JEAN-MICHEL BONY

Résolution des conjectures de Calderón et espaces de Hardy généralisés

Astérisque, tome 92-93 (1982), Séminaire Bourbaki,
exp. n° 591, p. 293-300
<http://www.numdam.org/item?id=SB_1981-1982__24__293_0>

Séminaire BOURBAKI
34e année, 1981/82, n° 591 Juin 1982

RÉSOLUTION DES CONJECTURES DE CALDERÓN ET ESPACES DE HARDY GÉNÉRALISÉS

[d'après R. Coifman, G. David, A. McIntosh, Y. Meyer]

par Jean-Michel BONY

1. Opérateurs et noyaux de Calderón-Zygmund

Les conjectures de Calderón sont relatives à la continuité sur L^2 d'une classe de noyaux singuliers, et notamment de l'intégrale de Cauchy sur une courbe lipschitzienne. Nous commençons par la définition suivante.

DÉFINITION 1.1.— *Une fonction localement lipschitzienne* $K(x,y)$ *, définie dans le complémentaire de la diagonale de* $\mathbb{R}^n$ *, est un noyau de Calderón-Zygmund si elle vérifie les trois propriétés suivantes :*

(1.1) $$K(x,y) \leq \mathrm{Cte}\,|x-y|^{-n}$$

(1.2) $$\mathrm{Sup}\left\{\frac{\partial K}{\partial x_j}(x,y), \frac{\partial K}{\partial y_j}(x,y)\right\} \leq \mathrm{Cte}(x-y)^{-n-1} \text{ presque partout,}$$

(1.3) *Il existe un opérateur* T *(dit aussi de Calderón-Zygmund) borné sur* L^2 *, tel que, pour* $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ *et* x *n'appartenant pas au support de* f *, on ait*

$$Tf(x) = \int K(x,y)f(y)dy .$$

Pour un opérateur de convolution $K(x,y) = k(x-y)$ impair, (1.1) et (1.2) impliquent (1.3), mais il n'en est rien dans le cas général, même pour K antisymétrique.

On exige souvent, à la place de (1.3), la continuité L^2 de l'opérateur $T = \mathrm{v.p.}K = \lim T_\varepsilon$

(1.4) $$T_\varepsilon f(x) = \int_{|x-y|\geq\varepsilon} K(x,y)f(y)dy .$$

Cette propriété plus forte est souvent vérifiée en pratique. Cela dit, la définition correspondante des noyaux et opérateurs de Calderón-Zygmund ne serait même pas invariante par $GL(n,\mathbb{R})$.

Des résultats classiques (Cotlár, Calderón-Zygmund) assurent que, si (1.1), (1.2), (1.3) sont satisfaites, l'opérateur T et l'opérateur maximal

(1.5) $$T^*f(x) = \sup_\varepsilon |T_\varepsilon f(x)|$$

sont bornés de L^p dans L^p $(1 < p < \infty)$ de L^1 dans L^1 de type faible et de L^∞ dans BMO (voir par exemple [4]).

Les exemples les plus classiques correspondent au cas où, en posant $k(x, x-y) = K(x,y)$, le comportement de k par rapport à la seconde variable est voisin de celui d'une fonction homogène de degré $-n$. Les opérateurs s'écrivent

$$Tf(x) = (2\pi)^{-n}\int e^{ix\xi}\sigma(x,\xi)\hat{f}(\xi)d\xi \tag{1.6}$$

où le symbole σ est la transformée de Fourier, par rapport à la seconde variable, d'une partie finie de k (voir [4] pour des conditions minimales de régulariét garantissant la continuité L^2 de T).

Les théorèmes et conjectures de Calderón [1] sont relatifs à des noyaux d'une nature différente. Les cas typiques en dimension 1 sont les commutateurs suivants, où on note H la transformation de Hilbert (convolution par v.p.$\frac{1}{\pi x}$) ; $D = \frac{1}{i}\frac{d}{dx}$; M_A l'opérateur de multiplication par la fonction lipschitzienne $A(x)$ et $\mathrm{Ad}(M_A)$ la dérivation de l'algèbre des opérateurs :
$\mathrm{Ad}\, M_A . T = [M_A, T] = M_A T - TM_A$.

$$T_1 f(x) = \text{v.p.}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{A(x)-A(y)}{(x-y)^2} = -i\pi[M_A, DH] \tag{1.7}$$

$$T_n f(x) = \text{v.p.}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{[A(x)-A(y)]^n}{(x-y)^{n+1}} = (-i)^n\frac{\pi}{n!}((\mathrm{Ad}\, M_A)^n D^n H)f(x) \; . \tag{1.8}$$

Les noyaux K_n associés à T_n vérifient (1.1) et (1.2) dès que A est lipschitzienne. Dans ce cas, les identités ci-dessus, dont la démonstration n'est pas très difficile pour $A \in \mathcal{S}$ par exemple, sont encore valables, et on a le résultat suivant.

THÉORÈME 1.2 (Coifman-McIntosh-Meyer [3]).— *Si* A *vérifie* $|A(x) - A(y)| \leq \delta|x-y|$, *les opérateurs* T_n *vérifient*

$$\|T_n f\|_2 \leq \mathrm{Cte}(1+n)^4\delta^n\|f\|_2 \tag{1.9}$$

THÉORÈME 1.3 (Coifman-David-Meyer [2]).— *Soit* A *lipschitzienne de* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}^n$, *et* F *indéfiniment dérivable de* $\mathbb{R}^n$ *dans* $\mathbb{R}$. *Alors le noyau* $K(x,y) = F\left(\frac{A(x)-A(y)}{x-y}\right)\frac{1}{x-y}$ *est un noyau de Calderón-Zygmund sur* $\mathbb{R}$.

Par des méthodes de variable complexe, Calderón avait démontré en 1977 que les opérateurs T_n étaient bornés, avec une constante $C^n\delta^n$ au second membre de (1.9), et démontré le théorème 1.4 lorsque F est holomorphe de rayon de convergence assez grand. Nous renvoyons pour ceci à [1] et à l'exposé [8].

Nous esquisserons la démonstration du théorème 1.2 au § 3. La décomposition de F en série de Fourier permet de ramener le théorème 1.3 à l'estimation de la norme de l'opérateur de noyau $\exp\left(\frac{i[C(x)-C(y)]}{x-y}\right).\frac{1}{x-y}$, avec C lipschitzienne. Ce dernier opérateur peut s'exprimer comme une intégrale de noyaux de Cauchy associés à des courbes convenables de $\mathbb{C}$, qui relèvent du théorème 2.2 ci-dessous.

Signalons également une variante dans $\mathbb{R}^n$. Le noyau

$$K(x,y) = L[x-y\,;\,A(x)-A(y)]$$

est de Calderón-Zygmund si A est lipschitzienne de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$, et si L est définie et C^∞ dans $\mathbb{R}^{n+p}\setminus\{0\}$, homogène de degré $-n$, et impaire.

2. Noyau de Cauchy associé à une courbe rectifiable

2.1. Cas d'un graphe lipschitzien. Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction M-lipschitzienne, et Γ la courbe d'équation $\operatorname{Im} z = \varphi(\operatorname{Re} z)$. La restriction à Γ (paramétrée par $x = \operatorname{Re} z$) de l'intégrale de Cauchy a pour noyau

$$C_\Gamma(x,y) = \frac{1+i\varphi'(y)}{(x-y)+i(\varphi(x)-\varphi(y))}\ . \tag{2.1}$$

THÉORÈME 2.2 (Coifman, McIntosh, Meyer [3]).— *L'opérateur*

$$Tf(x) = \text{v.p.}\int C_\Gamma(x,y)f(y)dy \tag{2.2}$$

est borné sur L^2*, et vérifie*

$$\|Tf\|_2 \le \text{Cte}(1+M)^9\|f\|_2 \tag{2.3}$$

Les résultats de Calderón (voir [1], [8]) ne donnaient ce résultat, et le corollaire ci-dessous, que pour M assez petit, ou pour φ de classe C^1.

COROLLAIRE 2.3.— *L'espace* $L^2(\Gamma,ds)$*, où* ds *est la mesure longueur d'arc sur* Γ*, est somme directe (non orthogonale en général) des sous-espaces fermés* $H^2_+(\Gamma)$ *et* $H^2_-(\Gamma)$*, sous-espaces de* L^2 *constitués des fonctions admettant un prolongement holomorphe* F *au dessus [resp. en dessous] de* Γ *vérifiant*

$$\sup_{\varepsilon>0}\int |F(x+i\varphi(x)\pm i\varepsilon)|^2dx < \infty\ .$$

2.4. Démonstration du théorème 2.2 à partir du théorème 1.2. Il est clair que la multiplication par $1+i\varphi'(y)$ est bornée sur L^2. D'autre part, en posant $x+i\varphi(x) = C(x+A(x))$ où C est assez grande par rapport à M, on obtient $|A(x)-A(y)| \le \delta|x-y|$ avec $\delta < 1$, et

$$\frac{C_\Gamma(x,y)}{1+i\varphi'(y)} = \frac{1}{C}\,\frac{1}{(x-y)+A(x)-A(y)}\ .$$

Le membre de droite se développe en série $1/C\,\Sigma K_n(x,y)$ et l'estimation du théorème 1.2 permet de conclure.

2.5. Cas d'une courbe rectifiable. Soit maintenant Γ un arc rectifiable paramétré par la longueur d'arc. On suppose que le paramétrage $s \rightsquigarrow z(s)$ est propre, et défini sur $]-\infty,+\infty[$ entier. La restriction à Γ de l'intégrale de Cauchy a pour noyau

$$C_\Gamma(s,t) = \frac{1}{z(s)-z(t)}\,z'(t)\ .$$

THÉORÈME 2.6 (G. David [5]).— *Les trois propriétés suivantes sont équivalentes*

a) *L'opérateur maximal* T^* *est borné sur* L^2 *avec*

$$T^*f(s) = \sup_{r>0}\int_{|z(s)-z(t)|\le r} C_\Gamma(s,t)f(t)dt\ .$$

b) *L'opérateur* T^* *est borné sur* L^p *pour tout* $p \in]1,+\infty[$.

c) *La courbe* Γ *est presque lipschitzienne au sens suivant :*

$$\exists\, C\ ,\ \forall\, z_0\ ,\ \forall\, r\ ,\quad |\{s \,|\, |z(s) - z_0| \leq r\}| \ \leq Cr\ .$$

On a noté $|A|$ la mesure de lebesgue de $A \subset \mathbb{R}$. On construit facilement des courbes rectifiables non presque lipschitziennes, et des graphes non lipschitziens qui sont presque lipschitziens. Si Γ vérifie la condition corde-arc de Lavrentiev $(|z(t) - z(s)| \geq \varepsilon|t - s|)$, elle est presque lipschitzienne.

La démonstration $c \Rightarrow a$, la plus difficile, repose principalement sur les deux ingrédients suivants :

— Une décomposition des courbes presque lipschitzienne :

Si Γ est presque lipschitzienne, il existe $M > 0$ et $\nu \in]0,1]$ tels que, pour tout intervalle $]a,b[$ de $\mathbb{R}$, on peut trouver un graphe M-lipschitzien (i.e. déduit par rotation d'un graphe $\operatorname{Im} z = \varphi(\operatorname{Re} z)$ avec φ M-lipschitzienne), paramétré par sa longueur d'arc : $s \rightsquigarrow \zeta(s)$, tel que

$$|\{s \in]a,b[\, |\, z(s) = \zeta(s)\}| \ \geq \nu(b - a)$$

— Une "inégalité aux bons λ " à la Burkholder-Gundy, faisant intervenir l'opérateur maximal ci-dessus, et une fonction maximale d'ordre p :

$$\exists\, \nu \in]0,1]\ ,\ \forall\, \varepsilon > 0\ ,\ \forall\, p \in]1,\infty[\ ,\ \exists\, \gamma > 0\ ,\ \forall\, f \in C_0^\infty(\mathbb{R})$$

$$|\{s \in \mathbb{R} \,|\, T_\Gamma^* f(s) > \lambda + \varepsilon\lambda \quad \text{et} \quad M_{\Gamma,p} f(s) \leq \gamma\lambda\}| \ \leq \ (1 - \nu)\, |\{s \,|\, T_\Gamma^* f(s) > \lambda\}|$$

où l'on a posé

$$M_{\Gamma,p} f(s) \ = \ \left[\sup_r \left\{ \frac{1}{r} \int_{|z(t)-z(s)| \leq r} |f(t)|^p dt \right\}\right]^{1/p}$$

2.7. <u>Cas d'un arc de Jordan rectifiable</u>. Soit D^+ l'intérieur, et D^- l'extérieur, d'un arc de Jordan rectifiable paramétré par la longueur d'arc : $s \rightsquigarrow z(s)$ de $[0,L]$ dans $\mathbb{C}$. On définit les espaces de Hardy généralisés (voir [6]) H_+^p (resp. H_-^p) comme étant l'adhérence dans $L^p(\Gamma, ds)$ des polynômes en z (resp. des polynômes sans terme constant en $1/(z - a)$ pour $a \in D^+$).

THÉORÈME 2.8 [5].— *On suppose* Γ *presque lipschitzienne. On a alors*

a) $L^p(\Gamma)$ *est somme directe de* H_+^p *et* H_-^p .

b) *Les domaines* D^+ *et* D^- *sont des domaines de Smirnov : l'espace* H_+^p *coïncide avec l'espace (a priori plus grand) des* $f \in L^p$ *vérifiant*

$$\forall\, k \geq 0 \qquad \int_\Gamma f(z) z^k dz = 0\ ,$$

et on a la propriété analogue pour D^- .

Les projections de f sur H_+^p et H_-^p sont données par

$$f_\pm(z(s)) = \frac{1}{2} f(z(s)) \ \mp \frac{1}{2i\pi}\, \text{v.p.}\int C_\Gamma(s,t) f(z(t))\, dt\ .$$

En presque tout point de Γ , ce sont les limites non tangentielles des fonctions holomorphes dans $D^\pm$ fournies par l'intégrale de Cauchy de f .

3. Démonstration du théorème 1.3

On peut se ramener au cas où $A(x) \in C_0^\infty$, et vérifie $\|A'(x)\|_\infty \le 1$. Les opérateurs introduits seront bien définis et bornés sur L^2, et le seul problème est l'estimation de leur norme.

3.1. Décomposition intégrale de T_n. On part de l'identité

(3.1) $$H = -\frac{1}{\pi}\lim\int_{\varepsilon\le|t|\le 1/\varepsilon}(1+itD)^{-1}\frac{dt}{t}\ .$$

En vertu de (1.8), on est conduit à appliquer, sous le signe somme, $(\mathrm{Ad}\,M_A)^n$ à $D^n(1+itD)^{-1}$. Il s'agit d'un calcul purement algébrique utilisant uniquement le fait que $\mathrm{Ad}\,M_A$ est une dérivation (de l'algèbre des opérateurs), que l'élément $1+itD$ est inversible, et que l'on a

$$\mathrm{Ad}\,M_A(D) = iM_a \qquad (\mathrm{Ad}\,M_A)^2(D) = 0$$

en posant $a(x) = A'(x)$. On obtient

(3.2) $$T_n = \text{v.p.}\int(1+itD)^{-1}M_a(1+itD)^{-1}M_a\ldots M_a(1+itD)^{-1}\frac{dt}{t}$$

avec n occurences de M_a.

3.2. Fonctions de Littlewood-Paley-Stein généralisées

On a $(1+itD)^{-1} = P_t - iQ_t$, où

(3.3) $$P_tf = k_t * f \quad\text{avec}\quad k_t(x) = \frac{1}{t}\,k\!\left(\frac{x}{t}\right) \quad\text{et}\quad k(x) = \frac{1}{2}\,e^{-|x|}$$

(3.4) $$Q_tf = h_t * f \quad\text{avec}\quad h_t(x) = \frac{1}{t}\,h\!\left(\frac{x}{t}\right) \quad\text{et}\quad h(x) = ik(x)\operatorname{sgn}(x)\ .$$

La famille P_t est une approximation de l'identité, tandis que les Q_t permettent de définir une fonction de Littlewood-Paley-Stein :

(3.5) $$G_0(f) = \left[\int_0^\infty |Q_tf(x)|^2\,\frac{dt}{t}\right]^{1/2}\ .$$

On sait ([4], [9]) que G_0 est borné sur L^p, pour $1 < p < \infty$. On utilisera les variantes suivantes

(3.6) $$G_k(f) = \left[\int_0^\infty |Q_tM_aP_tM_aP_t\ldots M_aP_tf|^2\,\frac{dt}{t}\right]^{1/2}\ .$$

avec k occurences de M_a, et les G_k^* obtenus en remplaçant a par $\bar{a}$.

Les identités suivantes seront utiles :

(3.7) $$t\,\frac{\partial}{\partial t}\,P_t = -\,2Q_t^2$$

(3.8) $$Q_t = 8Q_t^3 + t\,\frac{\partial}{\partial t}\,A_t \quad\text{avec}\quad A_t = (2P_t - I)Q_t\ .$$

Lemme 3.3.— *On a*

$$|(T_nf|g)| \le \mathrm{Cte}(1+n^2)\left[\sup_{k\le n}\|G_k(f)\|_2\cdot\sup_{j\le n}\|G_j^*(g)\|_2 + \|f\|_2\,\|g\|_2\right]$$

en notant $(.|.)$ *le produit scalaire dans* $L^2(\mathbb{R})$.

Dans l'expression de $(T_nf|g)$, en remplaçant T_n par $\text{v.p.}\int(P_t - iQ_t)M_a\ldots(P_t - iQ_t)\,\frac{dt}{t}$ et en développant le produit, on obtient 2^{n+1}

termes. Celui qui ne contient que des P_t n'est pas sommable, mais son intégrale en valeur principale est nulle par parité. Les autres seront sommables. Il y a $(n+1)$ termes ne contenant qu'un seul Q_t :

$$\iint_{\mathbb{R}^2_+} P_t M_a P_t \dots M_a Q_t M_a P_t \dots P_t f(x)\overline{g}(x)\,\frac{dxdt}{t}\ , \tag{3.9}$$

et on regroupe le reste en $\frac{n(n+1)}{2}$ termes correspondant aux cas où le premier Q_t est à la j-ième place et le dernier à la k-ième place.

$$\iint P_t M_a \dots P_t M_a Q_t M_a (P_t - iQ_t) \dots (P_t - iQ_t) M_a Q_t M_a P_t \dots P_t f(x)\overline{g}(x)\,dx\,\frac{dt}{t}\ .$$

Ce terme est majoré en module par $\|G_k f\|_2 \|G_j^* g\|_2$, en faisant agir l'adjoint des premiers opérateurs sur g , en observant que M_a et $(P_t - iQ_t)$ sont de norme ≤ 1 dans $L^2(\mathbb{R})$, et en utilisant Cauchy-Schwarz.

Pour les termes (3.9), on remplace Q_t en vertu de (3.8) par $8Q_t^3$, ce qui conduit à un terme du type précédent, et par $t\frac{\partial}{\partial t}A_t$. Une intégration par parties fait apparaître $t\frac{\partial}{\partial t}P_t$ que l'on remplace par $-2Q_t^2$, et on est encore ramené au cas précédent.

Il suffit maintenant d'établir le lemme suivant (qui s'appliquera aussi aux G_j^*) pour obtenir le théorème 1.2.

Lemme 3.4.—

$$\|G_n f\|_2 \leq \mathrm{Cte}(1+n)\|f\|_2$$

La démonstration se fait par récurrence sur n . On pose

$$f_t(x) = M_a P_t M_a \dots P_t f(x) \qquad (n \text{ facteurs}).$$

On suppose établi

$$\iint |Q_t f_t(x)|^2 \frac{dxdt}{t} \leq \mathrm{Cte}(1+n)^2 \|f\|_2^2 \tag{3.10}$$

et on veut obtenir l'estimation de

$$\|G_{n+1} f\|_2^2 = \iint |Q_t M_a P_t f_t(x)|^2 \frac{dxdt}{t}\ . \tag{3.11}$$

En revenant aux expressions de $P_t f = k_t * f$, où k est paire symétrique et d'intégrale 1 , on obtient (voir [9])

$$|f_t(x)| \leq f^*(x) \quad \text{et} \quad |P_t f_t(x)| \leq f^*(x) \tag{3.12}$$

où f^* est la fonction maximale de Hardy-Littlewood. On a en outre

$$\mathcal{M} P_t f_t(x) = \sup_{|y-x|\leq t} |P_t f_t(y)| \leq e f^*(x)\ . \tag{3.13}$$

Le lemme 3.4 résulte alors de deux arguments. Le premier est l'identité de commutation suivante, dont la démonstration est purement algébrique. Le second repose sur l'utilisation des mesures de Carleson.

$$Q_t M_a P_t = P_t M_{a_t} Q_t + R_t \tag{3.14}$$

avec $R_t = M_{\alpha_t} P_t - Q_t M_{\alpha_t} Q_t$; $a_t = P_t a$; $\alpha_t = Q_t a$.

Dans l'expression (3.11), en remplaçant $Q_t M_a P_t$ par $P_t M_{a_t} Q_t$, et en utilisant le fait que Q_t et M_{a_t} sont de norme ≤ 1 dans $L^2(\mathbb{R})$, on est ramené à la majoration (3.10). Il reste donc à montrer que $\iint |R_t f_t|^2 \frac{dxdt}{t} \leq Cte \|f\|_2^2$.

Considérons par exemple (l'autre terme est analogue)

$$\iint |M_{\alpha_t} P_t f_t(x)|^2 \frac{dxdt}{t} = \iint |Q_t a(x)|^2 |P_t f_t(x)|^2 \frac{dxdt}{t} . \tag{3.15}$$

Compte tenu de (3.13), son estimation résulte des propriétés classiques suivantes :

— La mesure $\mu = |Q_t a(x)|^2 \frac{dxdt}{t}$ est une mesure de Carleson pour $a \in L^\infty$ (et même pour $a \in BMO$) (voir [4], [9]), c'est-à-dire qu'il existe une constante $C_\mu \leq Cte\|a\|^2_{BMO}$ telle que

$$\mu(\{(x,t) \in \mathbb{R}^2_+ \mid |x-x_0| + t \leq r\}) \leq C_\mu r .$$

— Si μ est une mesure de Carleson, et si $g_t(x)$ de $\mathbb{R}^2_+$ dans $\mathbb{C}$ est continue et nulle à l'infini, on a

$$\iint_{\mathbb{R}^2_+} |g_t(x)|^p d\mu(x,t) \leq C_\mu \int_{\mathbb{R}} |\mathcal{M}g(x)|^p dx , \quad \text{pour } p > 0 .$$

4. Domaine de la racine carrée d'opérateurs accrétifs

Soit a appartenant à $L^\infty(\mathbb{R})$, vérifiant $\operatorname{Re} a(x) \geq \delta > 0$. Alors, l'opérateur $T = DM_aD$, défini sur le domaine

$$V = \{f \in H^1 \mid M_a Df \in H^1\}$$

est accrétif-maximal au sens de Kato [7], c'est-à-dire que :

— $\forall f \in V$, $\operatorname{Re}(Tf|f) \geq 0$;

— $I + T : V \longrightarrow L^2$ est un isomorphisme.

Il existe alors un unique opérateur S qui soit accrétif-maximal et qui vérifie $S^2 = T$.

THÉORÈME 4.1.— *Le domaine de* $S = (DM_aD)^{1/2}$ *est l'espace de Sobolev* $H^1(\mathbb{R})$.

A partir de l'expression de S en fonction de la résolvante de T, on obtient $S = JD$ avec

$$J = \frac{2}{\pi} \sum_0^\infty \int_0^\infty Q_t (M_b P_t)^k \frac{dt}{t}$$

où on a posé $b = 1 - 1/a$ en supposant, ce qui est loisible, $\delta > 1$. La convergence de la série d'opérateurs provient des estimations obtenues dans le lemme 3.3.

Dans une publication récente, Coifman Deng et Meyer obtiennent un résultat analogue dans $\mathbb{R}^n$, pour

$$T = \Sigma \frac{\partial}{\partial x_i} b_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j}$$

avec $b_{ij} \in L^\infty$, en supposant la matrice (b_{ij}) suffisamment proche de l'identité. Le point clef est encore l'estimation de la norme L^2 d'opérateurs :

$$T_k = \int_0^\infty Q_t M_0 L_1(tD) M_1 \ldots L_k(tD) M_k P_t \frac{dt}{t}$$

où les M_j sont des multiplications par des fonctions bornées, et où les L_j sont des opérateurs pseudo-différentiels d'ordre 0 "à coefficients constants".

BIBLIOGRAPHIE

[1] CALDERÓN A.P. - *Commutators, singular integrals on Lipschitz curves and applications*, Proc. I.C.M. Helsinki (1978), 85-96.

[2] COIFMAN R.R., DAVID G., MEYER Y. - *La solution des conjectures de Calderon*, Advances in Math. (à paraître).

[3] COIFMAN R.R., McINTOSH A., MEYER Y. - *L'intégrale de Cauchy définit un opérateur borné sur* L^2 *pour les courbes lipschitziennes*, Annals of Math. (à paraître).

[4] COIFMAN R.R., MEYER Y. - *Au delà des opérateurs pseudo-différentiels*, Astérisque n° 57, S.M.F. (9178).

[5] DAVID G. - *L'intégrale de Cauchy sur les courbes rectifiables*, (prépublication).

[6] DUREN P.L. - *Theory of* H^p *spaces*, Academic Press (1970).

[7] KATO T. - *Perturbation theory for linear operators*, Springer-Verlag (1966).

[8] MEYER Y. - *Les nouvelles intégrales singulières de Calderón*, Sém. Bourbaki 31e année (1978/79), n° 528.

[9] STEIN E.M. - *Singular integrals and differentiability properties of functions*, Princeton Univ. Press, Princeton N.J. (1970).

Jean-Michel BONY

Université de Paris Sud
Département de Mathématiques
Bâtiment 425
F-91405 ORSAY