NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Concours général de 1885

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 5 (1886), p. 253-255

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__253_1>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1885.

Mathématiques spéciales.

Étant donné un hyperboloïde à une nappe, on considère toutes les cordes de cette surface qui sont vues de centre sous un angle droit, et l'on demande :

1° L'équation du cône lieu géométrique des cordes D qui passent par un point donné S, ainsi que les positions du point S pour lesquelles ce cône est de révolution;

2° La courbe à laquelle sont tangentes toutes les cordes D situées dans un plan donné P, ainsi que les positions du plan P pour lesquelles cette courbe est une parabole ou une circonférence de cercle.

Mathématiques élémentaires.

On donne trois points O, A, B non en ligne droite. On porte sur les droites AO, BO, à partir des points A et B, et du même côté de AB, les longueurs AC, BD égales à h. On porte aussi sur les mêmes droites, mais de part et d'autre de AB, des longueurs AC′, BD′ égales à h'.

1° Démontrer que la perpendiculaire à CD en son milieu passe par un point fixe ω, quand h varie; démontrer de même que la perpendiculaire à C′D′ en son milieu passe par un point fixe ω', quand h' varie.

2° Construire la droite CD, connaissant sa longueur; même question pour la droite C′D′.

3° Démontrer qu'à une droite CD correspond une droite C′D′ et une seule, parallèle à CD; déterminer le système de ces deux droites parallèles de façon qu'elles soient égales entre elles.

4° On donne $OA = a$, $OB = b$, et l'on demande de calculer la valeur qu'il faut donner à l'angle AOB, pour que la distance des points ω et ω', tels qu'ils ont été définis ci-dessus, soit égale à une longueur donnée l. Discuter le problème.

Philosophie.

On donne un cercle O et un point G intérieur à ce cercle : 1° démontrer qu'il existe une infinité de triangles ABC inscrits dans ce cercle et tels que les médianes de chacun d'eux se coupent en G ; 2° trouver le lieu géométrique des milieux des côtés des triangles ABC ; 3° examiner si, pour toutes les positions de G, on peut prendre un point quelconque de la circonférence O comme sommet d'un des triangles ABC ; quand il en est autrement, déterminer l'arc du cercle O sur lequel sont situés les sommets des triangles ABC ; 4° démontrer que la somme des carrés des côtés des triangles ABC a une valeur constante.

Troisième.

1. On donne sur une circonférence deux points fixes A et B, que l'on joint à un point quelconque M de la circonférence, et du centre on mène sur MB la perpendiculaire OK, qui, par sa rencontre avec MA, forme le triangle MKP. On propose de déterminer les lieux géométriques que décrivent : 1° le point de rencontre des médianes ; 2° le point de rencontre des bissectrices ; 3° le point de rencontre des hauteurs ; 4° le centre du cercle circonscrit au triangle MKP, lorsque M se déplace sur la circonférence O.

2. On trace deux cercles ayant pour rayon $0^{m},2$ et dont les centres O et O′ sont distants de $0^{m},2$; on demande de calculer la surface de la partie OAO′B commune à ces deux cercles.