

**Certificats de mathématiques préparatoires  
à l'étude des sciences physiques**

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 6  
(1906), p. 426-430

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1906\\_4\\_6\\_\\_426\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1906_4_6__426_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

---



---

**CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES PRÉPARATOIRES  
A L'ÉTUDE DES SCIENCES PHYSIQUES**

---

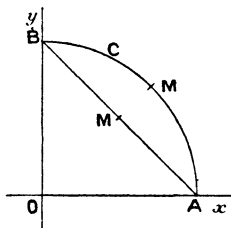
**Paris**

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Les lettres  $x$  et  $y$  désignant les coordonnées d'un point  $M$  par rapport à deux axes rectangulaires  $Ox$  et  $Oy$ .*

1° *Calculer l'intégrale :*

$$\int y^2 dx + (x^2 - 2xy) dy$$

*le long de l'arc de cercle ACB décrit de  $O$  comme centre*



*avec l'unité comme rayon et situé dans l'angle positif des axes  $xOy$ ;*

2° *Calculer la même intégrale le long de la corde  $AB$ ;*

3° *Reconnaître si l'expression*

$$y^2 dx + (x^2 - 2xy) dy$$

*est une différentielle totale exacte d'une fonction de deux variables indépendantes  $x$  et  $y$ ;*

4<sup>o</sup> Déterminer un facteur  $\lambda$ , fonction de la seule variable  $x$ , de telle façon que le produit de l'expression précédente par  $\lambda$  :

$$\lambda y^2 dx + \lambda (x^2 - 2xy) dy,$$

soit une différentielle totale exacte, et indiquer la fonction dont ce produit est alors la différentielle.

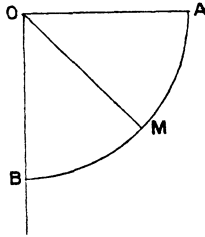
II. Intégrer la différentielle du second ordre

$$y^3 y'' = -1,$$

$y''$  désignant la dérivée seconde de la fonction inconnue  $y$  par rapport à la variable  $x$ .

Construire celle des courbes intégrales qui passe par le point de coordonnées  $x = 1, y = 1$  et qui admet en ce point une tangente parallèle à  $Ox$ .

III. Un pendule simple  $OM$  dont la longueur est de  $1^m$



et dans lequel le point matériel  $M$  a une masse de  $10^6$ , est écarté d'un angle droit de la verticale dans la position initiale  $OA$ . Il est abandonné à lui-même sans vitesse initiale.

Calculer, en unités C. G. S., la vitesse que possède le point  $M$  à l'instant où le pendule passe par la verticale  $OB$ , ainsi que la tension du fil à cet instant.

On prendra  $g = 980$ .

EPREUVE PRATIQUE. — I. Intégrer l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sqrt{\frac{y^2}{x^2} - 1}.$$

*Figurer les courbes intégrales en supposant que  $x$  et  $y$  désignent les coordonnées rectangulaires d'un point M.*

II. Calculer les intégrales

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5},$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(2-x)}},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin|x| dx,$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{2 - \sqrt{1-x^2}},$$

à  $\frac{1}{100}$  près.

*On indiquera sur la copie le détail des calculs.*

( Octobre 1905. )

**Paris.**

EPREUVE THÉORIQUE. — I. *Intégrer l'équation différentielle*

$$(1 - x^2) \frac{dy}{dx} + xy = 1.$$

*Construire la courbe intégrale qui passe par le point de coordonnées  $x = 0, y = 1$ .*

II. *Intégrer l'équation différentielle*

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = \sin ax,$$

*dans laquelle  $a$  désigne une constante donnée.*

III. *L'expression*

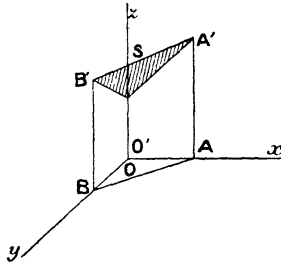
$$\frac{(x + 2y) dx + y dy}{(x + y)^2}$$

*est-elle la différentielle totale d'une fonction U des deux variables indépendantes de  $x$  et  $y$ ? Dans le cas de l'affirmative, déterminer cette fonction U.*

IV. On considère la surface  $S$  qui, par rapport à trois axes rectangulaires  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , a pour équation

$$z = x^2 + y + 1;$$

on prend sur  $Ox$  une longueur  $OA = 1$ , sur  $Oy$  une longueur  $OB = \frac{1}{2}$ , on joint  $AB$  et l'on construit le prisme droit



ayant pour base le triangle  $OAB$ . Calculer le volume limité par le triangle  $OAB$ , les faces latérales du prisme et la surface  $S$ .

ÉPREUVE PRATIQUE. — I. Calculer à  $\frac{1}{100}$  près l'intégrale définie

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}.$$

II. Un point  $m$  dont la masse est  $2^g$  est soumis à l'action de deux forces, à savoir :

- 1° Un poids  $p$  ;
- 2° Une force dirigée vers un centre fixe  $O$  ayant une intensité constante égale à celle du poids.

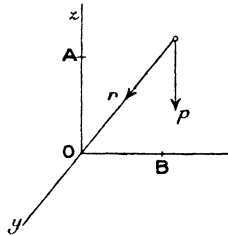
$\alpha$ . Montrer que la résultante des deux forces dérive d'une fonction de forces  $U$  qu'on supposera nulle au point  $O$ .

$\beta$ . Déterminer et représenter les surfaces de niveau.

$\gamma$ . Calculer, dans le système C. G. S., le travail total effectué par la résultante des deux forces quand le point  $m$  passe de la position  $A$  située à  $1^m$  au-dessus de  $O$  sur la verticale de ce point, au point  $B$  situé à  $0^m,50$  de  $O$  sur une horizontale issue de ce point.

( 430 )

8. Le mobile  $m$  est lancé du point  $A$  dans une direction quelconque avec une vitesse initiale de  $0^m,04$  à la seconde et soumis à l'action des deux forces. Appliquer au mouvement le théorème de la force vive et calculer la vitesse du point dans une quelconque de ses positions, on ne cherchera pas la trajectoire du point.



NOTE. — On appellera  $r$  la distance du mobile au point  $O$  et  $z$  sa hauteur au-dessus du plan horizontal passant par  $O$ . On prendra  $g = 980$ . (Juillet 1905.)