

École centrale des arts et manufactures. Concours de 1900

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 19
(1900), p. 567-570

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__567_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1900, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES.
CONCOURS DE 1900.

PREMIÈRE SESSION.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Les axes de coordonnées étant rectangulaires, on prend sur l'axe Ox les points A, A' dont les abscisses sont a et $6a$, puis, sur l'axe Oy , le point B d'ordonnée $3a$. On considère le faisceau des hyperboles équilatères circonscrites au triangle $AA'B$.

1° Former l'équation générale de ces coniques et en déduire que ces courbes ont un quatrième point commun.

Trouver le lieu des centres et tracer cette ligne.

2° Trouver le lieu du point M du plan pour lequel l'hyperbole équilatère $MAA'B$ se réduit à deux droites.

3° Former l'équation du lieu S des points M du plan pour lesquels l'axe de l'une des paraboles $MAA'B$ est également incliné sur les asymptotes de l'hyperbole équilatère circonscrite au même quadrilatère.

4° M étant un point d'abscisse $2a$ et d'ordonnée positive, sur le lieu S , construire les axes mêmes des paraboles $MAA'B$ et les asymptotes de l'hyperbole équilatère passant par ces mêmes points.

5° Voir, par le calcul, si l'on peut déterminer un point M , sur le lieu S , par la condition que toutes les coniques circonscrites au quadrilatère $MAA'B$ aient mêmes directions d'axes.

ÉPURE.

Ombre d'une sphère sur un hémisphère.

On donne :

1° Une sphère C de rayon $r = 50^{\text{mm}}$.

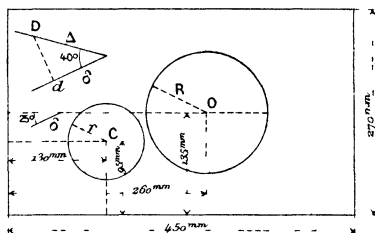
Projection du centre C à 130^{mm} du côté gauche du cadre et à 95^{mm} au-dessus du côté inférieur.

Cote du centre au-dessus du plan horizontal = 120^{mm} .

2° Un hémisphère reposant par sa base sur le plan horizontal, rayon $R = 80^{\text{mm}}$.

Centre O dans le plan horizontal à 260^{mm} du côté gauche du cadre et à 135^{mm} au-dessus du côté inférieur.

3° Une direction lumineuse. Cette direction faisant avec le



plan horizontal un angle de 40° et sa projection horizontale faisant avec le grand côté du cadre un angle de 25° , et l'on demande de déterminer en *projection horizontale* :

a. Les ombres propres de la sphère et de l'hémisphère éclairés par des rayons lumineux parallèles à la direction donnée;

b. L'ombre portée par la sphère sur l'hémisphère;

c. L'ombre portée par l'hémisphère sur le plan horizontal.

On aura soin de recouvrir de hachures noires régulièrement espacées les parties vues en projection horizontale, qui sont dans l'ombre.

Les courbes d'ombres propres ou portées seront déterminées par points.

On indiquera à l'encre rouge et pour chacune d'elles la construction d'une tangente.

Il sera tenu compte de la recherche des points et droites remarquables.

Cadre de 270^{mm} sur 450^{mm} .

Titre extérieur : *Géométrie descriptive.*

Titre intérieur : *Ombre d'une sphère sur un hémisphère.*

DEUXIÈME SESSION.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Les axes de coordonnées étant rectangulaires, on considère la conique C, qui a pour équation

$$y^2 - 2px = 0,$$

et un point P de son plan dont les coordonnées sont désignées par α, β .

1° Former l'équation de la ligne S qui limite la région du plan dans laquelle doit se trouver le point P, pour qu'il existe trois normales réelles et distinctes à la conique C issues de ce point P. Tracer la ligne S.

2° Trouver le lieu S' du point P pour lequel l'une des normales PQ à la conique C passe par le milieu du segment intercepté sur l'axe Ox par les deux autres. Déduire graphiquement la ligne S' du tracé de S.

3° Les pieds de ces deux dernières normales étant M et N, trouver le lieu V du pôle de la corde MN, quand le point P parcourt la ligne S'.

4° Le pied de la troisième normale étant Q, trouver le lieu du pôle de chacune des cordes QM, QN.

5° Quel est le nombre des points P tels que deux des normales à C, issues de ce point, soient rectangulaires, et que l'une d'elles passe par le milieu du segment intercepté sur Ox par les deux autres? Construction graphique de ces points.

ÉPURE.

Intersection d'un cône et d'un cylindre.

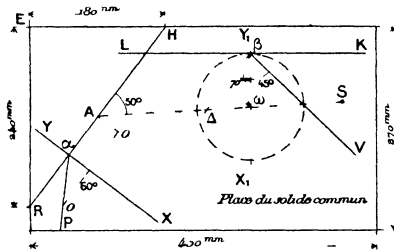
On demande de déterminer la *projection horizontale* de l'intersection d'un cône et d'un cylindre, les surfaces étant définies de la manière suivante :

1° Le cône a sa base contenue dans un plan donné par sa trace horizontale RH (R sur le côté gauche du cadre à 240^{mm} du côté supérieur, H sur le côté supérieur à 180^{mm} du côté gauche) et son angle = 60° avec le plan horizontal, de manière que le rabattement de la ligne de plus grande pente soit $\alpha P'$.

(570)

La base de ce cône est un cercle tangent en A au plan horizontal (A milieu de RH), son rayon est de 65^{mm}

Le sommet du cône est le point S du plan horizontal (la



droite SA fait un angle de 50° avec RH), la longueur

$$AS = 350^{\text{mm}}$$

2° Le cylindre a sa base contenue dans un plan donne par sa trace horizontale $L\beta K$ parallele aux grands côtes du cadre et son angle = 45° avec le plan horizontal Cette base se projette horizontalement suivant un cercle $\omega\beta$ tangent en β a la droite LK, le rayon de ce cercle est de 70^{mm} Les generatrices du cylindre sont horizontales et paralleles a la droite RH, celle qui passe par β rencontre la droite AS au point Δ tel que $A\Delta = 140^{\text{mm}}$

On representera le cône opaque en supprimant de cette surface la portion comprise dans le cylindre, cette derniere surface etant enlevee On limitera le cône au plan de la base donnee

On construira ensuite, a la place indiquee sur l'epure, la projection horizontale du solide commun au cône et au cylindre en admettant la transparence des surfaces qui limitent ce solide

Les constructions necessaires a l'obtention d'un point courant et de sa tangente, ainsi que celles executees pour la recherche des contours apparents ou des points et tangentes remarquables seront tracees a l'encre rouge

Cadre de 270^{mm} sur 450^{mm}

Titre exterieur *Geometrie descriptive*

Titre interieur *Cône entaille par un cylindre*

Reproduire sur l'epure les donnees numeriques