

SÉMINAIRE DE PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUES

DIDIER NORDON

Les mathématiques pures n'existent pas

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1981, fascicule 9
« Les mathématiques pures n'existent pas », , p. 1-3

http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1981__9_A1_0

© École normale supérieure – IREM Paris Nord – École centrale des arts et manufactures,
1981, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Séminaire de philosophie et mathématiques » implique
l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute
utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale.
Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Les mathématiques pures n'existent pas!

Bien entendu, prétendre à l'inexistence des mathématiques pures est une façon comme une autre de reconnaître leur existence: si vraiment elles n'existaient pas, il n'y aurait rien à en dire - pas même qu'elles n'existent pas! De fait, certaines branches mathématiques attirent des chercheurs beaucoup moins par une volonté de participer au progrès technique, scientifique ou social que par des plaisirs ou des désirs apparemment restreints aux seules mathématiques: curiosité, irritation devant la résistance des êtres mathématiques, goût de l'obsession ("se plonger dans un problème"), espoir de résoudre une question cotée, sensibilité à la beauté mathématique... et bien d'autres sentiments composant ce que chacun pourra appeler son attrait pour les mathématiques. En ce sens, il y a des mathématiques pures, en effet.

Si je proclame néanmoins qu'elles n'existent pas, c'est pour souligner que les sentiments du mathématicien pur, la nature de ses recherches et la façon dont il les mène, la place qu'il leur accorde dans sa vie, les résultats qu'il obtient et la façon dont il les évalue et les exprime, le rôle social dont il s'estime investi - tout cela n'a de sens que par rapport à une société donnée.

Voilà sans doute qui semblera évident: le mathématicien est un être social ? La belle découverte: tous les hommes le sont! Il me paraît cependant utile d'insister sur cette "évidence" à cause du rôle de sélection joué par les mathématiques dans l'enseignement: tout se passe comme si notre société avait vu en elles une discipline permettant (contrairement aux humanités) une sélection juste et rigoureuse, une discipline suffisamment pure pour être en prise directe sur les capacités et l'intelligence de l'enfant, et pour pouvoir les mesurer sans subir de biais dus à son origine sociale. Ce rôle a paru légitimé par la réputation des résultats mathématiques d'être des vérités à la fois éternelles et universelles (mathématiques pures!), ainsi que, à l'autre bout du système scolaire, par la morgue de trop de mathématiciens purs, leur mépris d'hommes parvenus à des vérités inaccessibles au profane, leur conviction enfin qu'être mathématicien, c'est être intelligent. Paradoxe: plus les mathématiciens se sont manifestés comme détenteurs d'un savoir pur, plus ils ont justifié l'impur rôle de sélection joué par les mathématiques.

Il me paraît donc intéressant de voir en quoi le mathématicien "pur", loin d'être maître total du sens de son activité, est jouet d'une société et d'une évolution qui s'immiscent au plus intime de lui-même - en particulier dans ses travaux de recherche, auxquels elles donnent une partie de son sens.

Je ne veux pas ici entrer dans les détails des aller-retours entre l'activité du mathématicien et le sens que la société lui donne, car j'ai développé ma thèse dans un livre, Les mathématiques pures n'existent pas! (Editions Actes Sud). Esquissons seulement trois aspects.

- L'esthétique. On pourrait presque mesurer le "degré de pureté" d'un mathématicien à l'importance qu'il attache à l'esthétique de ses résultats - critère interne aux mathématiques s'il en est! Pourtant, rien de plus social et de plus changeant que des canons de beauté - y compris en mathématiques. Par exemple, la concision, tellement prisée chez les chercheurs modernes, est un critère esthétique qui en vaut d'autres, mais c'est aussi une exigence de l'efficacité: il y a de nos jours pullulement de chercheurs et d'articles, chaque chercheur est pressé (car la publication est une compétition permanente) et n'a pas de temps à perdre à lire les états d'âme de l'auteur. Et les revues n'ont pas de papier à gaspiller... Bref, le "résultat puissant" aurait peut-être moins d'attrait esthétique si notre société attachait moins d'importance à cette qualité qui n'a a priori rien à voir avec l'esthétique: l'efficacité.

- Le temps. Nombreuses et significatives sont les connexions qu'on peut mettre en évidence entre le "paramètre réel t " que le mathématicien fait varier linéairement entre $-\infty$ et $+\infty$, et la conception linéaire du temps dans notre société (par opposition à l'éternel retour, par exemple).

- Les mots. Si puriste soit-il dans l'emploi des termes, le mathématicien leur donne du sens par des allusions au monde vulgaire dans lequel il vit; même dans les théories les plus abstraites, les mots sont empruntés au langage usuel, et il y a un rapport entre le sens mathématique et le sens vulgaire: les ouverts et les fermés de la topologie, la théorie des ensembles, les tonneaux et les faisceaux flasques, la ramification sauvage et modérée, etc. Comment croire qu'un être mathématique soit indépendant du terme qui le désigne et de l'effet qu'il produit sur les mathématiciens qui le manipulent quand on pense à ces nombres qui furent successivement "impossibles" (Cardan les considérait comme une "torture mentale"), "imaginaires", et enfin "complexes" (simplement complexes, si l'on ose dire!), depuis que Gauss en a proposé une visualisation géométrique ?

Le vocabulaire n'est pas la seule intrication entre la langue et les mathématiques: les liens par exemple entre la logique mathématique et la "logique" de la langue sont subtils, mais essentiels. Ainsi, les enseignants de mathématiques ont souvent l'occasion de vérifier que la difficulté des étudiants à manier les quantificateurs ("pour tout", et "il existe") et à les intervertir ou non, est sans doute plus une difficulté à "comprendre le français" qu'une difficulté de technique mathématique. Fréquemment d'ailleurs, les étudiants ont peine à se rendre compte que la source de leur difficulté est dans leur rapport à leur langue bien plus que dans leur rapport aux mathématiques.

Bien qu'on parle couramment de mathématiques pures, donc, (il y a même une section de ce nom dans l'organisme chargé de gérer les carrières des enseignants du supérieur), leurs liens avec mille autres activités humaines sont tellement intimes, qu'il faut voir, je crois, dans cette expression un abus de langage qui en dit plus sur l'état d'esprit des mathématiciens "purs" que sur la nature réelle de leurs recherches. Rien d'étonnant, en tous cas, à ce que la sélection fondée sur les mathématiques se soit révélée finalement ni plus ni moins juste, ni plus ni moins sociale, qu'une autre. Reste à voir maintenant ce que va donner l'irruption en force de l'informatique, qui semble destinée à reléguer les mathématiciens "purs" au rôle amer de rois déchus...