VICTOR DE STRÉKALOF

Note sur l'intégrale $\int \frac{dz}{(1+z^2)^2}$

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 5 (1886), p. 533-534

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__533_1>

NOTE SUR L'INTÉGRALE $\int \frac{dz}{(1+z^2)^2}$;

PAR M. VICTOR DE STRÉKALOF.

Pour trouver l'intégrale $\int \frac{dz}{(1+z^2)^2}$, M. J.-B. Pomey propose (dans les *Nouvelles Annales*, 3e série, t. IV, p. 193) un procédé particulier qui, étant entièrement artificiel, nous semble outre cela, pour le but, excessivement long. Cependant, l'intégrale dont il s'agit se trouve simplement et brièvement de la manière suivante :

En posant $z = \tang\varphi$, on aura

$$dz = \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}, \qquad (1+z^2)^2 = \frac{1}{\cos^4\varphi}$$

et, par conséquent,

$$\int \frac{dz}{(1+z^2)^2} = \int \cos^2\varphi\, d\varphi.$$

Or

$$\begin{aligned}\int \cos^2\varphi\, d\varphi = \int \cos\varphi\, d(\sin\varphi) &= \sin\varphi\cos\varphi + \int \sin^2\varphi\, d\varphi \\ &= \sin\varphi\cos\varphi + \varphi - \int \cos^2\varphi\, d\varphi\,;\end{aligned}$$

d'où

$$2\int \cos^2\varphi\, d\varphi = \sin\varphi\cos\varphi + \varphi + \text{const.}$$

Donc

$$2\int \frac{dz}{(1+z^2)^2} = \frac{z^2}{1+z^2} + \text{arc tang}\, z + \text{const.}$$