Concours d'admission à l'École polytechnique en 1900

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 19 (1900), p. 286-287

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__286_0>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE EN 1900.

Mathématiques.

I. Dans le plan (P) d'une section plane d'une surface (E) pour trouver les normales à la section issues d'un point O, on peut employer la méthode suivante : couper (E) par une sphère (S), et déterminer le rayon r de la sphère de façon que le plan (P) soit tangent au cône (C) qui a pour sommet le point O et pour directrice l'intersection (E, S). La génératrice de contact OG est normale à la section plane au point G où elle rencontre la directrice (E, S) du cône (C).

Justifier cette méthode.

II. *Première application.* — On coupe l'ellipsoïde (E)

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0$$

par le plan (P)

$$ux+vy+wz=0.$$

Sur le diamètre perpendiculaire, on porte, à partir du centre, une longueur OM dont le carré soit moyenne harmonique entre les carrés des demi-axes α et β de la section

$$\frac{2}{\overline{OM}^2}=\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}.$$

Lieu du point M, quand (P) pivote autour du point O.

III. *Deuxième application.* — Même problème en remplaçant la longueur OM par la longueur ON déduite de la formule

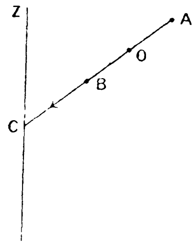
$$\frac{1}{ON}=\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}.$$

Étudier la forme du lieu du point N, et celle des sections parallèles aux trois plans des coordonnées.

On conservera les notations indiquées.

Épure.

Autour d'un axe vertical Z tourne un disque circulaire de $0^m,09$ de diamètre, et dont la position initiale AOB est définie ainsi : son centre O est dans le plan de front de l'axe Z, à $0^m,09$



à droite de cet axe; son plan, perpendiculaire au plan de front, est incliné à 45° sur Z, et de façon à couper Z en un point C situé au-dessous du point O.

Du solide annulaire engendré par le disque, on élève la partie intérieure à l'hyperboloïde de révolution qui a pour génératrice le diamètre de front AB du disque, et pour axe la verticale du point le plus en avant du disque.

Le solide restant repose sur un sol horizontal par son parallèle inférieur.

Le représenter par ses deux projections, avec les ombres qu'il détermine sur lui-même et sur le sol, quand on l'éclaire par des rayons parallèles dont la direction et le sens sont ceux de la flèche OC, après une rotation de 45° dans le sens des aiguilles d'une montre autour de Z.

On placera les projections de Z sur l'axe de la feuille parallèle aux grands côtés, sa projection horizontale à $0^m,15$ au-dessus du bord inférieur; la projection verticale du point O à $0^m,34$ au-dessus du même bord.

On indiquera en traits pleins rouges les constructions nécessaires pour déterminer les points remarquables de l'épure. On ne tracera que les parties vues des courbes d'ombres.