PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

GILBERT ARSAC

Problématiques de recherche sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1989, fascicule S6
« Vème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique », , p. 39-42
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989___S6_39_0>

Vendredi 25 août 1989

Atelier : *"Problématiques de recherche sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation"*

par Gilbert ARSAC

Laboratoire LIRDIS, - Université de LYON 1

Plan : 1) Présentation de la recherche qui a servi de base à l'atelier.
2) Organisation pédagogique de l'atelier
3) Document remis aux participants.

1) <u>Présentation de la recherche qui a servi de base à l'atelier</u>.

Bien qu'il s'agisse d'une partie d'une recherche en cours, on pourra trouver des indications plus détaillées dans Arsac (La construction du concept de figure chez les enfants de douze ans, Actes de la 13ème conférence internationale psychology for mathematical education PME 13, Paris 1989), limitées toutefois essentiellement à l'aspect cognitif du problème traité, alors qu'ici il s'agit surtout de son fonctionnement en situation de classe.

La recherche dont il est question est fortement reliée à une exigence du programme de mathématiques de l'enseignement français qui comporte en classe de cinquième (c'est-à-dire pour les élèves de 12 ans) une "initiation au raisonnement déductif". Le domaine d'application de ce type de raisonnement n'est pas précisé : il peut donc s'agir de géométrie, d'algèbre ou d'arithmétique. Mais comme, dans la suite des études, l'apprentissage de la démonstration est en général effectué de façon privilégiée dans le domaine de la géométrie, il est raisonnable de tenter de traduire cette initiation au raisonnement déductif en particulier dans ce domaine. Ceci amène une difficulté spécifique liée au rôle de la figure. En effet, dans les classes précédentes, l'élève a déjà travaillé sur les figures géométriques, mais de manière non déductive, en privilégiant souvent l'aspect graphique : apprentissage du maniement des outils du dessin, insistance sur l'exactitude des tracés, vérifications sur la figure par des mesures (d'angles ou de longueur), des constatations graphiques (par exemple du fait qu'un certain nombre de droites sont concourantes). Le travail sur la figure comportera maintenant des aspects déductifs, c-à-d que le mode d'emploi de la figure comme méthode de validation va évoluer. Tout le problème est de faire de cette évolution une nécessité perçue par l'élève et non un règlement imposé par le maître : il s'agit en somme de négocier une rupture du contrat didactique, mais dans un cadre constructiviste, en utilisant une situation appropriée dont les caractéristiques sont déterminées par un énoncé de problème et un certain type de gestion de la classe. La gestion de la classe étant détaillée en 3), nous insisterons ici davantage sur le choix des deux énoncés de problème (dont seul le premier est reproduit en 3) en compagnie de deux énoncés d'arithmétique destinés à la mise en évidence de règles logiques du débat).

premier énoncé : *Existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 5cm, 9cm et 4 cm ?*

deuxième énoncé : *Trace un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et BC = 5* *cm. Place un point E sur AC tel que AE = 3 cm.*

Trace la parallèle à AD qui passe par E, elle coupe [AB] en N et [DC] en L. Trace la parallèle à [AB] qui passe par E, elle coupe [AD] en M et [BC] en K.

Parmi les deux rectangles EMDL et ENBK, quel est celui qui a la plus grande aire ?

Le deuxième énoncé, par ailleurs classique, a été repris de certains travaux menés à Strasbourg et qui avaient montré son intérêt pour la mise en cause de l'utilisation des mesures. Nous insisterons plus sur le premier, moins connu, et qui est celui qui, pour cette raison, a été utilisé dans l'atelier. Nous sommes partis de la constatation suivante : lorsqu'on pose aux élèves le problème "de l'inégalité triangulaire" sous la forme -*Choisis trois nombres a, b, c, est-il toujours possible de trouver un triangle dont les mesures des côtés soient ces trois nombres ?* - la plupart arrivent à trouver, grâce à des essais sur plusieurs dessins, l'inégalité du triangle, mais en général ils n'arrivent pas à décider si l'inégalité doit être stricte ou non. Ainsi dans cette situation, la difficulté à conclure à partir du dessin apparaît naturellement aux élèves et non comme une question artificielle soulevée par l'enseignant. Cependant l'expérience montre aussi que cette question est noyée parmi toutes celles que peut soulever le problème. Pour permettre que le débat se centre sur la question qui nous intéresse, nous avons donc fabriqué un énoncé amenant directement sur la question qui met en cause l'appel au dessin.

L'expérimentation dans les classes (pour plus de détails, cf Arsac, loc cit) a amené à constater l'apparition de deux conceptions :

-une conception "réaliste" des objets de la géométrie suivant laquelle l'appel au dessin doit suffire pour prouver une conjecture.

-une conception "intellectuelle" qui arrivera à concevoir que dans ce cas les points doivent être alignés en se fondant sur une conviction liée en quelque sorte à une image mentale d'une figure parfaitement précise et des propriétés qu'elle possède moyennant les données de l'énoncé.

D'autre part, les conflits socio-cognitifs qui apparaissent entre ces conceptions ont à peu près toutes les issues et n'aboutissent pas nécessairement à un rejet de la conception réaliste au profit de la conception intellectuelle.

2) Organisation pédagogique de l'atelier

Un atelier étant la préfiguration de ce que pourrait être un TD sur la question, lorsque la théorie à son sujet sera suffisamment fixée, le problème à résoudre consiste à présenter une situation permettant aux participants d'avoir une activité propre qui les amène à mettre en oeuvre les connaissances apportées par la conférence du matin en disposant, grâce à la présence du responsable de atelier, d'un contrôle sur la pertinence de l'emploi qu'ils ont fait de ces connaissances, en quelque sorte d'un corrigé.

Cet idéal, dont on peut d'ailleurs discuter les choix, n'apparaît pas facile à atteindre en didactique. La solution la plus souvent utilisée pour mettre les participants en activité consiste à leur proposer d'analyser un fragment de décryptage d'un enregistrement de situation de classe (ou d'interview) ou un extrait de manuel. Deux difficultés apparaissent alors :

-le temps nécessaire aux participants pour une prise de connaissance suffisante du document apparaît presque toujours trop long, ce qui les conduit à produire en général une simple paraphrase ou une analyse trop superficielle, en en ayant de plus conscience, d'où un sentiment d'insatisfaction.

-dans ces conditions, le "corrigé" proposé par l'animateur, c-à-d sa propre analyse apparaît comme un simple exposé qui n'est pas confronté à une véritable activité antérieure des participants et qui pourra paraître arbitraire à ceux des participants qui n'ont pas l'expérience de l'analyse et de la distance qu'elle prend légitimement avec la paraphrase.

La solution adoptée dans ce TD a consisté à demander aux participants une analyse a priori de la situation de classe organisée autour de l'énoncé choisi. Les avantages escomptés étaient les suivants : la lecture de la description de la situation devrait se faire en un temps suffisamment bref, d'autant plus que le travail demandé n'est pas un travail d'analyse de ce texte de description (résolution de la première difficulté) et le corrigé pouvait consister en la présentation des résultats de l'expérimentation effective. Il y a ici légère distorsion puisque, en toute rigueur, l'animateur devrait plutôt présenter sa propre analyse a priori, mais on peut en espérer un gain de temps et un intérêt plus grand des participants (est-il besoin de souligner ici qu'il s'agit de choix pédagogiques pour le moment purement empiriques ?).

3) <u>Document remis aux participants.</u>

Voici trois énoncés de problèmes utilisés en classe de cinquième (élèves de 12 ans, deuxième année d'études secondaires)

1) Si n est un nombre impair, nxn peut-il être un nombre pair ? Justifie ta réponse.

2) Est-ce qu'il existe un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 9 cm et 4 cm ?

3) Dans l'expression nxn-n+11, si on remplace n par n'importe quel entier naturel, obtient-on toujours un nombre qui a exactement deux diviseurs ?

<u>Scenario de classe</u> :

-dans un premier temps, les élèves, par groupe de quatre, reçoivent chacun un exemplaire de l'énoncé, ils doivent se mettre d'accord sur une solution commune, la rédiger sur une affiche, en y ajoutant une justification dans le but de convaincre les autres groupes au cours d'un débat qui aura lieu ultérieurement.

Pendant ce premier temps, le professeur n'intervient pas dans les groupes, il attend que certains groupes aient demandé d'eux-même une affiche pour inciter les autres groupes à passer à une phase de rédaction.

-dans un deuxième temps, après ramassage des affiches, un débat est organisé sous la forme suivante : les affiches sont présentées successivement, dans un ordre choisi par l'enseignant en fonction du type de débat que doit provoquer l'affiche ; chaque groupe rédige par écrit une opinion sur l'affiche, cette opinion a obligatoirement la forme suivante : nous sommes d'accord avec l'affiche car..., nous ne sommes pas d'accord, car... Le professeur donne successivement la parole à un porte-parole de chaque groupe, et note au tableau les arguments avancés. Une fois tous les arguments énoncés, on débat sur les arguments.

-dans un troisième temps, le professeur dégage et institutionnalise les règles du débat mathématique que fait apparaître le débat précédent.

<u>But visé</u> : l'apprentissage des règles de type logique (rôle du contre-exemple, nécessité de dépasser l'examen de quelques cas particulier) ou propres aux mathématiques (statut du dessin et de la figure en géométrie) que l'on doit respecter pour pouvoir affirmer la vérité ou la fausseté d'un énoncé.

<u>Thème du TD</u> : pour le problème 2, analyser a priori les démarches de résolution des élèves et, à partir de là, quel type de débat va provoquer la situation : quels arguments sortiront, que donnera le débat sur ces arguments, quelles règles le professeur pourra-t-il institutionnaliser ? Vous pouvez essayer de préciser quel devra être le rôle du professeur dans la conduite du débat, ainsi que les effets pervers de la situation et de l'énoncé choisi.