NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

B. NIEWENGLOWSKI

Sur la trisection d'un angle

Nouvelles annales de mathématiques 5e série, tome 1 (1922), p. 4-8

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1922_5_1__4_1>

[K[1] 21 b]

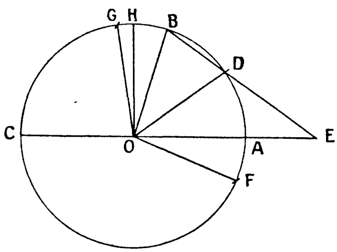
SUR LA TRISECTION D'UN ANGLE;

PAR M. B. NIEWENGLOWSKI.

Au dernier Congrès des Mathématiciens tenu à Strasbourg du 22 au 30 septembre 1920, M. A. Typpa, de Belgrade, a présenté une solution graphique de la trisection d'un angle, qu'il me paraît intéressant de rapprocher de la solution classique.

Soit AOB l'angle à partager en trois parties égales. On commence, comme pour la solution connue,

Fig. 1.



quand on veut partager en trois parties égales l'angle BOC, supplément de AOB. On trace le cercle de centre O ayant pour rayon OA = OB = OC et l'on place une règle de façon qu'elle passe par le point B et rencontre le cercle qu'on vient de tracer en D et le diamètre CA en E de façon que OD = DE. Cela fait, de D comme centre avec OD pour rayon, on trace un cercle qui coupe le premier en G et F. On a alors

$$\widehat{AOF} = \frac{1}{3}\widehat{AOB},$$

comme nous allons le montrer.

Il y a plusieurs cas de figure, mais on peut faire une démonstration s'appliquant à tous les cas, en tenant compte du sens des angles. On sait, en premier lieu, que

$$(1) \qquad (OB, OC) = 3.(OA, OD).$$

D'autre part,

$$(OF, OA) + (OA, OD) = 60^\circ$$

ou

$$(2) \qquad 3(OF, OA) + 3(OA, OD) = 180^\circ;$$

en comparant les égalités (1) et (2), on trouve

$$3(OF, OA) = 180^\circ - (OB, OC) = (OA, OB);$$

c'est ce qu'il s'agissait d'établir.

Remarques. — Dans le triangle isoscèle ODE, le côté OE doit être plus grand que OA; on en conclut $\cos DOE > \frac{1}{2}$ et par suite $(OA, OD) < 60^\circ$; il en résulte que les points F, A, D se succèdent dans le sens positif. Si l'on trace OH de façon que $(OA, OH) = 90^\circ$, l'ordre de succession des points G, H, B n'est pas fixe. Cela posé, on a

$$(OF, OA) + (OA, OH) + (OH, OG) = 120^\circ$$

et, par suite,

$$(OF, OA) + (OH, OG) = 30^\circ$$

ou

$$3(OF, OA) + 3(OH, OG) = 90^\circ,$$

c'est-à-dire

$$(OA, OB) + 3(OH, OG) = 90^\circ,$$

ou enfin

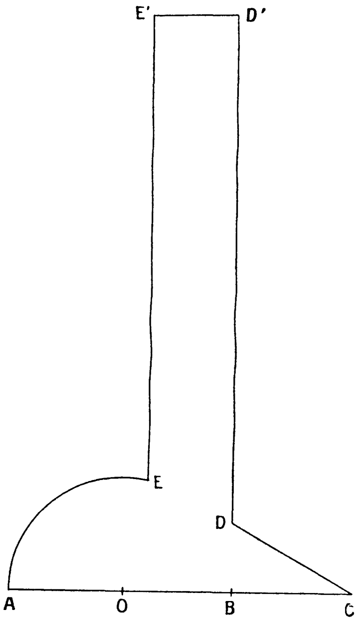
$$3(OH, OG) = 90^\circ - (OA, OB),$$

ce qui revient à dire que $\widehat{GOH}$ est le tiers de $\widehat{BOH}$.

Je profite de l'occasion pour signaler un instrument simple, imaginé et construit par M. Grivel, professeur au Collège de Remiremont, pour partager un angle en trois parties égales.

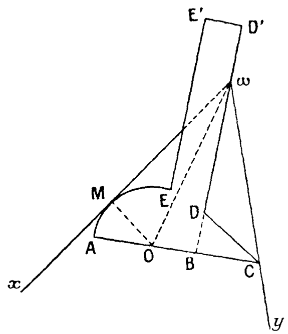
Le petit instrument, en fer, est représenté (*fig.* 2) à peu près en grandeur naturelle. Une portion de demi-cercle de diamètre AB fait corps avec une règle DD′EE′ dont le côté DD′ est tangent en B au demi-cercle supposé prolongé; la pièce se continue par la ligne DC, dont

Fig. 2.



la forme n'a aucune importance; toutefois, la longueur BC est égale au rayon OB du demi-cercle. Voici comment on opère. Soit $\widehat{x\omega y}$ l'angle à partager en trois parties égales. On place, par un tâtonnement aisé, la règle de M. Grivel de façon que le point C se trouve sur le côté ωy, le bord DD′ passant par le sommet ω, la circonférence du demi-cercle

Fig. 3.



étant tangente au côté ωx. L'angle $B\omega y$ est alors le tiers de $\widehat{x\omega y}$, car $\widehat{x\omega O} = \widehat{O\omega B} = \widehat{B\omega C}$.