CLAUDE DELLACHERIE

Erratum et addendum : « Les dérivations en théorie descriptive des ensembles et le théorème de la borne »

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 12 (1978), p. 523
<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1978__12__523_0>

Université de Strasbourg
Séminaire de Probabilités 1976/77

ERRATUM ET ADDENDUM À "Les dérivations en théorie descriptive des ensembles et le théorème de la borne"

par C. Dellacherie

Dans l'exemple probabiliste, à la page 42, il manque une hypothèse essentielle sur S pour que $\underline{\theta}_S$ soit une dérivation, à savoir :

$$(\circ) \qquad \forall\omega\in\Omega \quad \forall t\in[0,\infty] \quad S(\omega) \leq t + S(\theta_t(\omega))$$

propriété vérifiée, par exemple, si S est un temps terminal. Si S , coanalytique, ne vérifie pas cette condition, $S' = \inf_{t\geq 0} t + S\circ\theta_t$, qui est plus petit que S , la vérifie, et est encore coanalytique. Le t.d'a. S_n défini à la ligne 14 ne vérifie pas la condition (°), mais ce n'est pas grave car l'on a $S_n \geq S'_n \geq S_{2n} \geq \ldots$, si bien que l'on peut retrouver le résultat de bornitude de Hillard à l'aide du th.4.

Par ailleurs, dans l'appendice, j'ai complètement loupé la bonne présentation du théorème fondamental pour des probabilistes, quoiqu'elle soit implicite dans l'association d'un arbre à une relation. Je me contente de reprendre ici l'énoncé du théorème.

Soit E un ensemble et posons $\Omega = E^{\mathbb{N}}$. Disons que T, fonction de Ω dans $\mathbb{N}\cup\{\infty\}$, est un <u>temps d'arrêt</u> si elle vérifie le test de Galmarino :

$$\forall\omega\in\Omega \ \forall w\in\Omega \quad T(\omega) > n \text{ et } \omega|n = w|n \Rightarrow T(w) > n$$

où $\omega|n$ est la suite finie des n premiers éléments de ω. Définissons le <u>dérivé</u> T' du t.d'a. T par $T' = \inf\{S : S \geq T-1 \text{ et } S \text{ est un t.d'a.}\}$, puis la suite transfinie des dérivés successifs (T^i) du t.d'a. T par $T^1 = T'$, $T^{i+1} = (T^i)'$, $T^j = \inf_{i<j} T^i$ si j est limite. Lorsque E est dénombrable et muni de la topologie discrète, il est facile de voir que T , temps d'arrêt, est une fonction continue pour la topologie produit sur Ω , et que l'on a "T est fini ssi $\exists$i ordinal dénombrable tel que $T^i \equiv 1$" (cf "Ensembles analytiques et temps d'arrêt" in Sém. IX).

Le théorème fondamental est équivalent au résultat suivant

THEOREME.- <u>Soit</u> E <u>un espace souslinien et munissons</u> Ω <u>de la topologie produit</u>. <u>Si</u> T <u>est un t.d'a. analytique sur</u> Ω (<u>i.e.</u> $\{T > n\}$ <u>est analytique pour tout</u> n), <u>alors</u> T <u>est fini ssi il existe un ordinal dénombrable</u> i <u>tel que</u> T^i <u>vaille identiquement</u> 1 .