Jaufroid

Solution de la question 214

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 445-447

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__445_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 214

(voir p. 393).

PAR M. JAUFROID,
Bachelier ès sciences mathematiques.

Si l'on coupe un cône droit par un plan, et que l'on projette la section sur un plan perpendiculaire à l'axe du cône et mené par le sommet, la projection aura ce sommet pour foyer, et pour directrice la trace du plan sécant sur le plan de projection.

Je prends l'axe des z pour axe du cône, et l'origine pour sommet.

Soit a la tangente de l'angle que fait la génératrice avec l'axe, l'équation du cône sera

$$(1) \qquad z = a\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Soit

$$(2) \qquad Ax + By + Cz = D$$

l'équation d'un plan; (1) et (2) sont alors les équations de la section du cône par ce plan; en éliminant z entre elles, on a l'équation de sa projection sur le plan xy, savoir :

$$y^2 + x^2 = \frac{1}{Ca}(D - Ax - By)^2.$$

Cette équation montre que la distance d'un point quelconque de la courbe à l'origine est une fonction linéaire des coordonnées de ce point, l'origine est donc un foyer.

On sait, de plus, que cette fonction égalée à zéro constitue l'équation de la directrice; par conséquent, cette directrice est représentée par

$$Ax + By = D.$$

Or, si l'on fait $z = 0$ dans l'équation du plan, on obtient sa trace avec le plan xy, savoir :

$$Ax + By = 0$$

Donc le théorème est démontré.

Note. M. E. Ploix, bachelier ès sciences, nous a adressé une belle démonstration synthétique du même théorème; nous la donnerons incessamment.

Le théorème est implicitement énoncé dans les *Propriétés projectives* de M. Poncelet, § 457. Nous devons cette indication à M. Gentil, chef d'institution, auteur d'une démonstration synthétique d'un célèbre théorème d'Euler, attribué communément à Lambert, sur les arcs paraboliques ; nous donnerons cette démonstration en 1850.