

P. CARBONNE

**Sur les singularités cycliques quotients**

*Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes*, 1980, fascicule S3

« Colloque d'algèbre », p. 187-200

[http://www.numdam.org/item?id=PSMIR\\_1980\\_\\_S3\\_187\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1980__S3_187_0)

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes, 1980, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

# SUR LES SINGULARITÉS CYCLIQUES QUOTIENTS

par P. CARBONNE

## INTRODUCTION

Soient  $n, q_1, \dots, q_p$  ( $p \geq 1$ ) des entiers naturels tels que :

$$(n, q_1, \dots, q_p) = 1$$

$$0 < q_k < n \quad (\text{pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p).$$

Soit  $\xi$  une racine primitive  $n$ -ième de 1. On définit une application  $\phi$  de  $\mathbb{C}[X_0, \dots, X_p]$  dans lui-même en posant :

$$\begin{cases} \phi(X_0) = \xi X_0 \\ \phi(X_k) = \xi^{q_k} X_k \quad (\text{pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p). \end{cases}$$

On note  $A_{n, q_1, \dots, q_p}$  la sous-algèbre des invariants par  $\phi$  de  $\mathbb{C}[X_0, \dots, X_p]$ .

On démontre [1] que  $A_{n, q_1, \dots, q_p}$  est engendré par les  $X^r$  pour  $r$  appartenant au semi-groupe d'entiers  $\Sigma_{n, q_1, \dots, q_p}$  défini par :

$$\sum_{n, q_1, \dots, q_p} = \left\{ r = (i, j_1, \dots, j_p) \in \mathbb{N}^{p+1} \mid i + q_1 j_1 + \dots + q_p j_p \equiv 0(n) \right\}$$

La variété algébrique associée, dite quotient de  $\mathbb{C}^{p+1}$  par le groupe cyclique à  $n$  éléments, est :

$$Y_{\Sigma_{n, q_1, \dots, q_p}} = \text{Spec } A_{n, q_1, \dots, q_p}$$

En abrégé nous noterons  $Y_{\Sigma}, \Sigma, A$ .

$Y_{\Sigma}$  est une variété normale - car  $\Sigma$  est un semi-groupe saturé (voir [4]) - avec une singularité à l'origine.

Il se pose alors deux problèmes :

- (I) Déterminer l'algèbre A par générateurs et relations et donner ses propriétés algébriques.
- (II) Désingulariser [9] la singularité de  $Y_\Sigma$  et en particulier décrire la "variété exceptionnelle" (i.e. : l'image réciproque du point singulier par le morphisme de désingularisation).
- Ⓘ En dimension 2 (i.e. :  $p = 1$ ) le premier problème est entièrement résolu. Les résultats sont donnés par Riemenschneider [1].

On développe la fraction :

$$\frac{n}{n-q} = a_2 - \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_{e-1}}, \text{ où : } a_2, \dots, a_{e-1} \geq 2.$$

Alors  $A_{n,q}$  est engendré par les monomes  $X_0^{i_\epsilon} X_1^{j_\epsilon}$  où :

$$\begin{aligned} i_1 &= n & i_2 &= n-q & \dots & i_{\epsilon+1} &= a_\epsilon i_\epsilon - i_{\epsilon-1} \quad (2 \leq \epsilon \leq e-1) & \dots & i_e &= 0 \\ j_1 &= 0 & j_2 &= 1 & \dots & j_{\epsilon+1} &= a_\epsilon j_\epsilon - j_{\epsilon-1} & \dots & j_e &= n \end{aligned}$$

Le lecteur se reportera à [1] pour le système des relations.

En dimension  $\geq 3$  (i.e. :  $p \geq 2$ ) J. Bertin et moi-même [3] avons trouvé générateurs et relations dans les deux cas particuliers suivants :

$$1) q_1 = \dots = q_p \text{ (singularités de Ueno)}$$

$$2) q_1 + \dots + q_p = n$$

Il ne semble pas possible d'écrire simplement un résultat général.

- Ⓙ En dimension 2 le résultat du deuxième problème se trouve aussi dans [1].

On développe la fraction :

$$\frac{n}{q} = b_1 - \frac{1}{b_2 - \frac{1}{b_3 - \dots - \frac{1}{b_r}}} \quad (b_1, \dots, b_r \geq 2)$$

La variété lisse

$$\tilde{Y} = \bigcup_{i=0}^r \mathcal{U}_i$$

où  $\mathcal{U}_i = \text{Spec } \mathbb{C}[u_i, v_i]$

avec :

$$\begin{cases} u_{i+1} = \frac{1}{u_i} \\ v_{i+1} = u_i^{b_i} v_i \end{cases} \quad \text{sur } \mathcal{U}_i \cap \mathcal{U}_{i+1}$$

permet de désingulariser  $Y_{\Sigma, n, q}$

Le morphisme birationnel propre  $\pi$  de  $\tilde{Y}$  sur  $Y_{\Sigma}$  est un isomorphisme de  $\tilde{Y} - \tilde{\mathcal{E}}$  sur  $Y_{\Sigma} - \{0\}$ .

La variété exceptionnelle  $\tilde{\mathcal{E}}$  a la structure suivante :

$$\tilde{\mathcal{E}} = \bigcup_{i=1}^r E_i,$$

avec :

$$E_i \cong \mathbb{P}^1 \quad \text{pour tout } i$$

$$E_i^2 = -b_i$$

$$E_i \cdot E_{i+1} = 1 \quad \text{pour } i \text{ de } 1 \text{ à } r-1$$

$$E_i \cdot E_j = 0 \quad \text{si } j \neq i+1, i \text{ et } i-1$$

Notre but est de faire le même travail en dimension  $\geq 3$  en soulignant les nombreuses différences avec le cas de la dimension 2. Nous ne donnerons pas de

formule générale mais une technique qui permet de faire tous les calculs sur tout exemple concret.

CONE POLYHEDRAL CONVEXE ET SINGULARITE CYCLIQUE QUOTIENT

On considère l'ensemble des points à coordonnées entières d'un cône polyhédral convexe rationnel. Plus précisément, avec les mêmes notations, on pose :

$$\sigma_{n, q_1, \dots, q_p} = \left\{ a = (\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p) \in \mathbb{Z}^{p+1} \mid \alpha \geq 0, n\beta_1 - q_k \alpha \geq 0, \text{ pour } k = 1, \dots, p \right\}$$

On abrègera en  $\sigma$ .

Le dual de  $\sigma$  est défini par :

$$\sigma_{n, q_1, \dots, q_p}^v = \left\{ \xi = (x, y_1, \dots, y_p) \in \mathbb{Z}^{p+1} \mid \xi \cdot a \geq 0 \text{ pour tout } a \in \sigma_{n, q_1, \dots, q_p} \right\}$$

On abrègera aussi en  $\sigma^v$ .

Il est immédiat que :

$$\sigma_{n, q_1, \dots, q_p}^v = \left\{ (x, y_1, \dots, y_p) \in \mathbb{Z}^{p+1} \mid nx + q_1 y_1 + \dots + q_p y_p \geq 0, y_k \geq 0 \text{ pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p \right\}$$

et que :

$$\sigma_{n, q_1, \dots, q_p}^v \text{ est isomorphe à } \Sigma_{n, n-q_1, \dots, n-q_p}$$

Au semi-groupe  $\sigma$  on associe l'algèbre :

$$A_{\sigma} = \mathbb{C} [X^{\xi}] \quad (\xi \in \sigma)$$

et la variété :

$$X_{\sigma} = \text{Spec } A_{\sigma}$$

Il est clair que les variétés  $X_{\sigma_{n, q_1, \dots, q_p}}$  et  $Y_{\Sigma_{n, n-q_1, \dots, n-q_p}}$  sont isomorphes.

La théorie des éventails développée dans [4] montre que la désingularisation de  $X_{\sigma}$  - et donc celle de  $Y_{\Sigma}$  - est liée à un "découpage" de  $\sigma$ .

En dimension 2 on peut travailler sur  $\Sigma_{n,q}$  qui est isomorphe à  $\sigma_{n,q}$ .

En dimension  $\geq 3$  nous arriverons à "découper"  $\sigma$  en la remplaçant par un semi-groupe de congruences d'un type différent de  $\Sigma$ . De façon précise nous avons :

Proposition 1

Le semi-groupe  $\sigma_{n,q_1, \dots, q_p}$  est isomorphe au semi-groupe

$$H_{n,q_1, \dots, q_p} = \left\{ (i_1, \dots, i_p, j) \in \mathbb{N}^{p+1} \mid i_k + q_k j \equiv 0(n) \text{ pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p \right\}$$

Nous abrègerons en H et noterons  $H^*$  le semi-groupe H privé de l'origine.

Remarque :

On peut aussi présenter les singularités cycliques quotient sous un aspect analytique (voir [7]).

**PROPRIETES COMBINATOIRES**

Pour simplifier les écritures nous nous placerons dans le cas de la dimension 3 (i.e. :  $p = 2$ ). Les résultats se transposent aussitôt en dimension quelconque.

Soit  $h = (i_1, i_2, j)$  appartenant à H. Les égalités :

$$i_\ell + q_\ell j = k_\ell n \quad (\ell = 1, 2)$$

définissent deux entiers naturels  $k_1$  et  $k_2$ .

Etant donné un triangle  $T = [h_1, h_2, h_3] \subset H$ , on note  $J, K_1, K_2$  les lignes respectives formées par les  $j_m, k_{1,m}, k_{2,m}$  pour  $m = 1, 2, 3$ . On définit alors l'entier :

$$\delta(T) = (K_1, K_2, J)$$

Le cône  $C(T)$  associé à T est le cône fermé limité par  $Oh_1, Oh_2$  et  $Oh_3$ .

Proposition 2

Il existe un ensemble fini  $\mathcal{C}$  de triangles inclus dans H tel que :

$$\begin{array}{l}
 (1) \quad \delta(T) = 1 \quad \text{pour tout } T \text{ appartenant à } \mathcal{C}. \\
 (2) \quad \bigcup_{T \in \mathcal{C}} C(T) = \mathbb{R}_+^3 \\
 (3) \quad \frac{0}{C(T)} \cap \frac{0}{C(T')} = \phi \quad \text{pour } T \text{ et } T' (T \neq T') \text{ appartenant à } \mathcal{C}.
 \end{array}$$

On obtient ce résultat à partir d'un lemme de découpage qui dit que si  $T \subset H$  est tel que  $\delta(T) = d > 1$ , il existe  $h$  appartenant à  $C(T) \cap H^*$  tel que les  $\delta$  respectifs des triangles formés avec  $h$  et deux sommets de  $T$  sont  $< d$ . La preuve de ce lemme est élémentaire.

Par l'isomorphisme entre  $H$  et  $\sigma$  on en déduit alors un "découpage" de  $\sigma$  présentant les propriétés souhaitées [4].

#### Remarque 1

La démonstration indiquée pour  $H$  s'adapte facilement à  $\Sigma$ .

#### Remarque 2

Cette démonstration est aussi un procédé pratique effectif de calcul d'un "découpage" sur tout exemple donné.

#### Remarque 3

Le semi-groupe  $H$  admet un système minimal de générateurs unique que nous noterons  $G(H)$ .  $G(H)$  est fini. Nous noterons  $\mathcal{C}(H)$  l'ensemble des points de  $H^*$  qui sont sur la partie du bord de l'enveloppe convexe de  $H^*$  située - au sens large - dans le même demi-espace que  $0$  par rapport au plan passant par  $(n, 0, 0)$ ,  $(0, n, 0)$  et  $(0, 0, n)$ . Enfin nous notons  $\mathcal{C}'(H)$  l'ensemble des sommets des triangles appartenant à  $\mathcal{C}$ .

Il est immédiat que :

$$\mathcal{C}(H) \subset G(H) \subset \mathcal{C}'(H)$$

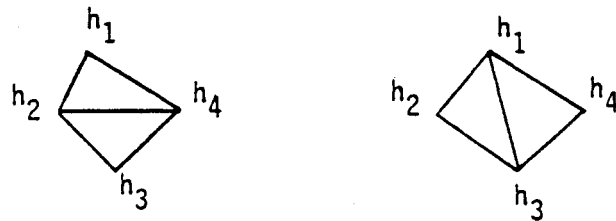
En dimension 2,  $H$  et  $\Sigma$  coïncident et le calcul explicite de  $G(\Sigma)$  [1] montre qu'il y a un "découpage" minimum  $\mathcal{C}$  pour lequel :

$$\mathcal{C}(H) = G(H) = \mathcal{C}'(H)$$

En dimension  $\geq 3$  ces propriétés ne sont plus toujours exactes. En particulier si  $q_1 + q_2 \leq n$  :

$$\mathcal{C}(H_n, q_1, q_2) \neq G(H_n, q_1, q_2)$$

De plus il peut ne plus y avoir unicité d'un "découpage"  $\mathcal{C}$  minimal. En particulier on peut avoir deux "découpages" minimaux tels que le cône  $Oh_1, Oh_2, Oh_3, Oh_4$  soit découpé ainsi :



### DESINGULARISATION

Pour  $T : [h_0, h_1, h_2]$  appartenant à  $\mathcal{C}$ , on note  $\theta_i (i = 0, 1, 2)$  l'image de  $h_i$  dans l'isomorphisme entre  $H$  et  $\sigma$ . On note alors  $\theta$  la matrice dont les lignes sont  $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ . Si deux triangles  $T$  et  $T'$  de  $\mathcal{C}$  ont en commun le sommet  $h_0$  on introduit la matrice :

$$\rho = {}^t \theta' \cdot -1 \cdot {}^t \theta$$

On vérifie sans mal que :

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{01} & \rho_{02} \\ 0 & \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \quad \text{avec : } \rho_{ij} \in \mathbb{Z} \text{ et } \det \rho = 1$$

On définit une variété lisse  $\tilde{Y}$  par :

$$\tilde{Y} = \bigcup_{T \in \mathcal{C}} \mathcal{U}_T$$

où :

$$\mathcal{U}_T = \text{Spec } \mathbb{C} \left[ u_{h_0}^T, u_{h_1}^T, u_{h_2}^T \right]$$

avec si  $T \cap T' \neq \emptyset$  les relations résumées par une notation exponentielle

$$u_{h_0}^{T'} = (u_{h_0}^T)^\rho$$

qui signifie :

$$u_{h_i}^{T'} = \prod_{j=0}^2 u_{h_j}^T \rho_{ij} \quad \text{pour } i = 0, 1, 2.$$



Théorème 1

Nous pouvons expliciter une application birationnelle propre de  $\tilde{Y}$  sur  $Y_\Sigma$  qui est un isomorphisme d'un ouvert  $\Omega$  dense dans  $\tilde{Y}$  sur un ouvert  $\Theta$  dense dans  $Y_\Sigma$  et ne contenant pas de point singulier de  $Y$ .

Ceci est une désingularisation explicite de  $Y_\Sigma$  [9].

$$\text{On pose : } \varphi = \begin{pmatrix} n & n-q_1 & n-q_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et :

$$b = {}^t(\varphi \theta^{-1})$$

On vérifie que la  $i$ -ème ligne  $b_i$  de  $b$  peut s'écrire comme la différence de deux éléments de  $\Sigma_{n,q_1,q_2}$ .

D'autre part si  $T \cap T' \neq \emptyset$  ;

$$b' = \rho b.$$

Enfin les formules

$$v = (u^T) {}^t\theta$$

définissent sans ambiguïté un élément du corps des fonctions  $K(\tilde{Y})$ .

Pour  $r = (i, j_1, j_2)$  appartenant à  $\Sigma$  nous avons  $k$  entier positif tel que :  
 $i + q_1 j_1 + q_2 j_2 = kn$ .

Les morphismes  $F$  et  $F'$ , inverses l'un de l'autre, de  $K(Y)$  dans  $K(Y_\Sigma)$  sont alors donnés par :

$$F = (F_T)_{T \in \mathcal{C}} \text{ et } F_T(u_{h_i}^T) = X^{b_i} \quad i = 0, 1, 2$$

$$F'(X^r) = v_0^{k-j_1-j_2} \quad v_1^{j_1} \quad v_2^{j_2}$$

L'isomorphisme de  $K(\tilde{Y})$  et  $K(Y_\Sigma)$  prouve que  $\tilde{Y}$  et  $Y_\Sigma$  sont birationnellement équivalentes [10] ou [11].

D'après [4] et les propriétés du "découpage" (proposition 1) l'application correspondante  $\pi$  de  $\tilde{Y}$  sur  $Y_\Sigma$  est propre.

Enfin en considérant soient les ouverts de  $\tilde{Y}$  et  $Y_\Sigma$  où les coordonnées ne s'annulent pas [10], soit les domaines respectifs de régularité de  $\pi$  et de l'application  $\pi'$  correspondante de  $Y_\Sigma$  dans  $\tilde{Y}$  [11], il est facile de trouver des ouverts  $\Omega$  et  $\mathcal{G}$ , denses dans  $\tilde{Y}$  et  $Y_\Sigma$  respectivement, tels que  $\pi$  soit un isomorphisme de  $\Omega$  sur  $\mathcal{G}$  et que le point singulier de  $Y_\Sigma$  ne soit pas dans  $\mathcal{G}$ .

On peut préciser ces résultats dans un cas particulier

### Théorème 2

Dans le cas où :

$$(n, q_i) = 1 \quad \text{pour } i = 1, \dots, p$$

nous avons une application birationnelle propre  $\pi$  de  $\tilde{Y}$  sur  $Y_\Sigma$  qui est un isomorphisme de  $\tilde{Y} - \pi^{-1}(0)$  sur  $Y_\Sigma - \{0\}$ .

Ceci provient de ce que  $\mathcal{C}'$  ne contient pas de points ayant une coordonnée nulle à l'exception des trois points  $(n, 0, 0)$ ,  $(0, n, 0)$  et  $(0, 0, n)$ . On notera  $\mathcal{C}''$  l'ensemble  $\mathcal{C}'$  privé de ces trois points. La variété exceptionnelle  $\mathcal{E} = \pi^{-1}(0)$  peut être décrite entièrement dans ce cas où  $(n, q_i) = 1$ , pour  $i = 1$  à  $p$ .

Dans [7] K. Ueno donne ce théorème 2, dans le langage des variétés analytiques, dans deux cas particuliers en dimension 3 :

- 1) Dans le cas où :  $q_1 = q_2$  (singularités de Ueno)
- 2) Dans le cas où :  $q_2 = 1$ , qui se ramène au précédent.

Dans [5] G. Gonzalez-Springberg redonne le résultat en dimension 2 ainsi qu'une autre désingularisation (toujours dans le cas de la dimension 2).

Dans [6] A. Fujiki et dans [8] F. Ehlers donnent chacun une autre désingularisation en dimension quelconque.

### DESCRIPTION DE LA VARIÉTÉ EXCEPTIONNELLE

Nous sommes toujours dans le cas où :  $(n, q_1) = (n, q_2) = 1$ .

Les points de  $\mathcal{C}''$  ont alors toutes leurs coordonnées  $> 0$ .

A chaque point  $h$  de  $\mathcal{C}''$  est attachée une nappe  $E_h$  de  $\mathcal{E}$ . Dans le "découpage"  $\mathcal{C}$ ,  $h$  est entouré par  $s$  triangles de  $\mathcal{C}$  ( $s \geq 3$ ).

$$\text{Si } s = 3, E_h \cong \mathbb{P}_2$$

Si  $s = 4$ ,  $E_h$  est une surface de Hirzebruch dont le degré est donné par un déterminant lié à la configuration de  $\mathcal{C}'$ .

Si  $s > 4$ ,  $E_h$  n'est pas une surface minimale. Elle provient par une succession d'éclatements d'une surface de Hirzebruch. La connaissance de  $\mathcal{C}'$  permet d'explicitier, au moyen de  $s$  cartes des équations de  $E_h$ .

Par ailleurs nous avons la

### Proposition 3

1)  $E_h \cap E_{h'} \neq \emptyset$  équivaut à :  $h$  et  $h'$  appartiennent à un même triangle de  $\mathcal{C}$ , et alors :

$$E_h \cap E_{h'} \cong \mathbb{P}_1 \quad (h \neq h')$$

2)  $E_h \cap E_{h'} \cap E_{h''} \neq \emptyset$  équivaut à :  $h, h', h''$  sont les sommets d'un triangle de  $\mathcal{C}$ , et alors :

$E_h \cap E_{h'} \cap E_{h''}$  est réduite à un point ( $h, h'$  et  $h''$  sont deux à deux distincts.)

3) Si  $[h_0, h_1, h_2]$  et  $[h_0, h_2, h_3]$  sont deux triangles de  $\mathcal{C}$  accolés le long de  $(h_0, h_2)$  ( $h_0$  et  $h_2$  étant dans  $\mathcal{C}''$ ) alors :

$$E_{h_0} \cdot E_{h_2}^2 = - \delta([h_0, h_1, h_3]).$$

Les points 1 et 2 sont faciles à établir. Le point 3 est démontré par T. Oda [12].

### FAISCEAU CONORMAL D'UNE NAPPE DE LA VARIÉTÉ EXCEPTIONNELLE

En dimension 2 le faisceau conormal de la nappe  $E_i$  dans la variété exceptionnelle  $\mathcal{E}$  est :

$$\mathcal{N}^v_{E_i/\mathcal{E}} = \mathcal{O}(b_i) \quad \text{où } b_i = -E_i^2 \quad ([1]).$$

Ce faisceau est ample car  $b_i > 0$  [10].

En dimension  $\geq 3$  ce faisceau n'est plus nécessairement ample.

Exemple :

On prend le cas :  $n = 7, q_1 = 3, q_2 = 5$ .

Alors  $\mathcal{C}$  est formé de 9 triangles,  $\mathcal{C}'$  comprend 7 points et donc  $\mathcal{C}''$  en comprend 4.  $\mathcal{E}$  est donc formée de 4 nappes. Deux d'entre elles sont des plans  $\mathbb{P}_2$ . Il y a une surface de Hirzebruch de degré 2 et une surface  $E$  qui est obtenue à partir d'une surface de Hirzebruch de degré 2 par deux éclatements ( $s = 6$ ). Les équations de  $E$  et l'écriture explicite de ces éclatements nous permettent d'écrire le quotient du groupe de Picard de  $E$  par le sous groupe des diviseurs numériquement équivalents à 0 [10] sous la forme :

$$\text{Num } E = \mathbb{Z} \Gamma_0 + \mathbb{Z} \Delta_0 + \mathbb{Z} \Delta_1 + \mathbb{Z} \Delta_2$$

avec la table d'intersections :

	$\Gamma_0$	$\Delta_0$	$\Delta_1$	$\Delta_2$
$\Gamma_0$	-2	1	0	0
$\Delta_0$	1	0	0	0
$\Delta_1$	0	0	-2	1
$\Delta_2$	0	0	1	-1

D'après [10] un diviseur ample doit vérifier :

$$D^2 > 0 ; D \cdot \Gamma_0 > 0 ; D \cdot \Delta_i > 0 \quad (\text{pour } i = 0, 1, 2).$$

Le faisceau conormal  $\mathcal{N}_{E/\mathcal{E}}^\vee$  de  $E$  dans  $\mathcal{E}$  est  $\mathcal{L}(D)$  avec :

$$D = 3 \Gamma_0 + 5 \Delta_0 - \Delta_1 - 3 \Delta_2.$$

Il n'est donc pas ample, pas plus que le faisceau normal  $\mathcal{N}_{E/\mathcal{E}}$  qui correspond au diviseur  $-D$ .

REMARQUES
-----------

1) Dans [1] Riemenschneider étudie les déformations des singularités cycliques quotients de dimension 2. En dimension  $\geq 3$  le problème disparaît car ces singularités sont rigides [13].

2) L'anneau  $A_{n, q_1, \dots, q_n}$  est un anneau de Cohen-Macaulay. Pour ce résultat dû à M. Hochster on pourra se reporter à l'exposé de M. Merle dans [14].

Au contraire  $A_{n, q_1, \dots, q_p}$  n'est presque jamais une intersection complète. Voir [1], [2], [15].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] O. RIEMENSCHNEIDER  
 Deformationen von Quotientensingularitäten nach Zyklischen Gruppen. Math. Ann. 209 p. 211-248. 1974
- [2] E. BRIESKORN  
 Rationale Singularitäten komplexer Flächen. Invent. Math. 4, p. 336-358. 1968
- [3] J. BERTIN et P. CARBONNE  
 Quelques calculs sur les équations des singularités cycliques quotients (non publié)
- [4] G. KEMPF, F. KNUDSEN, D. MUMFORD, B. SAINT-DONAT  
 Toroidal Embeddings I. Lectures Notes in Math. 339. 1973
- [5] G. GONZALEZ-SPRINGBERG  
 Eventail en dimension 2 et transformé de Nash  
 [5.1] Note aux C.R.A.S. série A. 284. 3 janv. 77. p. 69-71  
 [5.2] Publication du centre de mathématiques de l'E.N.S. (1977)
- [6] A. FUJIKI  
 On resolutions of cyclic quotient singularities. Publication RIMS Kyoto Univ. 10. p. 293-328. 1974
- [7] K. UENO  
 On fibre spaces of normally polarized abelian varieties of dimension 2. Singular fibres of the first kind.  
 (I) J. of Fac. of Sc. of Tokyo Univ. Vol. 18. n° 1. p. 37-95. 1971  
 (II) J. of Fac. of Sc. of Tokyo Univ. Vol. 19. n° 2. p. 163-199. 1972
- [8] F. EHLERS  
 Eine klasse komplexer Mannigfaltigkeiten und die Auflösung einiger isolierter Singularitäten. Math. Ann. 218. p. 127-156. 1975

- [9] J. LIMPAN  
Introduction to resolution of singularities. Proc. of Symp. in Pure Math.  
Vol. 29. p. 287-230. 1975
- [10] R. HARTSHORNE  
Algebraic geometry. G.T.M. n° 52. Springer Verlag. 1977
- [11] I.R. SHAFAREVICH  
Basic algebraic geometry G.M.W. n° 213 Springer Verlag. 1974
- [12] T. ODA  
Torus embeddings and applications. Tata Institute. Bombay. 1978
- [13] M. SCHLESSINGER  
Rigidity of quotient singularities. Invent. Math. 14. p. 17-26. 1971
- [14] DEMAZURE-PINKHAM-TEISSIER  
Séminaire sur les singularités des surfaces. Ecole Polytechnique. Paris  
1976-1977.
- [15] K. WATANABE  
Invariant subrings which are complete intersections. Nagoya Math. J. Vol. 77  
p. 89-98. 1980

*U.E.R. de Mathématiques  
Université de Toulouse-Le Mirail  
109 bis, rue Vauquelin  
31058 TOULOUSE CEDEX*

---