BERNARD CAPPONI

De Cabri I à Cabri II : de nouveaux outils pour explorer la géométrie

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1995-1996, fascicule 3
« Fascicule de didactique des mathématiques et de l'E.I.A.O. », , exp. n^{o} 2, p. 1-10
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1995-1996___3_A3_0>

De Cabri I à Cabri II :
de nouveaux outils pour explorer la géométrie

Bernard CAPPONI
LSD2 – IMAG
UJF Grenoble

I. Cabri un Micro-monde pour la géométrie

Dés ces premières versions Cabri a été construit come un micro-monde de géométrie, ce qui signifie qu'à partir d'outils de base comme des cercle, des droites ou des segments et d'outils de constructions , il permet de construire pratiquement toute figure de la géométrie Eclidienne. Ces constructions peuvent ensuite être enregistrées comme de nouveaux outils. Ce qui caractérise Cabri est donc son caractère "constructible" qui en fait un véritable micro-monde pour construire et explorer des figures de géométrie.
Une autre caractéristique provient de la conservation des constructions par déplacement des objets de base. Ceci permet avec la souris de déplacer les points "arbitraires" d'une figure et de voir comment ce qui est construit à partir de ces objets se conserve.
Ce logiciel a été construit par une équipe de mathématiciens, de didacticiens des mathématiques, d'informaticiens et de professeurs. Ceci lui confère à la fois une grande qualité de la modélisation géométrique, une ergonomie particulièrement étudiée et la présence d'outils spécifiques (mesure, lieux etc..) que l'expérimentation a permis de confronter à des pratiques d'enseignement.

1 Constructions géométriques

Le premier type de tâche que l'on peut donner aux élèves dans cet environnement correspond à des activités de constructions. La nature de la tâche proposée est différente de ce qu'elle est sur le papier : pour être validée une construction doit d'abord conserver les propriétés qui la caractérisent si on déplace les points de base. Cet aspect particulier à cabri-géomètre change la nature du travail proposé aux élèves. Ce n'est plus un simple dessin qui doit être réalisé par les élèves mais ceux-ci doivent fournir une description de la construction pour que la figure puisse être réalisée et conserve ses propriétés. Ainsi des travaux classiques réalisés en collège prennent un sens différent quand on les aborde dans un logiciel comme Cabri-géomètre. Voici trois exemples pour illustrer ceci.

A. Centre du cercle circonscrit

Ce deuxième exemple permet aussi une construction classique avec des médiatrices (figure 11-a) et l'exploitation du déplacement pour les cas où les points sont alignés (figure 11-b). La construction nécessite de donner au moins deux médiatrices pour obtenir le centre. L'élève doit expliciter les objets permettant la construction du cercle. Mais, l'intérêt ici est, outre la construction, la possibilité par un déplacement continu. Dans ce cas on peut étudier les particularités de la figure par exemple que devient le triangle si le centre est :"à l'intérieur" ou "à l'extérieur" . Que se passe-t-il si le centre du cercle est sur un côté du triangle ? On peut aussi "voir" le rayon du cercle augmenter jusqu'à la disparition, le rayon étant infini et les médiatrices parallèles. Une seule figure permet de visualiser tous les cas sans nouvelles constructions ni données supplémentaires à fournir puisqu'il suffit de saisir un point avec la souris pour le déplacer.

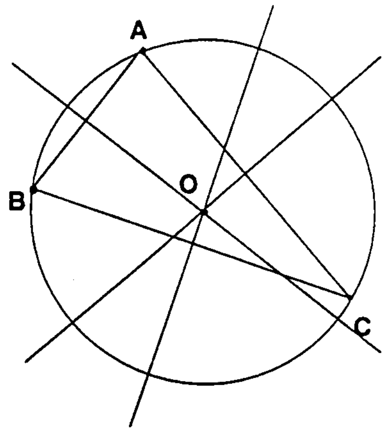


Figure 1-a

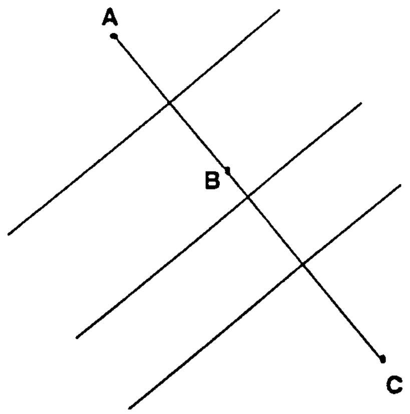


Figure 1-b

B. Un triangle à côtés donnés

On donne, ou on fait construire par l'élève, trois segments quelconques, la tâche de l'élève est de construire un triangle qui a des côtés dont la longueur soit celle des trois segments donnés. Pour faire réaliser ce travail il est bon d'ajouter au menu **construction** une macro-construction **compas** qui permet de construire un cercle de centre donné et qui a pour rayon la longueur d'un segment donné.
La figure 12 illustre cet exemple avec les segments donnés [AB], [CD] et [EF] et le triangle construit RST.

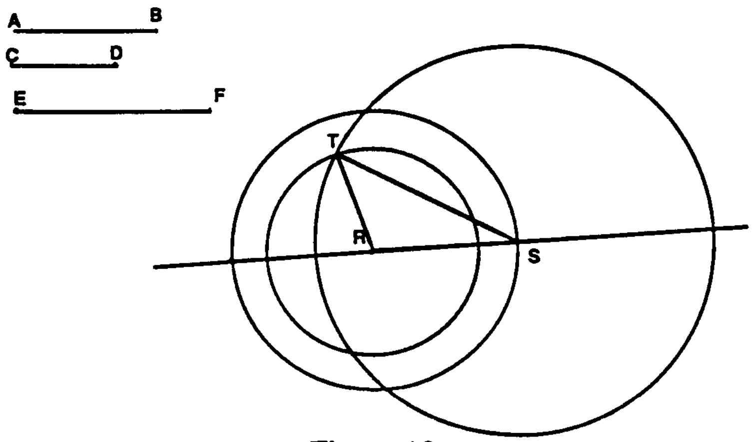


Figure 12

La construction est la même que celle qui utilise un compas pour la construction sur papier, mais on gagne ici la possibilité de changer les longueurs des segments initiaux et on peut sur la même figure étudier les conditions d'existence du triangle et traiter ainsi de l'inégalité triangulaire. Le logiciel nous fait ici gagner un temps toujours précieux et permet de mieux comprendre la signification que revêt l'existence ou non du triangle relativement aux longueurs des côtés.

C. Tangente à un cercle

Le dernier exemple que je donnerai de construction est celui de la tangente à un cercle menée par un point donné. L'intérêt de ce type de construction est difficile à saisir pour les élèves parce que l'on obtient une très bonne approximation en construisant au jugé sur le papier. Ils ne voient donc pas l'intérêt de rechercher une "bonne" construction". Dans Cabri une construction "au jugé" ne peut pas convenir puisqu'elle n'est pas conservée par déplacement. Cabri-géomètre redonne un sens à cette construction. Mais cette construction permet aussi de se poser la question de la validité d'une construction fournie par un élève et permet ainsi de donner du sens à la recherche d'une preuve qui valide la construction fournie. Voici par exemple une construction fournie par un élève de troisième qui a donné lieu à un débat autour de la validation.

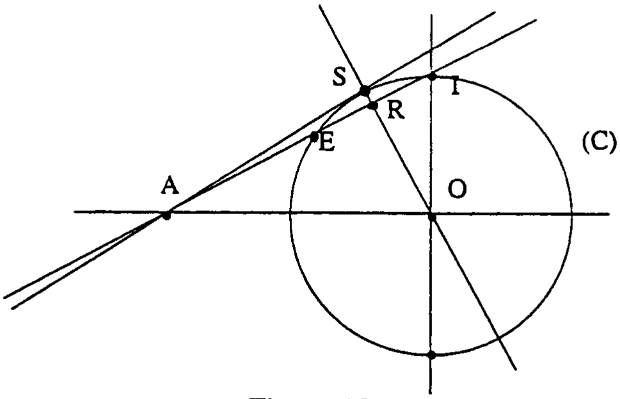


Figure 13

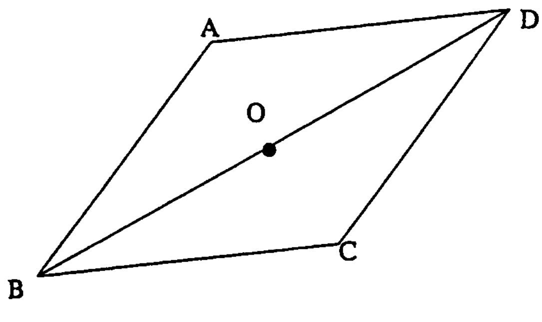
La tangente doit être menée du point A au cercle (C) (figure 13). Cet élève construit la droite (AO) puis la perpendiculaire (OI). La construction de (AI) ne donne pas perceptivement une tangente. Il construit alors la médiatrice de (EI) qui coupe le cercle en S. La droite (AS) est considérée par cet élève comme la tangente cherchée. Cette construction a été donnée à l'ensemble de la classe et a donné lieu à un débat très riche pour reconnaître si cette construction fournit bien la tangente. Cabri géomètre peut fournir une première réponse en plaçant A très près du cercle. Mais une validation est aussi fournie par un raisonnement sur l'unicité de la perpendiculaire menée de A à la droite (OS). Dans ce contexte le raisonnement fournit une réponse qui a du sens pour les élèves dans la mesure où elle correspond à une question qu'eux-mêmes se sont posés à propos de cette construction.
Ces trois exemples illustrent la place que peut prendre Cabri-géomètre dans le domaine des constructions dans l'enseignement au collège.
Pour conclure ce paragraphe on peut dire que l'intérêt des constructions dans Cabri-géomètre c'est qu'elles nécessitent l'explicitation des propriétés et que par rapport au papier crayon on gagne la possibilité de parcourir la classe des figures.

2. Choix dans les menus

Un autre type d'utilisation consiste à demander aussi des constructions mais en jouant sur les outils mis à la disposition des élèves dans les menus.

A. Construction d'un parallélogramme sans donner l'article **droite parallèle.**

Le premier exemple est simple et classique mais illustre bien l'intérêt de l'élimination de certains articles de menus.
Dans une étude sur le parallélogramme en classe de cinquième (élèves de 12 ans), si on supprime du menu **construction** l'article **droite parallèle**, on force à l'utilisation d'autres propriétés caractéristiques du parallélogramme pour la construction. Par exemple on peut construire le parallélogramme avec **milieu** et **symétrique** (par rapport à un point) (figure 14). Ainsi c'est la caractérisation du parallélogramme par la symétrie centrale qui sera utilisée.



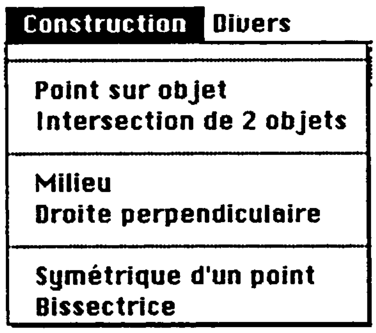


Figure 14

B Parallèle avec menus réduits

Un autre exemple est fourni par une étude que j'ai pu mener sur la construction d'une parallèle à une droite donnée passant par un point donné sans disposer des articles **droite parallèle** ni **cercle déf par 2 points**. (Capponi 93). Cette tâche réalisée par des élèves de quatrième a montré que deux grands types de stratégies sont effectivement développées par les élèves :

- la première utilise les propriétés de la symétrie orthogonale (la droite qui joint un point et son symétrique est perpendiculaire à l'axe) et les propriétés des parallèles et des perpendiculaires (deux droites perpendiculaires à la même droite sont parallèles). Les élèves explicitent bien pour la plupart les propriétés qui entrent en jeu dans leur construction.
- la deuxième utilise la propriété des milieux ainsi que l'illustre la construction suivante :

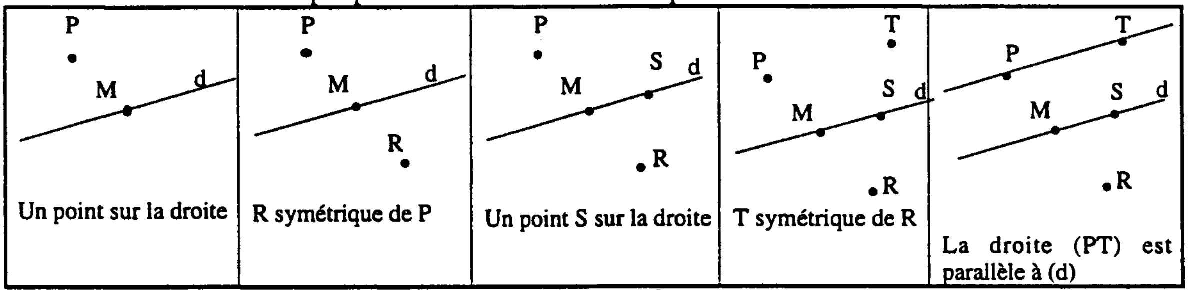
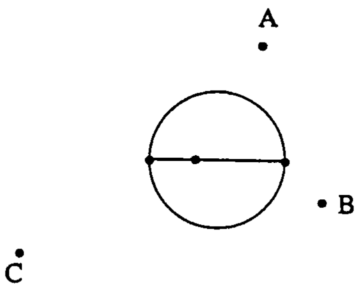


Figure 15

Les exemples de ce type sont nombreux. Dans ce type d'utilisation, les propriétés géométriques deviennent des outils. Ils sont utilisés alors dans un domaine moins complexe que celui de la démonstration.

3. Boîtes noires

L'idée de "boîte noire" développée autour de Cabri-géomètre consiste à donner à l'élève une macro-construction produisant une certaine construction à partir d'objet initiaux donnés, sa tâche étant alors d'analyser le comportement de la figure produite pour réaliser une construction identique. Un travail de ce type a été étudié en détail dans le cadre de l'équipe DidaTech. (Boury V. 1993).
Des recherches sont en cours sur ces questions dans notre laboratoire.
Exemple : L'élève crée trois points A, B et C quelconques, non alignés. Il dispose d'une macro-construction 'ROUE' qui appliquée aux trois points produit la construction de la figure 16 :



Le déplacement des trois points produit des modifications continues de la figure. L'analyse de la figure au cours du déplacement conduit à reperer des invariants qui caractérisent la figure. La tache de l'élève étant de la reconstruire à partir de 3 points quelconques donnés. La macro initiale permettant de valider la construction réalisée.

4. Des simulations

Un autre exemple d'utilisation particulièrement riche est celui des simulations. Il s'agit en fait de modéliser à l'aide Cabri-géomètre une situation qui ne relève a priori pas directement de la géométrie. Nous donnons ici à ce sujet un exemple de situation physique et un exemple de traitement numérique.

Exemple du miroir

Le problème du miroir est classique et se trouve dans de nombreux ouvrages pour la classe de quatrième au chapitre de la propriété des milieux dans un triangle. Pour l'avoir utilisé dans ces classes j'ai pu observer la difficulté qu'ont les élèves à se représenter le phénomène physique. Ici Cabri-géomètre va permettre de construire une simulation du phénomène qui va donner du sens au traitement mathématique qui en est fait.
En classe on peut commencer à organiser un débat autour du miroir en commençant par des questions du type :
"J'ai un petit miroir de 10 cm de haut. est ce que je peux me voir en entier dedans ?"
La conception la plus fréquente du phénomène fait intervenir la distance au miroir : plus on est loin et plus on verra un partie importante de l'image. Les limitations explicitées provenant du risque de se voir "trop petit" si on est loin. Ces conceptions sont étudiées par les élèves dans un travail "à la maison" où les élèves doivent essayer de déterminer s'il est possible de se voir en entier dans un petit Miroir. Le problème peut alors être traité à l'aide d'une simulation représentée par la figure 18 :

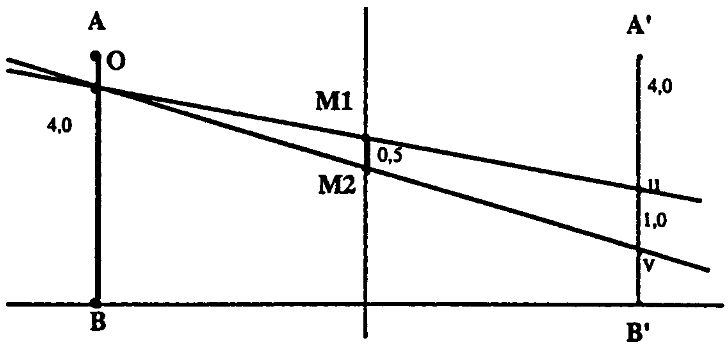


Figure 18

Sur cette figure AB représente un personnage qui se regarde dans le miroir M_1M_2 et A'B' est son image dans une symétrie d'axe (M_1M_2). O est l'œil du personnage (nous l'avons ajouté parce que des élèves l'ont introduit comme une variable de la situation). Dans cette simulation on peut avancer ou reculer le personnage par rapport au miroir et observer que ce qui est vu dans le miroir, c'est à dire uv ne varie pas (la longueur reste égale à 1). En agissant sur M_1 on ajuste la position du miroir (sans faire varier sa taille) et en agissant sur M_2 on augmente ou diminue la taille du miroir. Cette simulation permet de visualiser les différentes variables de cette situation et d'observer avant de démontrer que la condition pour que le personnage se voie en entier dans le miroir est que celui-ci ait au moins une taille égale à la moitié de AB.
Dans cette situation la simulation est indispensable pour modéliser le phénomène physique et pour pouvoir l'étudier dans de bonnes conditions, par exemple avec une tablette rétroprojetable, avec une classe.

5. Traitement dynamique de la figure

Il s'agit ici de situations où le déplacement d'un point sur un segment, un cercle ou une droite conduit à étudier des problèmes d'extremum ou des invariants de la figure, ou même parfois de lieux géométriques. Ce genre de problème est pratiquement impossible à étudier avec des élèves de collège si on ne dispose pas d'une représentation dynamique de la figure où le point variable est effectivement déplacé. La figure Construite dans Cabri géomètre est utilisée pour explorer le phénomène qui doit être observé et conduit en général à une démonstration. J'en donne ici trois exemples.

Minimum

Dans cet exemple issu du travail sur le problème ouvert de l'IREM de Lyon (Arsac 88). Les élèves construisent un triangle ABC rectangle en A. P est un point de l'hypoténuse qui se projette orthogonalement en I et J sur les côtés de l'angle droit. Le problème consiste à étudier pour quelle position de P la longueur IJ est minimale.

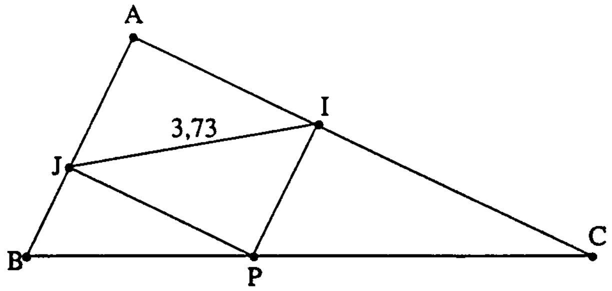


Figure 25

C'est la conservation du rectangle PIAJ dans le problème du minimum qui conduit à la solution et dans le problème de la planche c'est l'invariance de la longueur OI.
D'une manière générale le traitement dynamique de la figure met en évidence les invariants et permet une exploration qui conduit à l'explication du phénomène observé et à une démonstration.

B- En joignant les sommets de deux triangles équilatéraux.

Ce dernier point se vérifie particulièrement avec l'exemple suivant proposé dans l'ouvrage de 2e collection Terracher[1] : étant donné un point M appartenant au segment [AB], on construit d'un même côté de [AB] deux triangles équilatéraux AIM et MJB (figure 26) ; il s'agit d'étudier le lieu du milieu du segment [IJ]. Le traitement dynamique dans l'environnement Cabri-géomètre fait apparaître comme invariantes les directions (AI) et (BJ) et permet d'orienter les investigations des élèves utilement.

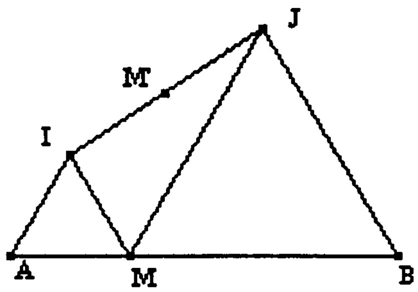


Figure 26

II. L'évolution des outils

Un travail d'expérimentation en situation de classe, l'évolution des matériels et les recherches sur les interfaces menées au sein du laboratoire LS2 on conduit à la redéfinition d'un certain nombre de fonctionnalités ainsi qu'à l'ajout d'outils nouveaux.
Nous faisons ici un bref descriptif de ces évolutions.
Cabri-géomètre II est le résultat d'une redéfinition complète des premières versions de Cabri-géomètre (Le Géomètre version 1.6, Cabri-géomètre MS-DOS version 1.7 et Cabri-géomètre Macintosh version 2.1).
Cabri géomètre II possède de nombreuses fonctionnalités supplémentaires par rapport à ces premières versions.

[1] Editions Hachette

Fonctionnement général

• L'ergonomie générale est plus conviviale.
• Les menus sont repérés à l'aide d'icônes et sont regroupés selon une logique différente (points, objets rectilignes, objets curvilignes, outils de construction, transformations, macros, propriétés, mesures, Divers, Edition.
• Les objets sélectionnés dans les menus restent actifs tant qu'on n'a pas sélectionné un nouvel outil. Cela évite, par exemple, de redemander chaque fois "segment" quand on veut tracer trois segments de suite.
• Les objets peuvent être sélectionnés pour réaliser diverses actions les concernant comme le changement de couleur, d'épaisseurs etc... C'est aussi en sélectionnant un objet qu'on le supprime en utilisant la touche ← du clavier.
• Les objets comme une droite, un segment, un triangle, un polygone etc.. peuvent se manipuler comme des objets et pas seulement à l'aide des points qui les constituent.
• Le pointeur de sélection permet de déplacer les objets (points, droites mais aussi triangles, polygones, coniques ...en les translatant, mais aussi en les faisant tourner autour d'un point ou en les dilatant.
• Cabri II prend en charge, la plupart du temps, l'intention de l'utilisateur de créer un point sur objet ou un point d'intersection même si c'est le point de base qui a été choisi.
De nombreux messages associés au curseur informent l'utilisateur.

Outils géométriques supplémentaires

De nombreux outils géométriques ont été rajoutés notamment :
Les **demi-droites**, les vecteurs, les polygones quelconques et les polygones réguliers.
Les **coniques** (définies par 5 points) et les arcs de cercles
La somme de deux vecteurs, un compas.
Un report de mesure sur une demi droite, un vecteur, un axe ou un cercle.
Le **lieu géométrique** est devenu un objet sur lequel on peut créer des points et il peut être l'objet final d'une macro-construction.
Des **transformations** ont été ajoutées : translation, rotation, homothétie, inversion. La symétrie droite et la symétrie point ont été séparées.
Toute la **géométrie analytique** est disponible : repère cartésien, création et modification des repères, coordonnées de points, équations de droites, cercles et coniques dans plusieurs systèmes d'axes, grille de points à coordonnées entières, repère polaire.

Autres outils

• Les **macros constructions** (un des points forts de Cabri-géomètre) sont plus puissantes et plus souples d'emploi : on peut déclarer les objets initiaux et finaux séparément, revenir à la figure, modifier le choix des objets initiaux ou finaux et quand tout est prêt décider la validation de la macro. Les objets finaux peuvent être des lieux, des mesures, des résultats de calculs ...) . On peut surcharger la définition d'une macro (plusieurs ensembles d'objets initiaux pour une même construction : par exemple pour le cercle circonscrit d'un triangle on peut définir les 3 sommets, mais aussi le triangle comme objets initiaux).
• Un **vérificateur de propriétés** fournit un message qui informe l'utilisateur sur certaines propriétés de la figure comme le parallélisme ou l'orthogonalité, l'alignement de points, l'appartenance d'un point à un objet ou l'équidistance. Le déplacement de la figure peut faire changer le message si la propriété ne reste pas vraie.
• Les unités des mesures de longueur, d'angles et d'aires peuvent être choisies par l'utilisateur.
• Une **calculatrice** permet de réaliser divers calculs soit sur des nombres saisis au clavier soit sur des nombres provenant de la figure (mesures ou résultats de calculs). Tous les calculs usuels d'une calculatrice scientifique sont réalisables et d'autres fonctions sont disponibles comme par exemple le minimum ou le maximum de deux nombres ou la génération d'un nombre aléatoire. Tous les résultats peuvent être affichés sur la feuille de dessin et s'actualisent quand on déplace les éléments de la figure.
• On peut **éditer des nombres** (par exemple pour fixer un rapport d'homothétie ou l'angle d'une rotation ou pour choisir une mesure déterminée). Ces nombres peuvent être modifiés et la figure s'adapte en conséquence.
• On peut **éditer un texte** et y inclure des nombres liés à la figure.
• On peut fixer un nombre de façon à ne plus pouvoir le déplacer (punaiser).
• On peut obtenir la **trace d'un objet** dans un déplacement (la fonction trace est à distinguer du lieu géométrique).
•On peut **animer la figure** en faisant déplacer automatiquement des points ou des objets (avec un "ressort" qu'on tend et qu'on lâche). Sur les objets finis on peut ainsi avoir une animation en continu.
• L'enseignant peut **adapter les menus** à ses élèves en supprimant des articles et en ajoutant ses propres macros.

Edition

• Des outils comme **Cacher /Montrer** sont maintenant complétés par le choix possible des couleurs, des épaisseurs, des pointillés. La forme des points est modifiable . De plus on peut marquer des angles de plusieurs façons et on peut coder des longueurs (sans prise à charge par le logiciel au niveau de la cohérence avec la figure).
• La **présentation** des textes et des nombres est modifiable en taille, couleur, police, style, encadrement, fond).

Dans l'environnement de Cabri-géomètre II, il est possible très simplement, de transférer des nombres ou des mesures d'éléments de la figure (longueur d'un segment, aire d'un

polygone, ...) sur un système d'axe. En considérant le lieu d'un point ayant pour coordonnées ces nombres on obtient alors la courbe représentative de fonctions modélisants des situations géométriques. Il est possible en modifiant certains éléments de la figure, de se rendre compte des positions particulières auxquelles correspondent chaques valeurs intermédiaires.
En voici trois exemples :

Exemple 1
soit un point D, une demi-droite d'origine A et un point M sur cette demi-droite. Il s'agit d'étudier la distance DM en fonction de la longueur AM.

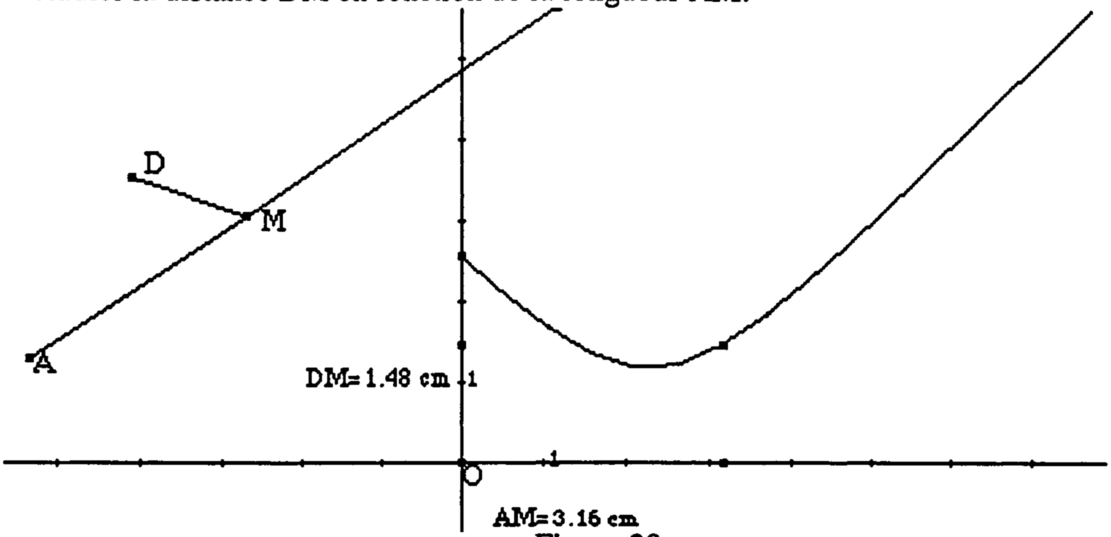


Figure 20

Exemple 2
Nous avons repris une situation proposée dans les imagiciels du CNAM[2] :
ABCD est un rectangle. Le point M appartient au segment [AB]. On construit N, P et Q tels que AM=BN=CP=DQ. On doit étudier alors les variations de l'aire du polygone MNPQ en fonction de la longueur AM.
Il est possible de faire varier la position du point M ; le logiciel actualise les valeurs de AM et de l'aire ainsi que la position correspondante sur la courbe.

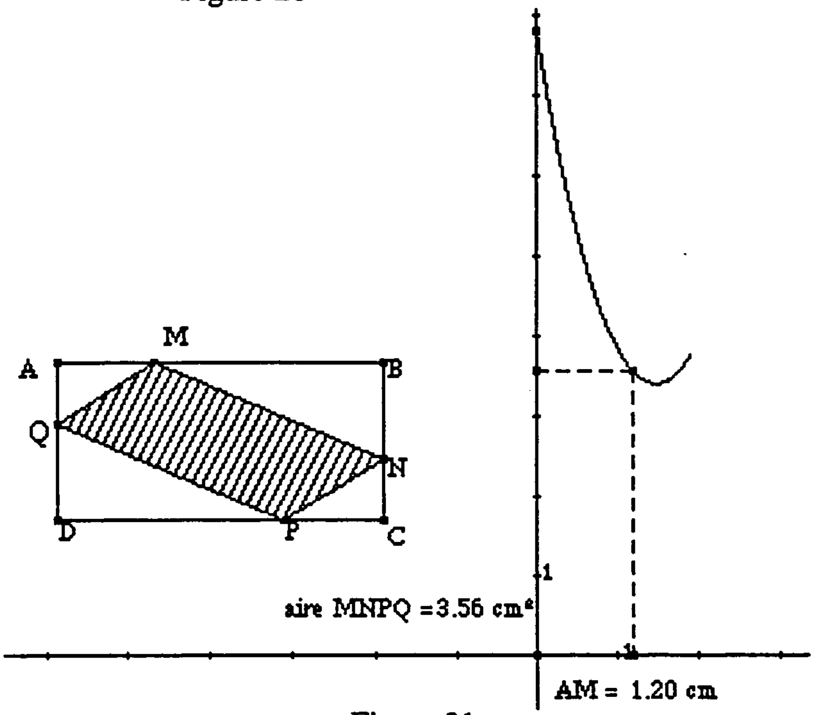


Figure 21

[2]CREEM , Conservatoire National des Arts et Métiers. Imagiciels en première et terminale . Fonctions numériques.

Exemple 3
ABCD étant un carré ; M un point situé sur le bord du carré ; on étudie l'aire du triangle AMD en fonction de la position du point M

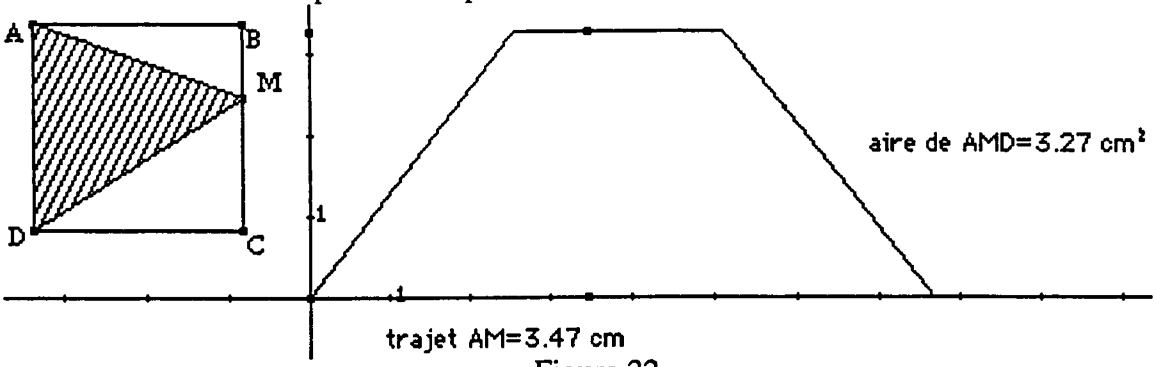


Figure 22

D'une manière générale les simulations permettent de traiter de manière dynamique des situations complexes. La version II de Cabri-géomètre permet d'aller plus loin grâce à un accès rapide aux fonctions numériques et en utilisant une nouvelle philosophie pour le traitement des lieux.

III. Conclusion.

L'utilisation de Cabri-géomètre en classe nous semble être un outil remarquable pour faire accéder les élèves à la notion de propriété géométrique et ceci dès le début de la classe de sixième. Le logiciel aide à explorer des figures, à dégager des invariants et sert de point d'appui pour le raisonnement déductif. La validation d'une construction par déplacement peut donner petit à petit du sens à la démonstration. nous noterons pour finir que l'ergonomie du logiciel et la qualité de la modélisation géométrique sont pour beaucoup dans la réussite des situations qui sont mises en place avec les élèves. Nous souhaitons simplement que rapidement tous les professeurs puissent disposer des moyens matériels qui permettent d'exploiter pleinement les qualités de ce logiciel.

Références

ARSAC. G. GERMAIN G, MANTE M. (1988) Problème ouvert et situation problème IREM de Lyon.

BELLEMAIN F., CAPPONI B., (1992), Spécificité de l'organisation d'une séquence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur. *In Educational Studies 23 (1992), n° 1, pp. 59-97.*

CAPPONI B, LABORDE C., (1995) Cabri-classe, apprendre la géométrie avec un logiciel. Editions Archimède.

CAPPONI B, LABORDE C., (1995) Modélisation à double sens. *Actes de la VII ème école d'été de didactique des mathématiques 1995, St Sauves d'Auvergne.*

CAPPONI. B., (1993) Modifications des menus dans Cabri-géomètre, des symétries comme outils de construction. *Petit x* n° 33 pp. 37 à 68, 1992-1993.

DLC (Direction pédagogique et Technologies Nouvelles) et CREEM (Conservatoire National des Arts et Métiers) : Imagiciels en première et terminale, fonctions numériques. Espagne 95 Barcelone .

LABORDE C. & CAPPONI B. (1994) Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques* vol 14 n°1.2 , pp. 165-210, 1994.

LABORDE C., (1992), Solving Problems in computer based geometry environments : the influence of the features of the software ; *Zentralbatt für Didactik des Mathematik. 92/4, pp. 128-35.*

TERRACHER P.H. & FERACHOGLOU R. (1994) Mathématiques Manuel pour la classe de seconde . Hachette Paris.