Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT®
ELSEVIER
C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 338 (2004) 863–868
COMPTES RENDUS MATHEMATIQUE

Géométrie algébrique

Cohomologie des formes différentielles régulières pour les courbes affines

Philippe Bonnet

Université de Genève, section de mathématiques, 2–4, rue du Lièvre, 1211 Genève 24, Suisse

Reçu le 14 juin 2003 ; accepté après révision le 21 mars 2004

Disponible sur Internet le 24 avril 2004

Présenté par Étienne Ghys

Résumé

Soit C une courbe affine complexe réduite, et soit $H^1(C)$ son premier groupe de cohomologie de De Rham tronqué, c'est-à-dire le quotient des 1-formes régulières sur C par les 1-formes exactes. En premier lieu, nous introduisons un invariant $\mu'(C,x) \geqslant 0$ qui mesure la complexité de la singularité de C au point x, et nous démontrons la formule suivante :

$$\dim H^1(C) = \dim H_1(C) + \sum_{x \in C} \mu'(C,x),$$

où $H_1(C)$ désigne le premier groupe d'homologie singulière de C à coefficients complexes. Deuxièmement, nous considérons une famille de courbes affines donnée par les fibres d'un morphisme $f : X \to \mathbb{C}$, où X est une surface affine réduite. Nous analysons le comportement de la fonction $y \mapsto \dim H^1(f^{-1}(y))$. Plus précisément, nous montrons qu'elle est constante sur un ouvert de Zariski, et qu'elle est semi-continue inférieurement en général. ***Pour citer cet article : P. Bonnet, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 338 (2004).***

Abstract

Cohomology of regular differential forms for affine curves. Let C be an affine curve, and denote by $H^1(C)$ its first troncated De Rham cohomology group, i.e. the quotient of regular differential 1-forms on C by exact 1-forms. First we introduce a nonnegative invariant $\mu'(C,x)$ that measures the complexity of the singularity of C at the point x, and we establish the following formula:

$$\dim H^1(C) = \dim H_1(C) + \sum_{x \in C} \mu'(C,x),$$

where $H_1(C)$ is the first singular homology group of C with complex coefficients. Second we consider a family of curves given by the fibres of a morphism $f : X \to \mathbb{C}$, where X is an affine reduced surface. We analyse the behaviour of the function $y \mapsto \dim H^1(f^{-1}(y))$. More precisely we show that it is constant over a Zariski open set, and that it is lower semi-continuous is general. ***To cite this article: P. Bonnet, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 338 (2004).***

Adresse e-mail : Philippe.Bonnet@math.unige.ch (P. Bonnet).

1631-073X/$ – see front matter © 2003 Publié par Elsevier SAS pour l'Académie des sciences.
doi:10.1016/j.crma.2003.11.019

Abridged English version

Let C be a complex affine reduced curve that may be reducible or singular. For any integer k, denote by $\Omega^k(C)$ the space of regular differential forms on C. The exterior derivative is well defined on $\Omega^k(C)$ and yields a complex $0 \longrightarrow \mathbb{C} \longrightarrow \Omega^0(C) \longrightarrow \Omega^1(C) \longrightarrow 0$. The first troncated De Rham cohomology group $H^1(C)$ is the quotient $\Omega^1(C)/\mathrm{d}\Omega^0(C)$. If C is smooth, then C is a non-compact Riemann surface for which De Rham cohomology of $\mathcal{C}^\infty$ forms with complex coefficients is well defined. Moreover $H^1(C)$ coincides with the algebraic De Rham cohomology group of C (see [7]) and, by a theorem of Grothendieck (see [9]), we have the isomorphism: $H^1(C) \simeq H^1_{\mathrm{DR}}(C)$. So troncated De Rham cohomology is well defined for any curve C and coincides with the standard De Rham cohomology if C is smooth. We would like to know if this cohomology still reflects the topological properties of C if C has singularities.

Definition 0.1. Let $\Omega^k(C,x)$ be the space of formal differential k-forms on the germ (C,x). The local Betti number $\mu'(C,x)$ is the dimension of the $\mathbb{C}$-vector space $H^1(C,x) = \Omega^1(C,x)/\mathrm{d}\Omega^0(C,x)$.

This number characterizes the presence of singularities, in the sense that $\mu'(C,x) = 0$ if and only if x is a smooth point of C. It coincides with the Milnor number if C is locally a complete intersection (see [5]). Let $H_1(C)$ be the first singular homology group of C with complex coefficients.

Theorem 0.2. *For any reduced affine curve C, we have*: $\dim H^1(C) = \dim H_1(C) + \sum_{x\in C} \mu'(C,x)$.

We now study the behaviour of the function $h_1(y) = \dim H^1(f^{-1}(y))$, where X is a complex affine irreducible surface and $f : X \to \mathbb{C}$ is a dominant morphism. *The following results still hold for any reduced affine surface X as soon as the morphism f restricts to a dominant morphism on every irreducible component of X*. Recall that a property $\mathcal{P}$ holds for every generic point of $\mathbb{C}$ if the set of points y of $\mathbb{C}$ where $\mathcal{P}(y)$ does not hold is finite. We have the first following result.

Proposition 0.3. *Let $f : X \to \mathbb{C}$ be a dominant morphism, where X is a complex irreducible affine surface. Then there exists an integer $h_f \geqslant 0$ such that, for every very generic y in $\mathbb{C}$*: $\dim H^1(f^{-1}(y)) = h_f$.

In what follows, denote by $\mathrm{Sing}(f)$ the set of points x of X where either X is not smooth or $\mathrm{d}f(x) = 0$. We establish the following result.

Theorem 0.4. *Let X a complex irreducible affine surface that is locally a complete intersection. Let $f : X \to \mathbb{C}$ be a dominant morphism. If $f^{-1}(y) \cap \mathrm{Sing}(f)$ is finite, then*: $\dim H^1(f^{-1}(y)) \leqslant h_f$.

In particular, the function $h^1(y)$ is lower semi-continuous at every point y_0 such that $f^{-1}(y_0) \cap \mathrm{Sing}(f)$ is finite. Note the parallel with singular homology. If $X = \mathbb{C}^2$ and $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}$, then the Euler characteristic $\chi(f^{-1}(y))$ of the fibre $f^{-1}(y)$ is an upper semi-continuous function when y runs through the non-critical values of f. This is a direct consequence of the expression of $\chi(f^{-1}(y))$ in terms of the Milnor numbers at infinity of $f^{-1}(y)$ (see [6]).

1. Introduction

Soit C une courbe affine réduite complexe, éventuellement réductible et singulière. Pour tout entier k, soit $\Omega^k(C)$ l'espace des k-formes différentielles régulières (ou algébriques, ou encore de Kähler) sur C. La dérivée extérieure d est bien définie sur $\Omega^k(C)$, et fournit un complexe :

$$0 \longrightarrow \mathbb{C} \longrightarrow \Omega^0(C) \longrightarrow \Omega^1(C) \longrightarrow 0.$$

Le premier groupe de De Rham tronqué $H^1(C)$ est le quotient $\Omega^1(C)/\mathrm{d}\Omega^0(C)$. Si C est lisse, alors c'est une surface de Riemann non compacte pour laquelle la cohomologie de De Rham des formes $\mathcal{C}^\infty$ à coefficients complexes a un sens. De plus le groupe $H^1(C)$ coincide avec le premier groupe de cohomologie de De Rham algébrique (cf. [7]) et, d'après un théorème de Grothendieck (cf. [9]), on a l'isomorphisme :

$$H^1(C) \simeq H^1_{\mathrm{DR}}(C).$$

Donc la cohomologie de De Rham tronquée est toujours définie et coincide avec la cohomologie de De Rham $\mathcal{C}^\infty$ si C est lisse. Nous voudrions savoir dans quelle mesure la cohomologie algébrique reflète les propriétés topologiques de C si C a des singularités.

Définition 1.1. Soit $\Omega^k(C,x)$ l'espace des k-formes différentielles formelles sur le germe (C,x). Le nombre de Betti local $\mu'(C,x)$ est la dimension du $\mathbb{C}$-espace vectoriel $H^1(C,x) = \Omega^1(C,x)/\mathrm{d}\Omega^0(C,x)$.

Le nombre de Betti local caractérise la présence de singularités, au sens où $\mu'(C,x) = 0$ si et seulement si x est un point lisse de C. Il coincide avec le nombre de Milnor si C est localement une intersection complète (cf. [5]).

Soit $H_1(C)$ le premier groupe d'homologie singulière de C à coefficients complexes. On identifie ce groupe avec le groupe de cohomologie simpliciale associé à une triangulation de C dont les points singuliers sont des sommets. Toute 1-forme régulière sur C est alors fermée sur chaque face F de cette triangulation, de sorte que son intégrale sur ∂F est toujours nulle. Par conséquent, l'intégration des 1-formes différentielles le long des 1-cycles est bien définie. Elle nous fournit un crochet $\langle , \rangle$ sur $H^1(C) \times H_1(C)$, lequel induit un morphisme $\beta : H^1(C) \to H_1(C)^*$, $\omega \mapsto \langle \omega, \cdot \rangle$ dit de De Rham. D'après la Dualité de Poincaré et le théorème de Grothendieck, β est un isomorphisme si C est lisse. Dans le cas général, nous établissons la formule suivante.

Théorème 1.2. *Pour toute courbe affine réduite C, on a* $\dim H^1(C) = \dim H_1(C) + \sum_{x \in C} \mu'(C,x)$.

L'idée de la démonstration est la suivante. Pour toute courbe affine C, le morphisme de De Rham est surjectif (cf. [2]), ce qui nous conduit à la suite exacte :

$$0 \longrightarrow \ker\beta \longrightarrow H^1(C) \longrightarrow H_1(C)^* \longrightarrow 0.$$

Pour tout point x dans C, toute 1-forme régulière ω peut être vue comme une 1-forme formelle sur le germe (C,x). De plus toute 1-forme régulière exacte sur C est exacte en tant que 1-forme formelle sur (C,x). Nous obtenons dès lors un morphisme naturel :

$$i_x : H^1(C) \longrightarrow H^1(C,x).$$

Si l'on montre que le morphisme α :

$$\alpha : \ker\beta \longrightarrow \bigoplus_{x \in C} H^1(C,x), \qquad \omega \longmapsto \big(i_x(\omega)\big)_{x \in C}$$

est un isomorphisme, alors on aura le résultat par passage aux dimensions. Pour montrer cet isomorphisme, on utilise de façon essentielle la normalisation affine C^ν de C. Rappelons que C^ν est la courbe lisse obtenue par désingularisation de C, via des éclatements par exemple. On désignera par $\Pi : C^\nu \to C$ le morphisme birationnel de normalisation.

Montrons l'injectivité. Si ω appartient à ker β, alors $\Pi^*(\omega)$ est d'intégrale nulle le long de tout lacet contenu dans C^ν. Donc elle admet une intégrale régulière sur C^ν d'après le théorème de Grothendieck (voir [9]). Comme Π est birationnel, ω admet une intégrale rationnelle R sur C. Comme $i_x(\omega) = 0$ pour tout x, ω admet une intégrale formelle R_x en tout point x de C. Il s'ensuit que $R - R_x$ est constante, donc que R est régulière sur C tout entière. Par conséquent ω admet une intégrale régulière sur C et $\omega = 0$ dans $H^1(C)$.

Montrons la surjectivité. On se donne une triangulation $\mathcal{T}$ de C dont les points singuliers font partie des sommets, et on la relève via Π en une triangulation $\mathcal{T}^\nu$ de C^ν. Soit $\mathcal{F}$ l'ensemble des sommets de $\mathcal{T}^\nu$. On montre alors que tout élément ω de $\bigoplus_{x\in C} H^1(C,x)$ admet un représentant ω_0 qui soit une forme régulière sur C, et tel que $\Pi^*(\omega_0)$ ait une intégrale régulière R sur C^ν qui s'annule sur $\mathcal{F}$. Soit γ une arête de $\mathcal{T}$ et γ^ν l'arête correspondante dans $\mathcal{T}^\nu$. Dès lors, nous avons :

$$\int_\gamma \omega_0 = \int_{\gamma^\nu} \Pi^*(\omega_0) = \int_{\gamma^\nu} \mathrm{d}R = 0$$

vu que, par construction, R s'annule sur tous les sommets de $\mathcal{T}^\nu$. Comme $\mathcal{T}$ est une triangulation de C, on en déduit que : $\int_\Gamma \omega_0 = 0$ pour tout 1-cycle Γ dans $H_1(C)$. Donc ω_0 appartient à $\ker\beta$ et représente ω dans $\bigoplus_{x\in C} H^1(C,x)$, ce qui garantit la surjectivité de α.

Notons que les nombres de Betti locaux mesurent l'obstruction à la Dualité de Poincaré dans le cas des courbes affines singulières. Le Théorème 1.2 entraine en particulier qu'une *courbe affine complexe C est isomorphe à une réunion disjointe de copies de $\mathbb{C}$ si et seulement si $H^1(C)=0$.*

Nous allons à présent étudier le comportement de la fonction $h_1(y)=\dim H^1(f^{-1}(y))$, où X est une surface affine irréductible complexe et $f: X\to\mathbb{C}$ est un morphisme dominant. *Les résultats qui suivent sont encore vrais pour toute surface réduite X (c'est-à-dire toute variété affine réduite équidimensionnelle de dimension 2) pourvu que le morphisme f soit dominant par restriction à chaque composante irréductible de X.* Rappelons qu'une propriété $\mathcal{P}$ est vraie pour tout point générique de $\mathbb{C}$ si l'ensemble des points y de $\mathbb{C}$ où $\mathcal{P}(y)$ n'est pas vraie est fini. Nous avons le premier résultat général suivant :

Proposition 1.3. *Soit X une surface affine irréductible complexe et $f: X\to\mathbb{C}$ un morphisme dominant. Alors il existe un entier $h_f \geqslant 0$ tel que pour tout y très générique dans $\mathbb{C}$:*

$$\dim H^1\big(f^{-1}(y)\big) = h_f.$$

La démonstration se fait en deux étapes. D'après un théorème de Varčenko (cf. [11]), f est une fibration topologique localement triviale au dessus du complémentaire d'un nombre fini de points de $\mathbb{C}$. Donc il existe un entier n tel que pour tout y générique dans $\mathbb{C}$:

$$\dim H_1\big(f^{-1}(y)\big) = n.$$

Reste donc à montrer que la somme des nombres de Betti locaux est constante sur un ouvert de Zariski. Pour ce qui suit, on désignera par $\mathrm{Sing}(f)$ l'ensemble des points x de X qui ne sont pas lisses, ou qui sont lisses et où $\mathrm{d}f(x)=0$. Nous montrons alors le résultat suivant.

Théorème 1.4. *Soit X une surface affine irréductible localement intersection complète et $f: X\to\mathbb{C}$ un morphisme dominant. Si $f^{-1}(y)\cap\mathrm{Sing}(f)$ est fini, alors :*

$$\dim H^1\big(f^{-1}(y)\big) \leqslant h_f.$$

En particulier, la fonction $h^1(y)$ est semi-continue inférieurement en tout point y_0 tel que $f^{-1}(y_0)\cap\mathrm{Sing}(f)$ soit fini. Notons le parallèle avec l'homologie singulière. Si $X=\mathbb{C}^2$ et $f:\mathbb{C}^2\to\mathbb{C}$, alors la caractéristique d'Euler $\chi(f^{-1}(y))$ de la fibre $f^{-1}(y)$ est une fonction semi-continue supérieurement quand y parcourt les valeurs non-critiques de f. Ceci est une conséquence directe de la formule exprimant $\chi(f^{-1}(y))$ en fonction des nombres de Milnor à l'infini de $f^{-1}(y)$ (cf. [6]).

2. Démonstration du Théorème 1.4

Nous finirons cette Note par une esquisse de la démonstration du Théorème 1.4. On interprête d'abord la dimension h_f comme le rang du premier groupe de cohomologie relative tronque de f. Si $\Omega^k(X)$ est l'espace des k-formes différentielles régulières sur X, ce groupe est le $\mathbb{C}[f]$-module :

$$H^1(f) = \frac{\Omega^1(X)}{\mathrm{d}\Omega^0(X) + \Omega^0(X)\,\mathrm{d}f}.$$

Les groupes de cohomologie relative sont utilisés pour comprendre l'évolution de la topologie des fibres d'une application régulière ou holomorphe ; pour de plus amples détails, se reporter à [10,8,5]. Ces groupes sont des modules de rang fini (cf. [1]), mais ne sont pas forcément de type fini. Un exemple de ce phénomène est donné par le polynôme de Broughton $f(x,y) = x + x^2y$, dont le $H^1(f)$ est de rang 1 mais n'est pas de type fini [4]. En effet sa partie de torsion ne l'est pas puisque l'on a des éléments de torsion à tout ordre entier (cf. [3]).

On montre alors le lemme suivant :

Lemme 2.1. *Soit X une surface affine irréductible localement intersection complète et $f : X \to \mathbb{C}$ un morphisme dominant. Si $f^{-1}(y) \cap \mathrm{Sing}(f)$ est fini, alors $H^1(f^{-1}(y)) \simeq H^1(f)/(f-y)H^1(f)$.*

On est donc ramené à vérifier l'inégalité :

$$\dim_{\mathbb{C}} H^1(f)/(f-y)H^1(f) \leqslant rg_{\mathbb{C}[f]} H^1(f). \qquad (*)$$

Pour l'obtenir, il suffira de vérifier que toute famille $\mathbb{C}$-linéairement indépendante de $H^1(f)/(f-y)$ est $\mathbb{C}[f]$-linéairement indépendante dans $H^1(f)$. Nous aurons besoin des lemmes suivants.

Lemme 2.2. *Soit X une surface affine irréductible complexe et $f : X \to \mathbb{C}$ un morphisme dominant. Soient $C_1, \ldots, C_r$ les composantes connexes de $f^{-1}(y)$. Pour tout entier n, il existe une fonction régulière S_i sur X égale à 1 sur C_i, nulle sur les autres composantes C_j et telle que $\mathrm{d}S = (f-y)^{n+1}\eta$, où η est régulière sur C.*

Grâce au théorème des zéros de Hilbert, on peut trouver une fonction G_i régulière sur X, égale à 1 sur C_i et nulle sur les autres composantes C_j. La fonction $G_i(1-G_i)$ est nulle sur $f^{-1}(y)$, donc il existe un entier m tel que $(G_i(1-G_i))^m$ soit divisible par $(f-y)^{n+1}$. On considère alors la fonction $P_m(G_i)$, où P_m est le polynôme :

$$P_m(x) = \int_0^x t^m(1-t)^m\,\mathrm{d}t.$$

Par construction $\mathrm{d}P_m(G_i) = (G_i(1-G_i))^m\,\mathrm{d}G_i$ est divisible par $(f-y)^{n+1}$. Comme $P_m(0) = 0$, $P_m(G_i)$ s'annule sur toutes les composantes C_j avec $j \neq i$. Comme $P_m(1) \neq 0$, $P_m(G_i)$ est constante non nulle sur C_i. La fonction $S_i = P_m(G_i)/P_m(1)$ répond alors à la question.

Lemme 2.3. *Soit X une surface affine irréductible complexe localement intersection complète et $f : X \to \mathbb{C}$ un morphisme dominant. Si $f^{-1}(y) \cap \mathrm{Sing}(f)$ est fini, et si $(f-y)^n\omega$ est de classe nulle dans $H^1(f)$, alors ω appartient à $(f-y)H^1(f)$.*

Voici quelques indications pour la démonstration de ce lemme. Supposons que $(f-y)^n\omega$ soit de classe nulle dans $H^1(f)$. Alors il existe deux fonctions régulières R, Q sur X telles que : $(f-y)^n\omega = \mathrm{d}R + Q\,\mathrm{d}f$. La fonction R est donc singulière par restriction à la courbe $f^{-1}(y)$, donc elle est constante sur chaque composante connexe de $f^{-1}(y)$. D'après le Lemme 2.2, il existe une fonction régulière S sur X prenant la même valeur que R sur chaque composante connexe de $f^{-1}(y)$, et telle que : $\mathrm{d}S = (f-y)^{n+1}\eta_1$, où η_1 est une 1-forme régulière sur C. Il suffit pour cela de prendre une combinaison linéaire convenable des S_i. Par soustraction, nous obtenons : $(f-y)^n\{\omega-(f-y)\eta\}=\mathrm{d}(R-S)+Q\,\mathrm{d}f$. Comme X est localement intersection complète, que $R-S$ s'annule sur $f^{-1}(y)$ et que $f^{-1}(y)\cap\mathrm{Sing}(f)$ est fini, $R-S$ est divisible par $(f-y)$. Si $R-S=(f-y)R_1$, alors : $(f-y)^n\{\omega-(f-y)\eta_1\}=(f-y)\,\mathrm{d}R_1+(Q+R_1)\,\mathrm{d}f$. Comme $f^{-1}(y)\cap\mathrm{Sing}(f)$ est fini, $Q+R_1$ est divisible par $(f-y)$. Si $Q+R_1=(f-y)Q_1$, alors :

$$(f-y)^{n-1}\big\{\omega-(f-y)\eta_1\big\}=\mathrm{d}R_1+Q_1\,\mathrm{d}f.$$

Appliquant le même processus n fois, on obtient l'existence de 1-formes régulières $\eta_1,\ldots,\eta_n$ et de deux fonctions régulières R_n, Q_n telles que :

$$\omega-(f-y)\{\eta_1+\cdots+\eta_n\}=\mathrm{d}R_n+Q_n\,\mathrm{d}f$$

et donc ω appartient à $(f-y)H^1(f)$.

Montrons à présent comment le Théorème 1.4 se déduit du Lemme 2.3. Il suffit pour cela de prouver l'inégalité $(*)$. Pour ce faire, nous allons montrer par l'absurde que toute famille indépendante dans $H^1(f^{-1}(y))$ est indépendante dans le module $H^1(f)$. Soit $\{\omega_1,\ldots,\omega_r\}$ une famille de 1-formes régulières sur X dont les classes sont $\mathbb{C}$-linéairement indépendantes dans $H^1(f^{-1}(y))$. Supposons qu'il existe des polynômes a_i non tous nuls tels que :

$$a_1(f)\omega_1+\cdots+a_r(f)\omega_r=0\quad\text{dans } H^1(f).$$

Soit m le minimum des ordres des a_i en y. Alors tout a_i s'écrit sous la forme $a_i=(t-y)^m b_i$, et l'un des $b_i(y)$ est non nul. De la relation précédente, on obtient :

$$(f-y)^m\big\{b_1(f)\omega_1+\cdots+b_r(f)\omega_r\big\}=0.$$

D'après le Lemme 2.3, on a $b_1(y)\omega_1+\cdots+b_r(y)\omega_r\equiv b_1(f)\omega_1+\cdots+b_r(f)\omega_r\equiv 0\ [(f-y)]$, ce qui contredit l'indépendance de la famille des ω_i dans $H^1(f^{-1}(y))$.

Références

[1] Y. André, F. Baldarrassi, De Rham Cohomology of Differential Modules on Algebraic Varieties, in: Progr. Math., Birkhäuser, 2000.
[2] T. Bloom, M. Herrera, De Rham cohomology of an analytic space, Invent. Math. 7 (1968) 275–296.
[3] P. Bonnet, A. Dimca, Relative differential forms and complex polynomials, Bull. Sci. Math. 124 (7) (2000) 557–571.
[4] S.A. Broughton, On the topology of polynomial hypersurfaces, in: Proc. Sympos. Pure Math., vol. 40, Part I (Arcata Singularities Conference), American Mathematical Society, 1983, pp. 167–178.
[5] R.-O. Buchweitz, G.-M. Greuel, Le nombre de Milnor, équisingularité et déformations des courbes réduites, in : Séminaire sur les singularités (direction : Lê Dung Trang), Publications mathématiques de l'Université Paris VII, 1976, 1977.
[6] A. Dimca, Singularities and Topology of Hypersurfaces, Springer-Verlag, New York, 1992.
[7] D. Eisenbud, Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry, Springer-Verlag, New York, 1995.
[8] G.-M. Greuel, Der Gauss–Manin-Zusammenhang isolierter Singularitaten von vollstandigen Durchschnitten, Math. Ann. 214 (1975) 235–266.
[9] A. Grothendieck, On De Rham cohomology of algebraic varieties, Publ. Math. I.H.E.S. 29 (1966).
[10] E.J.N. Looijenga, Isolated Singular Points on Complete Intersections, Cambridge University Press.
[11] A.N. Varčenko, Un théorème sur l'équisingularité des familles de variétés algébriques, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 36 (1972) 957–1019; English translation: Math. USSR Izv. 6 (1972) 949–1008.