REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

M. J. C. BASTIDE

Estimation et mesure du niveau acoustique continu équivalent

Revue de statistique appliquée, tome 36, nº 3 (1988), p. 5-14

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1988__36_3_5_0>

Rev. Statistique Appliquée, 1988, **XXXVI** (3), 5-14

ESTIMATION ET MESURE DU NIVEAU ACOUSTIQUE CONTINU ÉQUIVALENT

M. J.C. BASTIDE

Institut National de Recherche et de Sécurité
30, rue Olivier Nayer 75680 Paris cedex 14

avec la précieuse collaboration de
MM. J.J. BARBARA et P. TASSI

Le bruit compte parmi les nuisances industrielles les plus répandues. Ainsi l'enquête nationale sur les conditions de travail réalisée en 1984 révèle qu'un salarié sur cinq ne peut entendre à son poste de travail une personne qui lui parle normalement; un sur trente d'entre-eux souligne qu'il ne pourrait entendre même si son interlocuteur élevait la voix. Conséquence de cette exposition, les statistiques de l'année 1985 publiées par la Caisse nationale de l'assurance maladie dénombrent 1 269 surdités reconnues au titre des affections provoquées par les bruits et inscrites au tableau n° 42 des maladies professionnelles.

Face à cette situation et à l'intention d'en prévenir les risques, le décret du 10 décembre 1977 et la directive européenne du 12 mai 1986 font obligation pour les entreprises de plus de trois cents salariés de faire apparaître dans leur bilan social le nombre de ceux exposés, de façon régulière et habituelle à leur poste de travail, à des niveaux sonores moyens excédant quatre vingt cinq décibels pondérés A (85 dBA) ou cent quarante décibels crête (140 dB) en l'absence de pondération.

Le problème de l'évaluation de l'exposition au bruit et par voie de conséquence celui de la mesure ou de l'estimation du niveau acoustique continu équivalent qui la fonde sont donc très largement posés.

Mots clés : *Mesure des niveaux sonores, Exposition au bruit.*

1. Rappels : définitions et notations

N.B. La terminologie employée dans ce qui suit fait référence à l'ensemble des normes relatives au vocabulaire de l'acoustique et plus particulièrement à la norme NF X 06-902 relative à la statistique, vocabulaire des signaux aléatoires.

Le bruit est une vibration de l'air qui se propage et provoque une variation de sa pression. Cette variation de pression en général infime vis-à-vis de la pression atmosphérique est appelée pression acoustique et c'est à elle qu'est sensible notre appareil auditif.

Le niveau de pression sonore du bruit exprimé en décibels est mesuré à l'aide d'un sonomètre. Pour tenir compte de la subjectivité de l'ouïe humaine, cet appareil peut être muni d'un filtre de pondération A et les mesures s'expriment alors en décibels pondérés A (dBA).

Le niveau de pression sonore, dont nous noterons $L(t)$ la valeur instantanée, a pour expression :

$$L(t) = 10 \lg \left(\frac{p(t)}{p_0}\right)^2$$

où : $p(t)$ est la valeur instantannée de la pression acoustique
p_0 est la pression acoustique de référence ($2 \cdot 10^{-5}$ Pa).

Dans l'air, le niveau de pression acoustique est égal au niveau d'intensité acoustique, $10 \lg I/I_0$, où I_0 est l'intensité acoustique de référence ($I_0 = 10^{-12}$ w/m^2).

Afin de simplifier l'écriture nous noterons $V(t)$ la puissance rayonnée instantannée du bruit considéré soit :

$$V(t) = \left(\frac{p(t)}{p_0}\right)^2 = \frac{I}{I_0}.$$

Considérée à partir du niveau de pression sonore cette quantité s'exprimera indifféremment :

$$V(t) = 10^{L(t)/10}$$

ou

$$V(t) = \exp(\alpha L(t))$$

avec $\alpha = \dfrac{\operatorname{Log} 10}{10}$, dont une valeur approchée est $\alpha = 0,230$.

Le niveau acoustique continu équivalent ou Leq est défini pour une période de temps $[OT]$, généralement de 40 heures, comme le niveau global de la pression sonore d'un bruit permanent dui donnerait la même énergie acoustique que le bruit à caractère fluctuant observé au cours de cette période; soit donc :

$$\operatorname{Leq}(T) = 10 \lg \frac{1}{T} \int_0^T V(t)\,\mathrm{d}t \tag{1}$$

d'où :

$$\operatorname{Leq}(T) = \frac{1}{\alpha} \operatorname{Log} K(t) \tag{2}$$

avec

$$K(T) = \frac{1}{T} \int_0^T V(T)\,\mathrm{d}t\,. \tag{3}$$

Compte tenu de l'amplitude de la période d'observation, des contraintes liées à l'immobilisation des appareils de mesures et à une affectation optimale de ceux-ci, cette grandeur, caractéristique calculée du bruit étudié, devra être estimée. Cette estimation sera obtenue le plus souvent en transformant par la relation (2) un estimateur de la puissance rayonnée moyenne exprimée en (3). Le problème posé demeure alors essentiellement celui du choix de l'estimateur, du nombre et de la stratégie des observations à réaliser.

2. Estimation du niveau acoustique continu équivalent

a) Méthode d'échantillonnage du bruit

Divers estimateurs de la quantité $K(T)$ précédemment définie peuvent être élaborés à partir des méthodes classiques d'estimation d'une intégrale. Nous ne présenterons cependant ici que l'estimateur obtenu lors d'un échantillonnage des périodes d'observations (Δt_i) du bruit pour lesquelles est mesuré le niveau acoustique continu équivalent Leq_i.

L'énergie acoustique rayonnée au cours de la période (Δt_i).

$$V(\Delta t_i) = \int_{(\Delta t_i)} V(t)\,\mathrm{d}t$$

se déduit immédiatement de cette mesure (voir (1)) par la relation :

$$V(\Delta t_i) = 10^{\mathrm{Leq}_i/10}\,\Delta t_i\,.$$

Nous noterons donc $\mathcal{T} = (\Delta t_i)$ $(i = 1, N)$ une partition de l'intervalle de temps $[O, T]$ et π un plan de sondage défini sur $\mathcal{T}$ par les probabilités d'inclusion $\pi(t_i)$ strictement positives.

L'estimateur de Horvitz-Thompson de $K(T)$, associé au plan de sondage π, est sans biais et a pour expression

$$\widehat{K}_{\mathrm{HT}} = \frac{1}{T}\sum_i V(\Delta t_i)\frac{1}{\pi(t_i)}\mathbf{1}(t_i) \tag{4}$$

où : $\mathbf{1}(t_i)$ est la variable aléatoire indicatrice de l'appartenance à l'échantillon de l'élément (Δt_i) de $\mathcal{T}$.

La variance de cet estimateur dépend naturellement du plan de sondage π mis en œuvre.

Un contexte particulier intéressant pour l'étude est alors le suivant :

- $\mathcal{T}$ découpage à pas constant de la période $[O, T]$; $T = N \cdot \Delta t$
- π plan équiprobable sans remise de taille fixe n.

En notant φ l'échantillon obtenu des intervalles de temps associés aux mesures, il vient :

$$\widehat{K}_{\mathrm{HT}} = \frac{1}{T_0}\sum_{i\in\varphi} V(\Delta t_i) \tag{5}$$

et

$$\mathrm{Var}(\widehat{K}_{\mathrm{HT}}) = \frac{T - T_0}{T}\frac{1}{T_0}\cdot \Delta t \cdot \sigma^2(K(\Delta t)) \tag{6}$$

où

$$T_0 = \sum_i \Delta t_i$$

est la durée totale d'observation du bruit $(T_0 = n \cdot \Delta t)$

$$K(\Delta t) = \frac{1}{\Delta t}V(\Delta t)$$

est la puissance rayonnée moyenne au cours de la période (Δt)

et $$\sigma^2(K(\Delta t))$$

désigne la variance théorique des puissances rayonnées moyenne pour chacune des périodes d'observation de durée (Δt).

Remarque

Lorsque les périodes d'observation du bruit ont une durée Δt brève ou bien lorsque l'énergie acoustique rayonnée $V(\Delta t)$ au cours de la période (Δt) est obtenue par sommation de Riemman, on parlera de micro-échantillonnage du bruit.

b) Estimation bayesienne ou modélisation du bruit

Nota : le qualificatif bayesien n'est ici employé que pour son acception propre à la théorie des sondages.

L'estimateur précédemment présenté se situe dans le cadre d'une approche déterministe du bruit. Cependant le problème de l'acousticien, outre celui de la mesure, est lié à l'interprétation du niveau de bruit équivalent obtenu. En effet les mesures réalisées tel jour ou telle semaine de l'année doivent pouvoir, compte tenu des règlementations, s'interpréter comme des valeurs moyennes valides sur de plus longues périodes. Ceci amène à produire certaines hypothèses de régularité du phénomène étudié ou une modélisation du bruit telle que celle d'un processus aléatoire ergodique et stationnaire par exemple.

Compte tenu de la définition du niveau acoustique continu équivalent la modélisation la plus simple que l'on puisse formuler consiste dans le fait de considérer que les énergies acoustiques mesurées résultent d'un bruit stable; soit donc :

$$\left.\begin{array}{ll} & V(\Delta t) = K \cdot \Delta t + U(\Delta t) \\ \text{où :} & U(\Delta t) \text{ est un terme aléatoire tel que :} \\ \bullet & E(U(\Delta t)) = 0 \qquad \text{et } \mathrm{Var}(U(\Delta t)) = \Delta t \cdot \sigma^2 \\ \bullet & U(\Delta t),\ U(\Delta t') \text{ indépendants dès que} \\ & \text{les intervalles de temps } (\Delta t) \text{ et } (\Delta t') \text{ sont disjoints} \end{array}\right\} \quad \text{(M)}$$

Compte tenu de cette modélisation, les périodes d'observations (Δt_i) du bruit étant d'amplitudes variables et issues de la mise en œuvre d'un plan de sondage π, le meilleur estimateur de la puissance rayonnée moyenne du bruit $K(T)$ est alors celui des moindres carrés généralisés, soit :

$$\widehat{K}_B = \frac{1}{\sum_i \Delta t_i} \cdot \sum_i V(\Delta t_i). \tag{7}$$

Cette expression généralise celle obtenue en (5) pour l'estimateur de Horvitz-Thompson dans le cas d'un sondage élémentaire.

La variance de cet estimateur peut être calculée et vaut :

$$\mathrm{Var}(\widehat{K}_B) = \frac{1}{\left(\sum_i \Delta t_i\right)^2} \cdot \sum_i \mathrm{Var}(V(\Delta t_i))$$

c'est-à-dire :

$$\mathrm{Var}(\widehat{K}_B) = \frac{\sigma^2}{T_0} \qquad \text{avec } T_0 = \sum_i \Delta t_i \, .$$

Cette variance prend en compte deux causes d'erreurs aléatoires :

- l'une provenant du plan de sondage π mis en œuvre :

$$\sigma_e^2 = \frac{T - T_0}{T} \cdot \frac{\sigma^2}{T_0} \, .$$

Ce terme d'erreur est identifiable à celui obtenu en (6) dans le cas du sondage élémentaire. En effet, sous les hypothèses (M), il est aisé de vérifier que :

$$\mathrm{Var}(K(\Delta T)) = \frac{\sigma^2}{\Delta t}$$

et donc

$$\mathrm{Var}(\widehat{K}_{\mathrm{HT}}) = \frac{T - T_0}{T} \cdot \frac{\sigma^2}{T_0}$$

- l'autre, additive à la précédente, est associée à la formation même du modèle :

$$\sigma_B^2 = \frac{\sigma^2}{T} \, .$$

Cette erreur est celle qui résulterait d'une observation continue sur une période $[O, T]$ du bruit étudié.

Elle traduit le risque associé à l'hypothèse bayesienne ou encore au fait que les mesures sont effectuées le long d'une trajectoire particulière des niveaux sonores.

Cet estimateur $\widehat{K}_B$ de $K(T)$ est celui qui fonde le plus généralement l'estimation du Leq et cela pour les raisons suivantes :

- il est obtimal lorsque l'hypothèse bayesienne est vérifiée
- il conserve de bonnes propriétés et demeure en particulier asymptotiquement sans biais lorsque cette hypothèse n'est pas satisfaite
- la connaissance du plan de sondage π n'est pas nécessaire à sa mise en œuvre. Le plan des mesures à réaliser peut donc être laissé à la discrétion des opérateurs compte tenu des contraintes liées au terrain. Il demeure toutefois souhaitable que les mesures soient réparties sur toute la période du fait d'un risque d'erreurs d'échantillonnage importantes.

L'expression associée de l'estimateur du Leq est la suivante :

$$\widehat{\mathrm{Leq}}_B = 10 \lg \frac{1}{\sum_i \Delta t_i} \cdot \sum_i 10^{\mathrm{Leq}_i/10} \cdot \Delta t_i$$

où Leq_i est le niveau acoustique continu mesuré pour la période (Δt_i).

Remarque :

Si on note $1/\Delta t$ la vitesse d'acquisition de l'information sur les niveaux de pression sonore $L(t)$ et n le nombre de mesures effectuées au sonomètre de ceux-ci $(n = T_0/\Delta t)$, l'estimateur précédent pourra dans le cas d'un micro échantillonnage du bruit s'exprimer de la façon suivante :

$$\widehat{K}_B = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} V(t_j)$$

avec :

$$\text{Var}\,(\widehat{K}_B) = \frac{\sigma^2(V(t))}{n}$$

où $\sigma^2(V(t))$ est la variance des puissances rayonnées instantanées.

c) Estimation sous hypothèse gaussienne

Comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, le bruit est le plus souvent représenté sous la forme d'un processus aléatoire. Nous admettrons donc ici que le processus $V(t)$ est stationnaire et ergodique. La quantité $K(T)$ définie en (3) s'exprime alors comme la moyenne temporelle de ce processus dont on sait, sous ces hypothèses, qu'elle est identifiable à son espérance mathématique.

Nous admettrons de plus que le processus $L(t)$ des niveaux de pression sonore est lui-même stationnaire et gaussien de moyenne m et de variance σ^2.

Sous ces hypothèses le processus $V(t) = \exp(\alpha L(t))$ est Log gaussien d'où

$$K(T) = E(V(t))$$

$$K(T) = \exp\left(\alpha m + \frac{\alpha^2\sigma^2}{2}\right) .$$

Compte tenu de la relation (2) et de la valeur approchée retenue pour α $(\alpha = 0,230)$ on déduit la valeur du niveau acoustique continu équivalent :

$$\text{Leq}\,(T) = m + 0,115\,\sigma^2$$

Il est donc possible pour cette modélisation du bruit et sous réserve de l'hypothèse d'une distribution gaussienne des niveaux de pression sonore de formuler un nouvel estimateur du Leq (T) soit :

$$\widehat{\text{Leq}}_N(T) = \overline{L} + 0,115 \cdot S^2$$

avec $\overline{L}$ et S^2 estimateurs usuels des moyenne et variance des niveaux de pression sonore.

La variance de cet estimateur peut alors être aisément calculée puisque, s'agissant d'une distribution gaussienne, les estimateurs $\overline{L}$ et S^2 sont indépendants et de variance respective :

$$\mathrm{Var}(\overline{L}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad ; \quad \mathrm{Var}(S^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$$

où n est le nombre de mesures effectuées des niveaux de pression sonore instantanés.

d'où
$$\mathrm{Var}(\widehat{\mathrm{Leq}_N}) = \frac{\sigma^2}{n} + (0{,}115)^2 \cdot \frac{2\sigma^4}{n-1}.$$

Pour un examen plus précis de cet estimateur on peut se reporter à l'étude de MM. BENARD et CASTEL citée en bibliographie.

3. Dimensionnement des échantillons

Nota : Dans ce paragraphe et pour des raisons de commodités d'écriture, nous noterons indifféremment e^U ou $\exp(U)$ l'exponentielle de U.

Les estimateurs précédemment présentés de $K(T)$ sont asymptotiquement gaussiens. Il est donc possible de construire un intervalle de confiance asymptotique pour $K(T)$ de probabilité $1-\beta$. Nous nous référerons dans ce qui suit à l'estimateur $\widehat{K}_B$ qui demeure le plus communément utilisé et nous noterons $K_{\max}$ et $K_{\min}$ les bornes de l'intervalle de confiance obtenu. Celles-ci sont définies par :

$$K_{\max} = \widehat{K}_B + t_\beta(n-1)\,\sigma(\widehat{K}_B)$$
$$K_{\min} = \widehat{K}_B + t_\beta(n-1)\,\sigma(\widehat{K}_B)$$

Lors d'un micro-échantillonnage du bruit, ceci peut encore s'écrire :

$$K_{\max} = E(V) + t_\beta(n-1)\frac{\sigma(V)}{\sqrt{n}}$$

$$K_{\min} = E(V) - t_\beta(n-1)\frac{\sigma(V)}{\sqrt{n}}$$

où :

- n est le nombre équivalent des mesures réalisées des niveaux de pression sonore
- $t_\beta(n-1)$ est la valeur seuil dépassée avec probabilité $\beta/2$ par un T de Student à $n-1$ degrés de liberté.

De cet intervalle de confiance on déduit en transformant par la relation exprimée en (2) celui associé au Leq et dont les bornes sont respectivement :

$$L_{\max} = \frac{1}{\alpha}\,\mathrm{Log}\,K_{\max} \quad ; \quad L_{\min} = \frac{1}{\alpha}\,\mathrm{Log}\,K_{\min}.$$

Cet intervalle de confiance n'étant pas centré sur l'estimation du Leq, nous appellerons précision son étendue notée x :

$$x = L_{\max} - L_{\min}$$
$$x = \frac{1}{\alpha}\,\mathrm{Log}\,\frac{K_{\max}}{K_{\min}}$$

Chercher un niveau de précision x donné au seuil de probabilité $1-\beta$ fixé pour l'estimation du Leq (T) revient donc à satisfaire la relation suivante :

$$\frac{K_{\max}}{K_{\min}} \leq \mathrm{e}^{ax}$$

en notant $\gamma(V) = \dfrac{\sigma(V)}{E(V)}$, le coefficient de variation de puissances rayonnées instantanées cette inégalité s'écrit :

$$\frac{1 + t_\beta(n-1)\,\gamma(V)/\sqrt{n}}{1 - t_\beta(n-1)\,\gamma(V)/\sqrt{n}} \leq \mathrm{e}^{ax}\,.$$

La résolution de cette équation conduit alors à définir le nombre équivalent minimal de mesures nécessaires comme le plus petit entier n satisfaisant à l'inégalité :

$$t_\beta^2(n-1)\,\gamma^2(V)\left(\frac{\mathrm{e}^{ax}+1}{\mathrm{e}^{ax}-1}\right)^2 \leq n\,.$$

Il est possible à partir de cette relation d'élaborer, pour différents seuils de probabilité $1-\beta$, une table donnant le dimensionnement (nombre ou durée des observations) utile de l'échantillon à prélever compte tenu de la précision souhaitée et des caractéristiques du bruit observé. Un extrait d'une table au seuil $1-\beta = 95$ % est proposé ci-après. Notons encore qu'une table ainsi construite fut proposée dès 1975 par James C. Rock lors d'un congrès européen d'acoustique.

Remarque

Si les niveaux de pression sonore $L(t)$ suivent une loi de Gauss $N(m,\sigma)$, alors les puissances rayonnées $V(t)$ sont distribuées selon une loi Log-normale. Leur coefficient de variation $\gamma(V)$ s'exprime donc à partir de l'écart-type σ des niveaux de pression sonore selon la formule suivante :

$$\gamma(V) = \left(\exp(\alpha^2\sigma^2) - 1\right)^{1/2}$$

Tableau donnant le nombre de mesures à effectuer dans le cas d'un micro-échantillonnage des niveaux de pression sonore (Extrait de table au seuil $1-\beta = 95\ \%$)

Estimateur du niveau acoustique continu équivalent :

$$\mathrm{Leq} = 10 \lg \frac{1}{\sum_i \Delta t_i} \cdot 10^{\mathrm{Leq}_i/10} \cdot \Delta t_i$$

$\sigma(L)$	$\gamma(V)$	Etendue de l'intervalle de confiance $L_{\max} - L_{\min} = x$ dB					
		1	2	4	6	8	10
1	0,233	20	7	3	3	3	3
2	0,486	70	21	8	6	5	4
3	0,782	179	50	16	10	8	7
4	1,156	391	101	35	18	13	11
5	1,662	808	208	60	35	23	20
6	2,397	1680	432	120	75	45	40
7	3,526	3636	933	258	134	95	75
8	5,363	8410	2159	597	309	210	166
9	8,503	21141	5425	1499	776	527	415
10	14,132	58395	14985	4140	2142	1455	1147
Niveaux sonores gaussiens	Niveaux sonores non gaussiens	1,259	1,585	2,512	3,981	6,310	10
		$\frac{K_{\max}}{K_{\min}} = e^{\alpha x} \left(\alpha = \frac{\mathrm{Log}\,10}{10}\right)$					

La durée des observations s'obtient en multipliant leur nombre n par Δt, caractéristique temporelle du sonomètre utilisé.

- $\sigma(L)$: écart type des niveaux de pression sonore (cas gaussien)
- $\gamma(V)$: coefficient de variation des puissances rayonnées (cas non gaussien).

Nota : La précision de l'appareil de mesure utilisé est additive à celle indiquée de l'estimateur.

Exemple d'utilisation de la table

1) Soit un bruit possédant une distribution gaussienne des niveaux de pression sonore d'écart type $\sigma(L) = 4$ dB; la détermination, avec une précision $x = 1$ dB, du Leq associé nécessitera alos la réalisation de 391 mesures de ces niveaux.

2) Soit un bruit dont la distribution des niveaux de pression sonore est non gaussienne et possédant un coefficient de variation des puissances rayonnées $\gamma(V) = 2,397$; la détermination, avec une précision $x = 2$ dB, du Leq associé nécessitera alors 432 mesures des niveaux de pression sonore.

Bibliographie

[1] BÉNARD et CASTEL (Mars 1987). — L'évaluation du niveau quotidien d'exposition sonore par une technique de micro-échantillonnage et sa validation expérimentale en milieu industriel. *Préventique*, n° 13.

[2] C. GOURIEROUX (1981). — Théorie des sondages. *Economica.*

[3] INRS (1987). — Dossier Bruit. Editions INRS ED 696.

[4] Ministère du Travail, de l'emploi et de la formation professionnelle (1985). Bilan en 1984 des Conditions de travail. Documentation Française.

[5] J.C. ROCK (1975). — On the evaluation of hazardous noise environments. Dans : *Recueil des communications du 1^er^ congrès européen d'acoustique*, 29-9 au 14.10.1975 (Fase 1975). Lannion, GALF, département "Etudes et techniques acoustiques", pp.605-610.

[6] E. ROUBINE (1970). — *Introduction à la théorie de la communication*, tome II, Signaux aléatoires. Masson et Cie.

Textes officiels et normatifs :

Arrêté du 12 août 1975 : Méthode de mesure des niveaux sonores en milieu de travail en vue de la protection de l'audition — JO du 12 octobre 1975.

Le bilan social. Textes d'intérêt général, n° 77-235 — JO du 10 décembre 1977.

Directive n° 86/188/CEE du Conseil des communautés européennes du 12 mai 1986 : Protection des travailleurs contre les risques dus à l'exposition du bruit pendant le travail — J.O.C.E., n° L.137 du 24 mai 1986.

Norme NF S 31-084 : Méthode de mesurage des niveaux sonores en milieu de travail en vue de l'élaboration du niveau d'exposition sonore quotidienne des travailleurs — AFNOR Août 1987.