

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

J. STENGEL

Recherche d'un critère d'économicité pour un appareil de comptage

Revue de statistique appliquée, tome 5, n° 4 (1957), p. 101-109

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1957__5_4_101_0

© Société française de statistique, 1957, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RECHERCHE D'UN CRITÈRE D'ÉCONOMICITÉ POUR UN APPAREIL DE COMPTAGE

par

J. STENGEL

Ingénieur à la Compagnie des compteurs

L'étude faite avait pour but de comparer différents types de compteurs de gros calibres, proposés sur le marché français par une entreprise et par des concurrents. Elle devait permettre d'améliorer les conditions de la production en orientant les études en cours pour l'amélioration des appareils, et en diminuant le nombre de types fabriqués.

Une telle politique, si elle est bien accueillie du responsable des fabrications, dont elle simplifie le travail et abaisse les prix de revient, inquiète par contre le responsable des ventes. Celui-ci craint de voir les clients s'adresser désormais à des producteurs plus compréhensifs de leur cas particulier. La question essentielle à laquelle doit répondre une étude de normalisation de production, celle à laquelle le statisticien doit fournir des éléments de réponse quantitatifs est donc la suivante : « Vers quels appareils se déplacera la demande des appareils dont la fabrication sera suspendue, et ceci sous différentes hypothèses ? ».

DIFFICULTÉS DE L'ÉTUDE D'UN BIEN D'ÉQUIPEMENT

Le statisticien qui est chargé d'élaborer des prévisions fait comme tous ceux qui ne croient pas à la lucidité des voyantes; c'est-à-dire qu'il s'efforce d'extrapoler les comportements observés dans le passé. Ce qui le distingue de la majorité des gens de bon sens, c'est l'appel à des techniques d'observation des phénomènes et de représentation symbolique des résultats qui multiplie considérablement ses possibilités d'introspection.

Il procède généralement de la façon suivante :

1ère étape : Recherche des paramètres indépendants entre eux, dont les lois de demande des produits considérés sont fonctions. Il faut, à ce stade, un peu de bon sens, beaucoup d'intuition, et surtout la collaboration de ceux qui sont "sur le tas", avec tout le lot d'idées plus ou moins justes, parfois absolument fausses qu'ils apportent quand on sait les faire parler.

2ème étape : Recherche d'une théorie expliquant la formation de la demande à partir de l'action de ces paramètres. L'économiste vient alors au secours du statisticien et lui propose des formes mathématiques de loi de demande. Hélas, la complexité et la diversité des comportements humains rendent l'élaboration de tels modèles extrêmement difficile; et on doit bien souvent admettre, sans autre justification que celle de la simplicité, que les relations sont linéaires par rapport aux paramètres et à leur dérivée première.

3ème étape : Utilisation de séries chiffrées et des méthodes de l'analyse statistique pour vérifier l'existence de ces liaisons et les expliciter quantitativement.

4ème étape : Extrapolation

L'extrapolation des régularités statistiques ainsi mises en évidence est légitime à une seule condition : c'est que la théorie élaborée au cours de la deuxième étape soit également applicable au passé et au futur. Cette condition est très restrictive en pratique. Elle exclut en effet les modèles linéaires auxquels il a été fait allusion ci-dessus, pour lesquels l'hypothèse de linéarité n'est pas une conséquence logique d'une représentation valable des comportements humains. Il est aussi aventureux d'extrapoler de telles relations que de prolonger une courbe par la tangente en un de ses points.

Telle est la méthode. Voyons maintenant comment elle s'applique à l'étude des demandes de plusieurs biens d'équipement concurrents.

Quelques remarques s'imposent :

1 - L'introspection théorique conduit à considérer la loi de demande globale d'un type d'appareil comme l'agrégation de lois de demande partielle correspondant à des consommateurs de comportement différent. Sans pousser l'analyse jusqu'à l'étude des lois de demande individuelle d'ailleurs inaccessibles à l'expérience, il faudrait diviser la clientèle en sous-ensembles plus homogènes (Particuliers, industriels, ...) dont on peut espérer que le comportement conservera une certaine régularité dans le temps.

2 - Les compteurs sont des biens indirects. Leur demande apparaît corrélativement à la demande d'autres biens qui sont l'objet d'un besoin direct des consommateurs, en l'occurrence eau, gaz, électricité. Une théorie correcte doit rendre compte de cette dépendance et introduire des paramètres caractéristiques des lois de demande des biens directs.

On aperçoit la complexité du modèle économétrique à établir. Pour le statisticien, cela signifie qu'il devra étudier de nombreuses corrélations d'ordre multiple. En la circonstance, cette étude était d'autant plus hasardeuse que l'information statistique était peu abondante et que l'éventualité d'une enquête auprès de la clientèle était à rejeter a priori.

C'est pourquoi on fut amené à concevoir l'analyse simplifiée dont quelques aspects sont décrits ci-dessous.

UNE HYPOTHÈSE SIMPLIFICATRICE : UTILITÉ = ÉCONOMICITÉ

Les compteurs n'occasionnent à leurs utilisateurs que des recettes et des dépenses exprimables en francs, à l'exclusion de tout autre satisfaction ou désagrément dont l'appréciation de la valeur est subjective. D'où l'idée de remplacer la mesure de l'utilité du produit par une mesure de sa rentabilité. Ceci revient à faire l'hypothèse suivante : le client placé devant un choix entre deux types d'appareils techniquement acceptables optera pour celui qui réalisera le comptage dans les conditions les plus économiques.

En fait, quand on regarde les choses de près, ce n'est pas évident. Il est utile de préciser la portée de cette hypothèse de travail.

1 - D'abord le concept de rentabilité ne bénéficie pas d'une définition universelle. Les critères de rentabilité utilisés par les praticiens sont nombreux, souvent arbitrairement choisis. Nous reviendrons un peu plus loin sur cette question.

2 - Le client n'a ni le temps, ni généralement le souci de faire l'analyse des charges et recettes à prévoir. La détermination des coûts de répartition et des pertes dues au rendement par exemple, demande des études complexes et des sources de documentation. A l'exception de quelques caractéristiques qui peuvent

donner lieu à des études rapides en laboratoire, le client procède à des estimations qui sont souvent très éloignées des performances réelles.

La lecture des revues techniques et des comptes rendus de congrès confirme ce point de vue. De ces analyses sortent des éléments de comparaison disparates, notions de sécurité d'exploitation, de frais d'entretien, de qualité de mesure, qui n'ont pas de dénominateur commun. Dans la synthèse qu'il en fait, l'acheteur apprécie mal l'importance relative des différents postes de dépenses; et il faut bien l'excuser puisque la publicité s'est précisément appliquée à introduire des erreurs de perspective qui mettent en valeur les caractéristiques les plus favorables.

3 - Il n'existe pas de produits pour lesquels les seuls critères de choix sont les critères de rentabilité. Le goût bien connu des ingénieurs pour les "belles solutions", les efforts accomplis actuellement dans le domaine de l'esthétique industrielle en sont autant de témoignages.

C'est pourquoi la définition d'un produit à partir de critères de rentabilité n'est valable que dans le cadre d'une politique commerciale plus vaste comprenant :

- une étude indépendante de l'étude économique tendant à adopter les caractéristiques de forme et de couleur aux tendances actuelles en matière d'esthétique industrielle.
- un effort d'information objective de la clientèle concernant la rentabilité relative des appareils concurrents.

QUELQUES ASPECTS ESSENTIELS DE L'ÉTUDE D'ÉCONOMICITÉ D'UN APPAREIL DE COMPTAGE

Les facteurs qui interviennent dans le calcul de l'économicité des compteurs sont les suivants :

- ceux qui sont connus exactement :
 - Prix d'achat
 - Erreurs de comptage
 - Pertes (pertes de charge, consommation propre).
- ceux qui dépendent de l'installation et dont on s'efforce de donner une représentation paramétrique simple :
 - Coût d'installation
 - Courbes de débit d'utilisation
 - Coût des pertes
 - Prix du fluide ou de l'énergie comptée.
- ceux qui sont aléatoires, dont on détermine les fonctions de répartition :
 - Réparation
 - Usure
 - Renouvellement
 - Dispersion de la fabrication

Ces facteurs ont été analysés et mesurés en utilisant des techniques familières aux lecteurs de cette revue (Sondage dans des fichiers, analyse de la variance; estimation de paramètre, ajustement).

Par contre, la phase suivante, qui a étudié comment ces facteurs se combinent (par exemple : erreurs de comptage variables avec le débit et courbes de débit, pertes de charges et coût de l'énergie) pour donner naissance à des flux de dépenses et de recettes, et comment ces flux peuvent se comparer et s'additionner, a présenté quelques difficultés qui sont maintenant exposées.

1 - Choix d'un objectif

Les cahiers des charges fixent généralement des limites, supérieures ou inférieures des erreurs de mesure, variant avec le débit. Sur un graphique portant en abscisse le débit et en ordonnée les erreurs sur la mesure de ce débit, la courbe du compteur doit se situer à l'intérieur d'une zone bien définie.

Quand la courbe de débit de l'utilisateur est connue, c'est-à-dire prévue avec assez de précision, on peut régler le compteur de façon telle que les erreurs se compensent. Mais il est également possible, tout en maintenant la courbe d'erreur dans la zone définie par le cahier des charges, de régler le compteur de façon à ce qu'il surcompte ou souscompte systématiquement.

Dès lors, les points de vue des distributeurs et des consommateurs, quant à l'économicité des compteurs sont contradictoires : certains distributeurs accueillent favorablement les constructeurs qui réalisent des décalages systématiques. Les consommateurs préféreront naturellement les compteurs qui prennent du retard. Or, la clientèle comprend des distributeurs et des consommateurs...

Pour trancher ce conflit, la tradition commerciale de la Compagnie a fait choisir le point de vue d'un arbitre impartial, c'est-à-dire des appareils de comptage dont la distribution des erreurs a une moyenne nulle. Mais il est essentiel de noter qu'aucune étude objective n'a déterminé si cette politique conduisait à la maximisation du profit de l'entreprise, critère absolu d'une bonne décision.

D'une façon générale, le choix de l'objectif est très important. L'arbre empêche souvent de voir la forêt. Par exemple, on améliore le compte d'exploitation d'un service de production, mais on met en difficulté les services financiers du siège social; quelques hypothèses un peu trop simplistes sur les charges financières occasionnées par les stocks y suffisent. Combien de calculateurs de séries dites économiques connaissent par exemple l'incidence fiscale dans les frais d'immobilisation, combien savent comment sont calculés les intérêts et agios suivant la nature du crédit ?

Inversement, si on adopte toujours le critère du plus grand profit de l'entreprise, on est amené à introduire dans le schéma d'un grand nombre de paramètres, par exemple un taux d'intérêt variable suivant l'état de la trésorerie, le coût marginal du crédit étant plus élevé au moment des échéances difficiles. L'introduction de telles considérations conduit rapidement à poser des problèmes qu'on est incapable de résoudre.

On touche ici à une difficulté de la recherche opérationnelle. La mise en équation complète du problème de l'entreprise est une opération insensée. Le chercheur sait, au plus, trouver la ou les solutions les plus favorables pour atteindre des objectifs partiels (augmenter la rentabilité des investissements, accélérer la rotation des stocks...). Il est plus que jamais nécessaire que la direction générale définisse ces sous-optimum qui fixent, pour les chercheurs, le cadre de leurs études, et pour les services d'exécution les conditions

de validité des conseils qui leur sont donnés par les groupes de recherche opérationnelle. En l'absence d'une politique clairement explicitée, l'entreprise devient une tour de Babel où cadres hiérarchiques et cadres fonctionnels ne peuvent collaborer.

2 - Choix du critère d'économicité

Les critères de rentabilité des investissements utilisés par les praticiens sont nombreux. Citons, parmi les plus couramment employés :

- différence du prix de revient de l'unité d'œuvre avant et après l'investissement
- temps d'amortissement du capital, qui doit être inférieur à 3, 5 ou 10 ans
- rapport du gain annuel réalisé sur le prix de revient, au capital immobilisé.

Ces critères sont fondés sur des notions intuitives. Il est certain qu'il est intéressant :

- d'abaisser le prix de revient
- d'amortir rapidement le matériel
- d'assurer un bon rendement du capital immobilisé.

Mais toutes ces méthodes sont critiquables; et il serait aisé de montrer sur des exemples, à quelles décisions erronées elles peuvent conduire. On peut en effet leur appliquer une ou plusieurs des remarques suivantes :

1 - Traiter à égalité des valeurs intervenant à des époques différentes; ce qui revient à négliger le taux d'intérêt de l'argent (cf. ci-dessous).

2 - Utiliser des lois d'amortissement arbitraires : par exemple l'amortissement fiscal en 10 ans par annuité constante, ce qui ne comprend pas les frais de financement et ne correspond pas généralement aux conditions d'utilisation.

3 - Ne pas être conforme à ce critère absolu de gestion optima qui est pour l'entreprise le plus grand profit, et pour un service public un certain concept d'intérêt général.

4 - Enfin, et cet argument est définitif, on peut leur reprocher d'être nombreuses, et, bien que ne s'excluant pas mutuellement, de conduire à des résultats contradictoires.

Il est donc nécessaire de construire un indicateur d'économicité permettant de choisir sans ambiguïté entre plusieurs solutions techniquement réalisables.

NOTION DE VALEUR ACTUELLE

Si i_n est le taux d'intérêt de l'argent placé actuellement et réalisable à l'échéance de n périodes (mois, années, ...) la valeur actuelle d'une somme A_n intervenant à l'époque n est : $A_0 = \frac{A_n}{(1 + i_n)^n}$. C'est aussi la somme qu'il faut placer maintenant au taux i_n pour obtenir A_n à l'époque n .

En effectuant ce genre de placement, nous manifestons notre indifférence dans le choix entre A_0 disponible immédiatement et A_n disponible au bout de n périodes. C'est dans ce sens que les valeurs A_0 et A_n intervenant respectivement, immédiatement et dans n périodes sont équivalentes. Nous pouvons donc, par l'intermédiaire des taux d'intérêts, affecter les sommes intervenant à différentes époques de coefficients qui les rendent comparables et additionnables. D'où le :

CRITÈRE D'ÉCONOMICITÉ D'UN COMPTEUR

Dans un choix entre plusieurs solutions techniquement réalisables d'un même problème de comptage, celle qui assure le plus grand profit est celle qui rend maximum la valeur actuelle des revenus nets futurs : (1)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_n - D_n}{(1 + i_n)^n}$$

R_n : recettes pendant la période n
 D_n : dépenses " " " "

Cette valeur constitue donc un indicateur d'économicité.

Le critère ci-dessus est applicable également pour un service public puisqu'il satisfait à ce critère d'intérêt général qui est la maximisation du rendement social (2)

Il suggère une règle d'or.

- En économie, l'avenir seul compte

et ses corollaires :

- sauf incidence fiscale particulière, l'investissement optimum ne dépend pas de la règle d'amortissement.

- Il est nécessaire de faire des prévisions :

Quand des prévisions s'avèrent très difficiles à obtenir, la plus mauvaise méthode est celle qui semble ne pas exiger leur explicitation. C'est la morale, à l'usage de l'économiste, de l'histoire de l'autruche qui se cache la tête sous l'aile.

CHOIX DES TAUX D'ACTUALISATION

Faute d'un marché financier concurrentiel, il s'applique en France bien des taux d'intérêt. Il faut s'efforcer de trouver celui qui s'applique le mieux au projet étudié. A titre d'indication, nous avons adopté 6%, quelles que soient les époques.

$$i_n = i = 6 \%$$

Exemple : Application du critère d'économicité à la comparaison de compteurs d'eau de même type mais de calibre différent. Recherche du calibre optimum.

Les facteurs qui interviennent sont : le prix du compteur et les pertes de charges.

Les paramètres sont :

D : calibre du compteur,

Q : débit moyen en m^3/R

e : prix de l'énergie

t : temps d'utilisation

ρ : rendement du groupe de pompage

i : taux d'intérêt

Formule de prix des compteurs.

Pour un type déterminé de compteurs, le prix est une fonction du calibre de la forme

$$P = \alpha D^3 + \gamma \quad \alpha, \gamma : \text{constantes}$$

(1) Précisons que ce critère n'est pas utilisable pour l'arbitrage entre plusieurs utilisations d'un même capital. Il faudrait alors utiliser un critère de rentabilité de l'argent. Cf. à ce sujet : Electricité de France. Essais de détermination d'un criterium de valeur des équipements (note bleue - déc. 1953).

(2) Cf. ALLAIS M. : A la recherche d'une discipline économique.

Pertes de charge :

Le réseau des courbes de pertes de charge a pour expression analytique :

$$\Delta p = \beta \frac{Q^2}{D^4} \quad \begin{array}{l} \Delta p : \text{perte de charge} \\ \beta : \text{constante} \end{array}$$

La puissance dépensée par les pertes de charge est :

$$Q \Delta p = \beta \frac{Q^3}{D^4}$$

La dépense d'énergie pendant le temps dt est

$$\frac{1}{p} \cdot Q \cdot \Delta p \cdot e \cdot dt = \frac{1}{p} \cdot \beta \cdot \frac{Q^3}{D^4} \cdot e \cdot dt$$

La valeur actualisée des dépenses d'énergie :

$$\frac{1}{p} \cdot \beta \cdot \frac{Q^3}{D^4} \cdot e \int_0^n \frac{1}{(1+i)^t} dt$$

Or

$$\theta = \int_0^n \frac{1}{(1+i)^t} dt = \frac{1}{(1+i)^t} \cdot \frac{1}{L \frac{1}{1+i}} \cong \left[\frac{-i}{(1+i)^t} \right]_0^n$$

$$\theta \cong \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

L'expression de l'indicateur d'économicité est :

$$V = \alpha D^3 + \gamma + \frac{\beta \cdot Q^3 \cdot \theta \cdot e}{p D^4}$$

V est minimum pour

$$\frac{dV}{dD} = 3 \alpha D^2 - \frac{4 \beta \cdot Q^3 \cdot \theta \cdot e}{p D^5} = 0$$

$$D = \sqrt[7]{\frac{4 \beta \cdot Q^3 \cdot \theta \cdot e}{3 \alpha \cdot p}}$$

3 - Introduction de valeurs aléatoires - Coût du risque

Dans une première approche du problème, on peut supposer que les dépenses et recettes futures sont connues exactement. Ceci n'est pas tellement restrictif puisqu'il est possible d'envisager différentes perspectives d'avenir et de voir quelle est leur influence sur le résultat.

Mais une meilleure approximation est obtenue en considérant certains paramètres pour ce qu'ils sont, c'est-à-dire des variables aléatoires, et cela d'autant plus que leur distribution de probabilité peut être déterminée. Le critère d'économicité doit être transformé pour y introduire des variables aléatoires. Généralement, on donne la préférence à la solution qui est la meilleure en moyenne ; en termes plus savants, on s'efforce de rendre maximum l'espérance mathématique de la valeur actuelle des revenus nets futurs... Et on est ramené à la solution précédente à condition de remplacer les valeurs certaines par les moyennes des distributions.

En effet, la fonction économique est linéaire par rapport aux variables aléatoires et :

$$E(ax + by + cz) = aE(x) + bE(y) + cE(z)$$

Utiliser cette condition de maximisation de l'espérance, équivaut dans cette étude à négliger les erreurs de comptage, nulles en moyenne, alors qu'elles sont déterminantes dans le choix que fait le client.

D'une façon plus générale, l'utilisation de la tactique du revenu moyen maximum conduit à la ruine avec une probabilité égale à 1 celui qui l'utilise pour des opérations répétées indéfiniment (1). C'est ce qui conduit les compagnies d'assurance à introduire dans leurs primes des chargements de sécurité.

Il faut donc faire intervenir dans les calculs la dispersion des distributions. Les théoriciens proposent deux modes d'attaque de ce genre de problème : la méthode de de FINETTI se propose de limiter le risque de ruine dans le cas d'opérations répétées. Les théories de VON NEUMAN insistent sur la dissymétrie existant entre les risques de gain et de perte (2).

Cette deuxième approche semblait plus conforme aux données de notre problème. Les coûts des erreurs aléatoires de comptage s'analysent en effet de la façon suivante : un jeu équitable est proposé à nos clients dont les valeurs des gains et pertes sont connues en probabilité. L'évaluation du risque ainsi encouru est essentiellement subjective. Si le client a un tempérament de joueur, c'est-à-dire qu'il aime le jeu en lui-même, le risque introduit une plus value. L'achat d'un appareil de comptage lui semblera une opération plus intéressante que la participation à des jeux non équitables; la loterie nationale, par exemple. Nos clients, services publics ou consommateurs d'eau, gaz et électricité, sont certainement d'un naturel plus prudent.

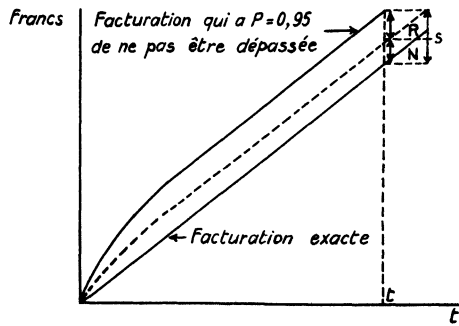
Il était impensable d'effectuer par une enquête une mesure de leur propension au risque. C'est pourquoi, partant de quelques considérations générales qui ne heurtent pas le bon sens, on a construit une représentation de la psychologie du risque, qui conduit à des calculs commodes. Ces considérations sont les suivantes :

- le consommateur attache plus d'importance à la surfacturation qu'à la sous-facturation (coefficient d'utilité : 1 et 0,25)
- il est prudent et désire limiter ses pertes.
- il considère qu'un très bon compteur a des erreurs normales : la valeur psychologique des pertes correspondantes est nulle.
- Les surfacturations n'étant jamais considérables, il attache la même valeur à toute erreur de un franc en plus de cette erreur normale.
- La surfacturation n'atteindra jamais en aucun cas des sommes considérables. Il pourra donc, dans son évaluation prévisionnelle, négliger celles qui n'ont qu'une probabilité 0,05 au plus d'être atteintes.

La représentation graphique de ce comportement est la suivante : Les courbes de facturation cumulées, qui sont des escaliers, sont schématiquement représentées par des courbes continues.

(1) Sur ce sujet, cf. par exemple : FELLER : An introduction to probability theory and its applications, chap.14.

(2) Sur ce sujet, cf : MASSE : Stratégies et décisions économiques - applications aux entreprises, chap.I, Editions du CNRS.



S : Surfacturation qui a $P = 0,95$ de ne pas être dépassée.

N : Surfacturation normale.

R : Surfacturation dont le risque est imposé au client.

R est une fonction quadratique du temps (en supposant que les erreurs successives sont indépendantes).

$(\Delta R)_t$ pour la période de facturation $t, t + \Delta t$ est fonction linéaire décroissante de $(\Delta R)_t = \alpha - \beta t$.

De même on peut obtenir une évaluation de la sousfacturation dont le risque est imposé

$$(\Delta T)_t = \gamma - \delta t$$

La valeur actuelle des inexactitudes de comptage est

$$\sum_{t=0}^{t=n} \frac{1}{(1+i)^t} \left[(\Delta R)_t - 0,25 (\Delta T)_t \right] \quad n : \text{nombre d'années de fonctionnement prévu.}$$

valeur qui peut désormais entrer dans l'indicateur d'économicité du compteur.

CONCLUSION

Si de cet exposé il ne faut retenir qu'une idée, ce sera celle-là : pour le spécialiste d'étude de marché comme pour le chercheur opérationnel, la difficulté essentielle n'est pas d'ordre technique : quantités d'organismes et d'ingénieurs-conseils sont prêts à lui venir en aide. La qualité de son travail dépend essentiellement de la manière dont il collabore avec lui ou ceux dont dépend la décision à prendre. Le choix de l'objectif à atteindre, le choix du critère, les fructueuses hypothèses simplificatrices prennent une valeur objective s'ils s'inscrivent dans une politique dont la réalisation mobilise la volonté de tous les membres de l'entreprise.

D'ailleurs ceci est inscrit dans l'histoire des sciences puisque le mot "recherche opérationnelle" a été créé pour désigner une certaine forme de collaboration fructueuse entre des savants et un général en chef.