k \right) / \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_1}^k \cdot \widehat{v}_{j_1}^k \right) \\ &= \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_0^k \cdot \widehat{v}_{j_2}^k \right) / \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_0^k \cdot \widehat{v}_{j_1}^k \right) \end{aligned}$$

c) D'une part, en vertu de l'hypothèse T.E.C., le pondérant retenu est égal à celui du jour courant, de manière homogène sur toute l'année de base; d'autre part, les « redressements » ne dépendent que du jour de calcul de l'indice et du choix de cette année de base. Par conséquent on a :

$$\begin{aligned} Pf_{j_2/j_1} &= \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_2}^k \cdot \widehat{v}_{j_2}^k \right) / \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_1}^k \cdot \widehat{v}_{j_1}^k \right) \\ &= \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_2}^k \cdot \widehat{v}_{j_2}^k \right) / \left( \sum_{k \in K} \widehat{\omega}_{j_2}^k \cdot \widehat{v}_{j_1}^k \right) \end{aligned}$$

et ceci pour tout jour  $j_1$  de la période de base.

d) Autre propriété appréciable des indices T.E.C. : au contraire des indices classiques, ils ne connaissent pas de *dissymétries* temporelles, qui se caractériseraient par des ruptures de valeur lorsque survient un des trois accidents obligataires. Ce résultat découle directement de l'utilisation de cours « redressés », cours qui prévaudraient si l'obligation ne connaissait aucun des accidents.

e) Enfin, il est possible de construire des indices-chaîne, sur une même année de base, de la façon la plus rigoureuse qui soit :

