

A. MANNHEIM

Sur la déviation dans l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16
(1897), p. 249-252

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__249_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[L'4a]

SUR LA DÉVIATION DANS L'ELLIPSE;

PAR M. A. MANNHEIM.

M. d'Ocagne a publié dans ce Journal, sous le titre :
De la déviation dans l'ellipse ⁽³⁾, un article, déjà an-

(¹) *Mathematische Annalen*, B. 2, S. 13.

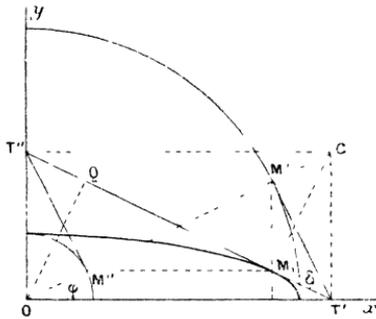
(²) *Journal de Liouville*, t. XVIII. — *Mémoire sur les intégrales communes à plusieurs problèmes de Mécanique*.

(³) Voir Tome V, troisième série, p. 370 et 534; 1886.

rien, au sujet duquel voici quelques remarques géométriques.

M. d'Ocagne appelle *déviations de l'ellipse au point M*, l'angle δ , que la tangente $T'T''$ à l'ellipse, en ce point, fait avec les tangentes correspondantes $T'M'$, $T''M''$ aux cercles décrits sur les axes de l'ellipse comme diamètres. Il cherche la position du point de l'ellipse pour lequel cet angle atteint son maximum, et donne quelques propriétés relatives à ce point.

Lorsque δ est maximum, pour un déplacement infiniment petit de M_1 sur l'ellipse, sa variation de grandeur est nulle. L'angle $M_1T'M'$ est alors de forme in-



riable et donne lieu au centre instantané de rotation C, qui est sur la normale à l'ellipse en M_1 , sur le rayon OM_1 , et enfin sur la perpendiculaire $T'C$ à Ox .

On peut dire la même chose pour l'angle $M_1T''M''$; le point C est donc aussi sur la perpendiculaire $T''C$ à Oy .

Le point C étant le centre instantané relatif au déplacement de $T'T''$, ce segment est de grandeur invariable pour un déplacement infiniment petit de M_1 sur l'ellipse.

Déplaçons $T'T''$ d'une façon continue dans l'angle xOy ; le point M_1 , marqué sur ce segment, décrit alors

une ellipse qui n'est autre que l'ellipse donnée, puisque ces deux courbes ont leurs axes dirigés suivant Ox , Oy et qu'au point M_1 la droite M_1C est une normale qui leur est commune. Il résulte de là que M_1 partage $T'T''$ en deux segments respectivement égaux aux demi-axes de l'ellipse donnée.

Par suite, OC est égal à la demi-somme des axes de l'ellipse, et alors le segment M_1C est égal au demi-diamètre conjugué de OM_1 . Abaissons la perpendiculaire OQ sur $T'T''$. Le rayon de courbure de l'ellipse en M_1 est égal au carré du demi-diamètre parallèle à $T'T''$ divisé par OQ . Mais ce demi-diamètre est égal à M_1C , qui est égal à OQ , donc le rayon de courbure en M_1 est égal à OQ , ou autrement on obtient le centre de courbure de l'ellipse pour le point M_1 , en projetant le centre O sur la normale à l'ellipse en ce point.

La longueur M_1C étant moyenne proportionnelle entre M_1T' et M_1T'' , demi-axes de l'ellipse, est facile à déterminer. Avec le segment ainsi obtenu, pour rayon, on décrit du point O une circonférence de cercle. On construit ensuite une tangente à ce cercle de façon que le segment QT' compris entre son point de contact et l'axe Ox soit égal au demi grand axe de l'ellipse; sur cette tangente on prend le symétrique de Q par rapport au milieu de $T'T''$, et l'on obtient le point M_1 . Il est facile de retrouver les expressions données par M. d'Ocagne, relatives à l'angle de déviation maximum. Pour arriver à ces expressions, M. d'Ocagne a fait usage de celle qu'il a d'abord établie, et qui donne, quel que soit le point pris sur l'ellipse, la valeur de δ connaissant l'anomalie excentrique φ .

Si, dans cette expression de δ , on donne une autre signification aux lettres qu'elle renferme, on obtient la

formule (1) qui détermine, pour une ligne de courbure en un point d'une surface, la tangente de l'angle que fait, avec le plan tangent en ce point à cette surface, l'axe de courbure de cette ligne de courbure.

Cette remarque pourrait donner lieu à un examen particulier.