RENDICONTI
del
SEMINARIO MATEMATICO
della
UNIVERSITÀ DI PADOVA

ANTONIO CLAUDIO GRIOLI

Sulla propagazione di onde di accelerazione in un continuo di Cosserat con rotazioni vincolate

Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, tome 63 (1980), p. 319-329

<http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1980__63__319_0>

Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, Vol. 63 (1980)

Sulla propagazione di onde di accelerazione in un continuo di Cosserat con rotazioni vincolate.

Antonio Claudio Grioli (*)

Considero un solido poco deformabile di Cosserat con rotazioni vincolate, lineare, omogeneo e isotropo rispetto alla configurazione di riferimento, supposta di equilibrio naturale, con lo scopo di studiarvi la propagazione di onde di accelerazione.

Come è ben noto il sistema differenziale delle equazioni dinamiche si può ridurre ad un sistema di equazioni ciascuna del quarto ordine, nelle sole componenti dello spostamento, ma nel presente studio ho evitato di fare uso di una tale rappresentazione analitica per evitare le notevoli complicazioni formali che si presentano nella teoria delle discontinuità iterate al crescere dell'ordine di derivazione.

Scartato volutamente il caso che le accelerazioni siano continue attraverso il fronte d'onda [1], trovo che sono possibili sia onde trasversali che longitudinali, propagantesi entrambe con velocità costante, ma diversa tra loro. Nel caso di onde longitudinali questa è la medesima di quella che si trova per i continui elastici lineari senza struttura.

La propagazione avviene per raggi rettilinei e onde parallele e l'ampiezza delle discontinuità decade al crescere dell'ascissa curvilinea lungo i raggi di propagazione. Soltanto per quei valori di tale ascissa, certamente finiti (se vi sono), per cui la curvatura media del fronte

(*) Indirizzo dell'A.: Seminario Matematico, Università - Via Belzoni 7 - 35100 Padova.

Lavoro eseguito nell'ambito dei gruppi di ricerca matematica del C.N.R.

[1] Lo studio di onde di discontinuità in un continuo di Cosserat con rotazioni vincolate, con derivate discontinue a partire dal quarto ordine è stato fatto in [1].

d'onda tende all'infinito, l'ampiezza delle discontinuità diverge. Ciò può interpretarsi col supporre che in tale situazione sorgano delle onde d'urto, ma certamente la linearizzazione del problema non appare in tal caso legittima.

1. Premesse cinematiche.

Si riferisca lo spazio ambiente tridimensionale a una terna trirettangola levogira $(0x_i)$ e si consideri in esso una superficie mobile σ_t di equazioni parametriche $x_i = x_i(\xi_1, \xi_2, t)$, dotata di piano tangente e orientata nel senso di avanzamento, di normale $\boldsymbol{N} = (N_i)$.

Sia $\varphi(x_i, t)$ una funzione continua con le sue derivate parziali in tutto lo spazio, tranne che su σ_t, nell'attraversamento della quale presenta, assieme alle sue derivate, delle discontinuità di prima specie.

Denoterò con una parentesi quadra le discontinuità attraverso σ_t, col punto la derivazione parziale rispetto al tempo, con la virgola la derivazione rispetto alle x_i, con una sbarretta la derivazione covariante sulla superficie, rispetto alle ξ_Δ (²).

Sono note le relazioni (³):

$$[\varphi_{,k}] = BN_k + [\varphi]_{/\Delta} x_k^\Delta \qquad [\dot\varphi] = -BV + \frac{\delta[\varphi]}{\delta t} \qquad B = [\varphi_{,h} N_h]. \tag{1.1}$$

Se $[\varphi] = 0$ valgono altresì le:

$$\begin{aligned} &[\varphi_{,hk}] = CN_hN_k + (x_h^\Delta N_k + x_k^\Delta N_h)B_{/\Delta} - x_{h\Delta} x_{k\Gamma} b^{\Delta\Gamma}, \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad C = [\varphi_{,hk} N_h N_k], \\ &[\dot\varphi_{,h}] = \left(-VC + \frac{\delta B}{\delta t}\right) N_h - (BV)_{/\Delta} x_h^\Delta, \\ &[\ddot\varphi] = CV^2 - 2V \frac{\delta B}{\delta t} - B \frac{\delta V}{\delta t}. \end{aligned} \tag{1.2}$$

(²) Nel seguito si intenderà che le lettere greche varino da 1 a 2, mentre gli indici latini da 1 a 3. Gli indici greci possono essere innalzati o abbassati mediante l'uso sistematico del tensore metrico su σ_t, $a^{\Delta\Gamma} = x_h^\Delta x_h^\Gamma$, mentre la posizione degli indici latini è indifferente poichè essi si riferiscono a coordinate cartesiane ortogonali.

(³) È ben noto che nel caso linearizzato qui considerato, la derivazione rispetto alle coordinate dei punti dello stato attuale si confonde con quella

Nelle (1.1), (1.2) V denota la velocità di avanzamento normale di σ_t, $b^{\Delta\Gamma}$ è il tensore della seconda forma fondamentale sulla superficie, soddisfacente le:

$$b^{\Delta\Gamma} = x_k^{/\Delta\Gamma} N_k = -x_k^{\Delta} N_k^{/\Gamma}, \qquad N_{k/\Delta} = -x_{k\Gamma} b_{\Delta}^{\Gamma} \tag{1.3}$$

e $\delta/\delta t$ è l'operatore dato da:

$$\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + V N_h \frac{\partial}{\partial x_h}. \tag{1.4}$$

Per una funzione $f(x_i, t)$, continua ovunque con le sue derivate parziali prime, ma le cui derivate di ordine superiore o uguale a due presentano discontinuità di prima specie nell'attraversamento di σ_t, facendo uso delle (1.1) e (1.2) si ottiene con qualche calcolo:

$$\begin{aligned} [f_{,rsi}] &= D N_r N_s N_i + C_{/\Delta}(x_r^{\Delta} N_s N_i + x_s^{\Delta} N_i N_r + x_i^{\Delta} N_r N_s) - \\ &\qquad - C(x_r^{\Delta} x_s^{\Gamma} N_i + x_s^{\Delta} x_i^{\Gamma} N_r + x_i^{\Delta} x_r^{\Gamma} N_s)\, b_{\Delta\Gamma}, \\ [\dot{f}_{,rs}] &= -V D N_r N_s - V(x_r^{\Delta} N_s + x_s^{\Delta} N_r) C_{/\Delta} + \\ &\qquad + V C x_{r\Delta} x_{s\Gamma} b^{\Delta\Gamma} + \frac{\delta}{\delta t}(C N_r N_s), \\ [\ddot{f}_{,r}] &= V^2 D N_r + V^2 C_{/\Delta} x_r^{\Delta} - 2V \frac{\delta(C N_r)}{\delta t} - C N_r \frac{\delta V}{\delta t}, \\ [\dddot{f}\,] &= -V^3 D + 3V^2 \frac{\delta C}{\delta t} + 3VC \frac{\delta V}{\delta t}, \end{aligned} \tag{1.5}$$

con:

$$D = [f_{,rsi} N_r N_s N_i], \qquad C = [f_{,rs} N_r N_s].$$

Particolarmente utile riuscirà nel seguito la particolarizzazione delle varie relazioni stabilite nel caso di V costante. In tal caso, come è noto, si ha propagazione per onde parallele e raggi rettilinei e ortogo-

rispetto alle coordinate dei punti dello stato di riferimento. Analogamente la derivazione materiale rispetto al tempo si confonde con quella parziale.

Ne segue che il parametro V che compare nelle (1.1), (1.2) può anche essere interpretato come velocità di propagazione rispetto al continuo, e come tale lo considererò nel seguito.

nali a σ_t; N è dunque costante lungo ogni raggio e, detta s l'ascissa curvilinea della generica faccetta lungo il generico raggio di propagazione, segue:

$$s = Vt \tag{1.6}$$

e la (1.4) diviene:

$$\frac{\delta}{\delta t} = V \frac{d}{ds}. \tag{1.7}$$

Di conseguenza le (1.5) divengono:

$$\begin{aligned}
[\dot{f}_{,rs}] &= -VDN_rN_s - V(x_r^{\Delta} N_s + x_s^{\Delta} N_r)C_{/\Delta} + \\
&\qquad + VCx_{r\Delta}x_{s\Gamma}b^{\Delta\Gamma} + V\frac{dC}{ds}N_rN_s, \\
[\ddot{f}_{,r}] &= V^2DN_r + V^2C_{/\Delta}x_r^{\Delta} - 2V^2\frac{dC}{ds}N_r, \\
[\dddot{f}\,] &= -V^3D + 3V^3\frac{dC}{ds}.
\end{aligned} \tag{1.8}$$

2. Velocità delle onde trasversali.

Si consideri un continuo di Cosserat con rotazioni vincolate, sottoposto cioè al vincolo anolonomo che le rotazioni di ogni elemento nel passaggio dalla configurazione attuale ad una vicinissima, sia proprio quella dovuta al corrispondente spostamento. Nel caso linearizzato, che qui considero, tale vincolo si traduce nella relazione:

$$q_r = \tfrac{1}{2} e_{rlm} u_{m,l} \tag{2.1}$$

ove $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{q}$ denotano i vettori spostamento e rotazione nel passaggio dalla configurazione di riferimento a quella attuale e e_{rlm} è il tensore di Ricci.

Si scelga come configurazione di riferimento una configurazione di equilibrio naturale e si supponga che in essa il continuo sia omogeneo e isotropo. È noto che per un continuo di tale specie, dette t_{rs} e ψ_{rs} le matrici che caratterizzano lo stress e le coppie di contatto, solo la parte simmetrica dello stress è determinata dal potenziale termodinamico e si ha:

$$
(2.2)\qquad \begin{aligned} t_{\underset{\smile}{rs}} &= \lambda u_{h,h}\delta_{rs} + \mu(u_{r,s} + u_{s,r}) \\ \psi_{rs} &= \beta q_{r,s} + \gamma q_{s,r} = \tfrac{1}{2}(\beta e_{rlm} u_{m,ls} + \gamma e_{slm} u_{m,lr}) \end{aligned}
$$

ove, λ, β, γ sono delle costanti strutturali soddisfacenti alle condizioni:

$$
3\lambda + 2\mu > 0\ , \quad \mu > 0; \qquad -\lambda < \beta < \gamma\ , \quad \gamma > 0\ .
$$

La parte antisimmetrica dello stress ha carattere di reazione vincolare ed è determinata dalle equazioni dinamiche; essa potrà rappresentarsi col vettore:

$$
(2.3)\qquad T_r = e_{rlm} t_{lm}\ , \qquad t_{\underset{\sqcup}{lm}} = \tfrac{1}{2} e_{rlm} T_r
$$

Avendo di mira lo studio di onde di accelerazione, supporrò che, attraverso σ_t sia:

$$
(2.4)\qquad [u_r] = [\dot{u}_r] = [u_{r,s}] = 0\ .
$$

Inoltre, posto:

$$
[u_{r,sh} N_s N_h] = U_r
$$

dalle (1.1), (1.2), tenuto conto delle (2.4) segue:

$$
(2.5)\qquad [u_{r,lm}] = U_r N_l N_m\ , \quad [\dot{u}_{r,l}] = -V U_r N_l\ , \quad [\ddot{u}_r] = V^2 U_r\ .
$$

In base alle (2.2), (2.4) si riconosce come conseguenza delle equazioni cardinali, che mentre lo sforzo attraverso σ_t è continuo, lo stesso non accade per il momento delle coppie di contatto, dato che $\dot{q}_r$ dipende dalle derivate seconde dello spostamento che sono generalmente discontinue sul fronte d'onda. Si ha ([4]):

$$
(2.6)\qquad [t_{\underset{\sqcup}{sr}}] N_s = 0\ , \quad [\psi_{sr}] N_s + \varrho j V [\dot{q}_r] = 0
$$

ove ϱ denota la densità e j è una costante strutturale tale che jq rappresenti la densità di momento della quantità di moto intrinseco.

([4]) Vedi ad esempio [4] pag. 545 e seg.:

Tenuto conto delle (2.3) le equazioni dinamiche assumono la forma (5):

$$\begin{aligned} &t_{sr,s} + \tfrac{1}{2} e_{lsr} T_{l,s} = \varrho(\ddot{u}_r - F_r)\,, \\ &\psi_{sr,s} + T_r = \varrho(j\ddot{q}_r - M_r)\,. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Le (2.6), tenuto conto di (2.1), (2.3), (2.4), (2.5), divengono:

$$e_{hrs}[T_h]N_s = 0\,, \qquad (\gamma - \varrho j V^2) e_{rlm} N_l U_m = 0\,. \tag{2.8}$$

Dalla $(2.8)_1$ segue il parallelismo di $[T_h]$ ed N:

$$[T_h] = ZN_h$$

mentre dalla $(2.8)_2$ segue o il parallelismo di $\boldsymbol{U}$ ed $\boldsymbol{N}$ o l'annullarsi di $\gamma - \varrho j V^2$. In questa seconda eventualità si ha:

$$V^2 = \frac{\gamma}{\varrho j}\,. \tag{2.9}$$

La (2.9), tenuto conto della supposta omogeneità del solido, mostra la costanza della velocità di propagazione. Posto allora:

$$[u_{r,shk} N_s N_h N_k] = U'_r$$

dalle $(1.5)_1$, (1.8), (2.4) si ottiene:

$$\begin{aligned} [u_{l,rsi}] &= U'_l N_r N_s N_i + U_{l/\Delta}(x^\Delta_r N_s N_i + x^\Delta_s N_i N_r + x^\Delta_i N_r N_s) - \\ &\qquad - U_l(x^\Delta_r x^\Gamma_s N_i + x^\Delta_s x^\Gamma_i N_r + x^\Delta_i x^\Gamma_r N_s) b_{\Delta\Gamma}\,, \\ [\dot{u}_{l,rs}] &= -V U'_l N_r N_s - V(x^\Delta_r N_s + x^\Delta_s N_r) U_{r/\Delta} + \\ &\qquad + V U_l x_{r\Delta} x_{s\Gamma} b^{\Delta\Gamma} + V \frac{dU_l}{ds} N_r N_s\,, \\ [\ddot{u}_{l,r}] &= V^2 U'_l N_r + V^2 U_{l/\Delta} x^\Delta_r - 2V^2 \frac{dU_l}{ds} N_r\,, \\ [\dddot{u}_l] &= -V^3 U'_l + 3V^3 \frac{dU_l}{ds}\,. \end{aligned} \tag{2.10}$$

(5) Nei secondi membri delle (2.7) si è potuto sostituire la derivazione parziale rispetto al tempo alla derivazione totale per i motivi esposti nella nota (3).

Facendo uso delle (2.10) e indicando con K la curvatura media di σ_t data da:

$$K = \tfrac{1}{2} b^{\Delta}_{\Delta}$$

da $(2.7)_2$ nell'ipotesi di continuità delle forze e coppie di massa, si deduce:

$$\gamma e_{rlm}\left(\frac{dU_m}{ds} - KU_m\right)N_l + ZN_r = 0\,. \tag{2.11}$$

La (2.11) consta di due termini fra loro ortogonali. Se ne deduce:

$$Z = 0\,, \qquad \frac{dU_{\Delta}}{ds} - KU_{\Delta} = 0 \tag{2.12}$$

dove ho indicato con U_{Δ} $(\Delta = 1, 2)$ le componenti su σ_t del componente di $\boldsymbol{U}$ tangente a σ_t.

Tenuto conto della relazione, valida per una famiglia di superfici parallele:

$$K = \frac{K_0 - H_0 s}{1 - 2K_0 s + H_0 s^2} \tag{2.13}$$

ove K_0 e H_0 rappresentano i valori iniziali della curvatura media e della curvatura gaussiana di σ_t, $(2.12)_2$ porge:

$$U_{\Delta} = \frac{U^0_{\Delta}}{\sqrt{|1 - 2K_0 s + H_0 s^2|}} \tag{2.14}$$

ove con U^0_{Δ} si è indicato il valore iniziale di U_{Δ}.

Tenuto conto del parallelismo di $[\boldsymbol{T}]$ ed $\boldsymbol{N}$, facendo uso di (1.1) e $(1.3)_2$, si ricava:

$$[T_{r,s}] = Z'_r N_s + Z_{/\Delta} N_r x^{\Delta}_s - Z x^{\Gamma}_r x^{\Delta}_s b_{\Gamma\Delta}\,, \quad Z'_r = [T_{r,s} N_s]\,. \tag{2.15}$$

Da $(2.7)_1$, tenuto conto di (2.12) e (2.15) segue:

$$(\lambda + \mu)\,\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{N} N_r + (\mu - \varrho V^2)\,U_r + \tfrac{1}{2} e_{lsr} Z'_l N_s \tag{2.16}$$

che, saturata con N_r, porge:

$$(\lambda + 2\mu - \varrho V^2)\,\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{N} = 0\,. \tag{2.17}$$

Tenuto conto di (2.9), da (2.17) si vede che in generale deve essere:

$$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{N} = 0$$

e quindi l'onda è puramente trasversale. Soltanto nel caso che le costanti costitutive soddisfino la condizione:

$$\frac{\gamma}{j} = \lambda + 2\mu \tag{2.18}$$

la (2.17) può essere soddisfatta con $\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{N} \neq 0$ e può aversi un'onda mista.

In ogni caso proiettando (2.16) su σ_t si determina il componente trasversale di $\boldsymbol{Z}'$.

3. Velocità delle onde longitudinali.

Determinati così i vettori caratteristici della parte trasversale dell'onda, ove essi siano diversi da zero, studio il caso in cui l'onda sia longitudinale.

Non si deve più necessariamente suppore $V^2 = \gamma/\varrho j$, ma:

$$\boldsymbol{U} = U\boldsymbol{N}\,. \tag{3.1}$$

In base a (2.4), (2.5), (2.15), la $(2.7)_1$ porge:

$$(\lambda + 2\mu - \varrho V^2)\, UN_r + \tfrac{1}{2} e_{srm}(Z_{/\Delta} x^{\Delta}_s N_m + Z'_m N_s) = 0\,. \tag{3.2}$$

Poichè (4.2) consta di due termini fra loro ortogonali, escludendo il caso $U = 0$ che corrisponde ad accelerazione continua attraverso σ_t, essa implica:

$$V^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\varrho}\,, \qquad e_{srm}(Z_{/\Delta} x^{\Delta}_s N_m + Z'_m N_s) = 0\,. \tag{3.3}$$

Da $(3.3)_1$, nelle condizioni di omogeneità supposte, si deduce la costanza della velocità di propagazione, (che coincide con quella delle onde longitudinali dei continui classici) anche nel caso longitudinale.

Valgono dunque ancora le (2.10) e dalla $(2.7)_2$ segue:

$$\tag{3.4} \tfrac{1}{2} e_{rlm}(\gamma - \varrho j V^2)(U'_m N_l + U_{/\Delta} N_m x_l^\Delta) + Z N_r = 0 .$$

Da (3.4) si deduce:

$$\tag{3.5} (\gamma - \varrho j V^2) e_{rlm}(U'_m N_l + U_{/\Delta} N_m x_l^\Delta) = 0 , \qquad Z = 0$$

la seconda delle quali mostra che, anche nel caso di onde longitudinali, nell'attraversamento di σ_t anche la parte emisimmetrica dello stress si mantiene continua. Da $(3.3)_2$ segue allora il parallelismo di $\boldsymbol{Z}'$ ad $\boldsymbol{N}$.

Nel caso generale che non valga (2.18), la (3.5) determina la parte trasversale di $\boldsymbol{U}'$.

4. Decadimento delle discontinuità nel caso longitudinale.

Identificando nelle (1.2) φ con T_r e tenendo conto del parallelismo di $\boldsymbol{Z}'$ ed $\boldsymbol{N}$ e della costanza di V, si deduce:

$$\tag{4.1} \begin{gathered} [\dot{T}_{r,s}] = - V Z''_r N_s + V \left(\frac{dZ'}{ds} N_s - x_s^\Delta Z'_{/\Delta}\right) N_r + V Z' x_{r\Delta} x_{s\Gamma} b^{\Delta\Gamma} , \\ Z''_r = [T_{r,si} N_s N_i] . \end{gathered}$$

Per determinare l'evoluzione della funzione $U(s)$, caratteristica delle discontinuità di accelerazione, è sufficiente derivare la prima delle (2.7) rispetto al tempo e considerare le relazioni tra le discontinuità attraverso σ_t che essa implica, dopo aver supposto per semplicità nulla la forza di massa, nonostante la sua considerazione non presenti particolari difficoltà.

Conviene a questo punto osservare che la linearizzazione del problema, dovuta alla presupposta piccola deformabilità del solido, implica che, nonostante $\dot{\varrho}$ sia discontinuo attraverso σ_t, possa trascurarsi il salto del prodotto $\dot{\varrho}\ddot{u}_r$ poichè infinitesimo di ordine superiore [6].

[6] Per convincersene basta osservare che dall'equazione di continuità segue $\dot{\varrho} = - \varrho v_{h,h}$ e che quindi $\dot{\varrho}$ è dello stesso ordine di $\ddot{u}_r$ per cui il loro prodotto è di ordine superiore.

Facendo uso delle (2.10) e (4.1), dopo qualche calcolo si ottiene:

$$\left\{(\lambda + 2\mu - 3\varrho V^2)\frac{dU}{ds} - (\lambda+\mu)\,U'_l N_l + 2(\lambda+2\mu)\,UK\right\} VN_r + \tag{4.2}$$
$$+ (\varrho V^2 - \mu)\,VU'_r - V(\lambda+\mu)\,U_{/\Delta}x_r^{\Delta} + \frac{1}{2}e_{rsm}(Z''_m N_s + Z'_{\Delta}x_s^{\Delta}N_m) = 0\,.$$

Saturando (4.2) successivamente con N_r e $x_{r/\Gamma}$, tenuto conto di (3.3), si ottiene:

$$(4.3)\quad \begin{aligned} &\frac{dU}{ds} - UK = 0\,,\\ &(\lambda+\mu)(U'_r x_{r\Gamma} - U_{/\Gamma}) + \frac{1}{2}e_{rsm}x_{r\Gamma}(Z''_m N_s + Z'_{\Delta}x_s^{\Delta}N_m) = 0\,, \end{aligned}$$

$(4.3)_1$ è del tipo di $(2.12)_2$ ed integrata porge:

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{|1 - 2K_0 s + H_0 s^2|}}\,. \tag{4.4}$$

5. Conclusione.

Si può dunque concludere che in un solido elastico poco deformabile, linearizzato, omogeneo ed isotropo, soggetto a rotazioni vincolate, sono possibili onde di accelerazione sia longitudinali che trasversali, propagantesi entrambe con velocità costante, ma differente nei due casi.

In entrambi i casi la legge di evoluzione delle discontinuità è dello stesso tipo e fa sì che esse decadano tendendo ad estinguersi al tendere dell'onda all'infinito.

Soltanto quando l'ascissa s tende ad uno zero del polinomio sotto radice in (4.4), o in (2.14), l'ampiezza delle discontinuità di accelerazione diverge, ma in tal caso la curvatura media del fronte d'onda tende all'infinito e l'onda va sempre più concentrandosi (7); tale situa-

(7) Se i valori iniziali della curvatura media e di quella gaussiana soddisfano la condizione $K_0^2 - H_0 < 0$ il polinomio non ammette zeri nel campo reale e tale circostanza non può mai verificarsi.

zione può interpretarsi allora col supporre che le onde di accelerazione tendano a divenire onde d'urto, ma certamente la linearizzazione del problema non appare in tal caso legittima.

BIBLIOGRAFIA

[1] T. RUGGERI, Atti Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, **131** (1972-73).

[2] T. Y. THOMAS, Journal of Mathematics and Mechanics, **6** (1957).

[3] P. J. CHEN, *Growth and decay of waves in solids*, Handbuch der Physik, Band IV a.

[4] C. TRUESDELL - R. TOUPIN, *The classical field theories*, Handbuch der Phisik, vol. III.

[5] R. M. MINDLIN - H. F. TIERSTEN, *Effects of couple. Stresses in linear elasticity*, Arch. for Rat. Mech. and Analysis, **11**, no. 5 (1962).

[6] J. L. ERICKSEN, *Tensor fields*, Handbuch der Physik, vol. III.

[7] G. GRIOLI, *Linear micropolar media with constrained rotations*, International Centre for Mechanical Sciences, Udine, 1974, Springer-Verlag.

Pervenuto in redazione l'11 dicembre 1979.