

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 7
(1907), p. 280-281

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7__280_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1907, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. G. F. — La formule barycentrique

$$(1) \quad \sum \alpha \overline{MA}^2 = \lambda \overline{MG}^2 + \text{const.}$$

n'est, au fond, qu'une transformation de la formule

$$\sum \alpha z = \lambda Z,$$

du moins si l'on rattache la géométrie euclidienne à la géométrie aneuclidienne. La seconde formule provient d'une formule en sinus hyperboliques; la première provient d'une formule équivalente en cosinus hyperboliques, dans laquelle on remplace $\text{ch } x$ par $1 + \frac{x^2}{2}, \dots$

Quoi qu'il en soit, la détermination de la constante peut d'abord se faire en mettant le point M en G, et c'est le procédé classique: la constante se présente alors sous la forme

$$(2) \quad G = \sum \alpha \overline{GA}^2.$$

Pour avoir l'autre forme de la constante, celle sur laquelle M. Hilaire a rappelé récemment l'attention des lecteurs du

Journal, on peut mettre successivement le point M en A, B. . . .; on a ainsi

$$\begin{aligned}
& \dots + \beta \overline{AB}^2 + \gamma \overline{AC}^2 + \dots = \lambda \overline{AG}^2 + C, \\
\alpha \overline{BA}^2 + \dots + \gamma \overline{BC}^2 + \dots &= \lambda \overline{BG}^2 + C. \\
\alpha \overline{CA}^2 + \beta \overline{CB}^2 + \dots + \dots &= \lambda \overline{CG}^2 + C, \\
& \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots;
\end{aligned}$$

si l'on ajoute ces égalités multipliées respectivement par $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, on a, en tenant compte de l'expression ci-dessus de C,

$$2 \sum \alpha \beta . \overline{AB}^2 = \lambda C + \lambda C = 2 \lambda C,$$

ou

$$(3) \qquad C = \frac{1}{\lambda} \sum \alpha \beta . \overline{AB}^2 .$$

La formule (1), avec l'expression (3) de la constante C, est démontrée dans le *Cours de Mécanique* de Sturm en partant des formules

$$\sum \alpha x = \lambda X, \qquad \sum \alpha y = \lambda Y, \qquad \sum \alpha z = \lambda Z;$$

on élève au carré, on ajoute, etc.