

Bulletin

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 42-47

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5_42_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

BULLETIN.

(Tous les ouvrages annoncés dans ce *Bulletin* se trouvent à la librairie de Gauthier-Villars, quai des Augustins, 55.)

I.

TRAITÉ DE GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE; par MM. *Eugène Rouché*, professeur au lycée Charlemagne, répétiteur à l'École Polytechnique, etc., et *Charles de Comberousse*, professeur au collège Chaptal, répétiteur à l'École Centrale, etc. — *Première partie* : GÉOMÉTRIE PLANE. In-8 avec 265 figures dans le texte; 1864. Prix : 4 francs. — *Deuxième partie* : GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE ET COURBES USUELLES. In-8 avec 305 figures dans le texte; 1866. Prix : 6 francs. — Paris, chez Gauthier-Villars.

En rendant compte de la première Partie de ce Traité (*Nouvelles Annales*, janvier 1865), nous avons fait connaître le but de l'ouvrage : développer avec le plus grand soin la partie classique et résumer dans un Appendice les principales méthodes de la Géométrie moderne. Cette seconde Partie montre encore mieux que la première le but que les auteurs se sont proposé. Les Appendices y tiennent une plus grande place; car ce n'est que quand on possède un nombre suffisant de principes qu'on peut entreprendre efficacement l'analyse des travaux les

plus sérieux. Occupons-nous d'abord de la partie classique de l'ouvrage.

Le cinquième Livre a subi une heureuse modification relative à la perpendiculaire au plan. On sait combien cette théorie est minutieuse quand on veut l'établir rigoureusement, et combien elle donne de peine à ceux qui l'étudient pour la première fois. La démonstration du théorème fondamental offrait l'inconvénient de prouver la propriété, en quelque sorte, d'une manière aveugle, sans que l'esprit aperçût les motifs qui le guidaient dans la série des raisonnements; en outre, la définition de la perpendiculaire au plan était donnée d'une manière trop restreinte; il fallait chaque fois, dans les applications, transporter les droites du plan parallèlement à elles-mêmes; de là des longueurs, des redites fastidieuses. En commençant par définir d'une manière générale l'angle de deux droites, et profitant d'une démonstration très-lucide et très-simple qui leur a été suggérée par M. Ossian Bonnet, les auteurs sont parvenus à rendre cette théorie à la fois logique, facile, et surtout commode dans les applications; le théorème des trois perpendiculaires, la proposition qui consiste en ce que deux droites parallèles ont leur plan perpendiculaire commun, et beaucoup d'autres, deviennent ainsi évidentes. Notons d'ailleurs qu'on obtient tous ces avantages sans renverser l'ordre établi, car il suffit de déplacer deux théorèmes. Il y a donc là une véritable amélioration, et non une de ces innovations inutiles que les auteurs ont constamment évitées dans tout le cours de l'ouvrage.

Ce cinquième Livre renferme toutes les propositions nécessaires au début de la Géométrie descriptive, et nous appellerons encore l'attention sur l'exposition de la théorie des angles trièdres et polyèdres.

Dans le sixième Livre, la mesure du parallépipède, celle de la pyramide et du prisme tronqués ont été simplifiées, grâce à quelques remarques heureuses; nous citerons particulièrement une démonstration nouvelle du volume des troncs de pyramide triangulaire, la distinction entre les troncs de première

et de seconde espèce qui facilite les applications de l'Algèbre, un théorème très-général sur le volume de certains polyèdres dû probablement à Steiner, et la théorie de la symétrie, qui a été amenée au dernier degré de simplicité à l'aide des travaux de Bravais, que M. Prouhet avait déjà mis à profit dans son édition des *Éléments* de Lacroix.

Le septième Livre comprend l'étude des corps ronds et des notions générales sur les surfaces. On sait combien la Géométrie sphérique a pris d'importance dans les examens pour l'École Polytechnique. Les élèves trouveront dans cet ouvrage tous les développements désirables sur ce sujet. Les volumes des corps ronds sont donnés d'une manière rigoureuse et très-simple, en profitant de l'amélioration que les auteurs avaient déjà introduite dans la mesure de la circonférence. Nous avons encore remarqué la démonstration relative au plan tangent à une surface quelconque, que M. Rouché professe depuis plusieurs années dans son cours de Géométrie descriptive, et celle du plus court chemin entre deux points sur la sphère, qui a été communiquée aux auteurs par M. Bonnet.

Enfin le huitième Livre, consacré aux courbes usuelles, renferme d'abord l'étude de l'ellipse, de l'hyperbole et de la parabole, d'après leur propriété focale, d'où découlent les propriétés des tangentes dont la démonstration a été améliorée. Puis vient un chapitre sur la section du cône et de la surface gauche de révolution, où l'on établit d'une manière simple que la projection d'une conique sur un plan est encore une conique. Ici s'est glissée une faute que les auteurs nous ont prié de signaler. A la page 669, entre les lignes 27 et 28, il faut insérer la phrase suivante qui a été omise dans la composition : « *dont le diamètre est égal au petit axe de l'ellipse.* » Les tracés qui dérivent de l'ellipse comme projection du cercle et l'étude de l'hélice terminent la partie classique de ce huitième Livre.

Passons aux Appendices. Nous ne nous arrêterons pas sur celui du cinquième Livre où se trouvent réunies les propriétés du quadrilatère gauche et du rapport anharmonique de quatre plans. Celui du sixième Livre contient déjà des travaux d'une

importance capitale : les propriétés des polyèdres convexes qui découlent du fameux théorème d'Euler; l'étude difficile des conditions nécessaires et suffisantes pour déterminer un polyèdre convexe, d'après les travaux de Legendre et de Cauchy; la théorie géométrique des centres de gravité, son application à la détermination du volume du tronc de pyramide à base quelconque, etc.

Mais les deux Appendices les plus importants sont sans contredit les deux derniers, l'un de cinquante pages, l'autre de soixante-dix, imprimés en petits caractères, et remplis, non de faits isolés, mais de théories fondamentales résumées avec beaucoup de précision et de clarté. Il nous serait impossible d'en donner ici une analyse complète; nous appellerons seulement l'attention sur les points principaux.

Dans le premier, on trouve d'abord la théorie des polyèdres réguliers ordinaires et celle des polyèdres d'espèce supérieure : « les mémorables découvertes de Poinso, matière ardue que » (suivant les paroles prononcées par M. Chasles, en présentant l'ouvrage à l'Académie des Sciences) « les auteurs sont parvenus à exposer avec une grande lucidité, en analysant les travaux de Cauchy et de M. Bertrand sur ce sujet. » On a en outre rectifié quelques erreurs relatives à l'espèce des nouveaux polyèdres et représenté ces corps au moyen de quatre belles figures gravées par Dulos. Une autre partie remarquable de cet Appendice est celle qui est relative aux compléments de Géométrie sphérique, au problème du contact des sphères, et surtout à l'étude des figures tracées sur la sphère, où l'on a généralisé les propriétés du rapport anharmonique, des axes radicaux, des pôles, des polaires, des centres de similitude, etc. On y trouve en outre le complément de la méthode des rayons vecteurs réciproques, la projection stéréographique, le théorème de Guldin et la démonstration, suivant Steiner, de la propriété dont jouit la sphère d'être maximum parmi les corps de même surface.

Le deuxième Appendice débute par une exposition succincte, mais complète, des divisions homographiques et de l'involu-

tion, en partant de l'équation à quatre termes. On est ainsi conduit naturellement et rigoureusement à l'introduction des imaginaires en Géométrie et à la notion féconde des points du cercle situés à l'infini, due à M. Poncelet. Cette partie du livre a valu à leurs auteurs de justes éloges de la part de M. Chasles, dont l'autorité est si grande en pareille matière, et qui en a conseillé la lecture aux auditeurs de son cours à la Sorbonne.

Les principes n'offrant d'intérêt que par les applications qu'on peut en faire, MM. Rouché et de Comberousse ont tenu à montrer toute la fécondité des théories précédentes en les appliquant aux coniques considérées comme intersection de deux faisceaux homographiques. Leur but a été d'établir par la Géométrie pure les propriétés des coniques que l'on expose ordinairement par l'analyse dans les cours de Mathématiques spéciales. Toutes les démonstrations y sont très-simples, et un grand nombre d'entre elles sont dues aux auteurs de ce livre. Nous signalerons surtout celle du théorème fondamental, l'introduction des foyers, la recherche des équations des trois courbes, etc. Après cette exposition des propriétés fondamentales, on trouve une rapide esquisse des méthodes générales, les principes de la méthode des polaires réciproques, la théorie des figures homologiques, la méthode par projection conique, suivies d'un grand nombre d'applications propres à en bien faire comprendre l'esprit et la fécondité, et à inspirer aux jeunes gens studieux le désir de lire les savants écrits de MM. Chasles et Poncelet.

Deux Notes terminent cet ouvrage. Dans la première on a reproduit la démonstration, convenablement élucidée, de Lambert sur l'incommensurabilité de π . Dans la seconde, on fait connaître sous forme de déterminants quelques relations fondamentales dues à Euler, Lagrange, Carnot, et pour la démonstration desquelles on a mis à profit les travaux importants de Joachimsthal, Brioschi et Cayley.

Cette analyse, que le grand nombre de matières renfermées dans l'ouvrage ne nous a pas permis de réduire à des propor-

tions plus courtes, permet de reconnaître que les auteurs ont bien atteint le but qu'ils s'étaient proposé : donner à ceux qui feront une lecture attentive de ce livre une connaissance exacte de toutes les méthodes nouvelles, et les mettre dès lors à même de lire avec facilité les ouvrages spéciaux dans lesquels elles se trouvent développées.

Nous ne reviendrons pas sur ce que nous avons dit dans notre premier article relativement à la partie matérielle de ce Traité. Toujours le même soin et la même élégance dans l'impression; les énoncés des propositions, écrits en lettres italiques, permettent de résumer en un instant toute la marche d'une théorie très-étendue; les nombreuses figures intercalées sont dessinées très-nettement, et sous tous les rapports cet ouvrage occupera une place distinguée parmi les belles éditions sorties des presses de M. Gauthier-Villars.

Nous avons déjà parlé des nombreuses questions proposées comme exercices dans la première Partie; la seconde n'est pas moins riche en applications; le choix des théorèmes et des problèmes est fait avec la même attention; leur nombre est de 654, ce qui porte à 1157 le nombre total des exercices proposés dans ce Traité.

Nous ne terminerons pas sans signaler au lecteur une Préface intéressante dans laquelle les auteurs ont donné une histoire succincte de la Géométrie depuis ses origines jusqu'à nos jours. Ce travail était d'autant plus utile, comme introduction à l'ouvrage que nous venons d'analyser, que peu de lecteurs peuvent se procurer aujourd'hui le magnifique ouvrage de M. Chasles sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie.

S. HAUSER,

Professeur de Mathématiques spéciales au lycée
Charlemagne et au collège Chaptal.
