

PROBLÈME DE TOURNÉES DE VÉHICULES MULTIPÉRIODIQUES : CLASSIFICATION ET HEURISTIQUE POUR LA PLANIFICATION TACTIQUE*

M. MOURGAYA¹ ET F. VANDERBECK¹

Abstract. Periodic Vehicle Routing Problem: classification and heuristic for tactical planning. The Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP) consists in assigning customer visits to vehicle routes in some periods of a time horizon so as to satisfy some service level requirements that can take the form of frequency of visit, constraint on time lag between visits, or pre-defined visit patterns. We present different variants of this problem and propose a classification. Then, we consider a model for tactical planning for which we propose a heuristic: we optimise the planning of customer visits to achieve both workload balancing and regionalisation of the routes. The objective of regionalisation reflects a desire to specialize routes to restricted geographical area. The standard minimisation of distance travelled is left for the underlying operational decision making model. Our heuristic achieves practical solutions for an industrial instance with 16658 visits to schedule over a horizon of 20 days.

Résumé. Le problème de tournées de véhicules multipériodiques consiste à planifier des visites clients sur un horizon de temps donné en les affectant à des tournées de véhicules. Les fréquences de visites ou espacements entre elles sont prescrits. Ces contraintes peuvent prendre la forme de scénarios de visites admissibles. Nous étudions les différentes variantes de ce problème et proposons une classification. Nous nous restreignons ensuite aux décisions tactiques et présentons un algorithme heuristique pour la planification des visites qui optimise la répartition de la charge et la régionalisation des tournées (qu'on désire spécialisées

Reçu le 31 Decembre 2005.

* *Les auteurs remercient leur partenaire industriel qui leur a fait part de leur problème, a fourni des données numériques et a prêté son logiciel de VRP.*

¹ Laboratoire de Mathématiques Appliquées de Bordeaux (MAB), Université Bordeaux 1, 33405 Talence Cedex, France; fv@math.u-bordeaux1.fr

© EDP Sciences 2006

à des zones géographiques compactes). L'objectif traditionnel de minimisation des distances parcourues est reporté au niveau des décisions opérationnelles. Cette approche nous a permis d'obtenir des solutions pratiques pour un problème industriel avec 16658 visites à planifier sur un horizon de 20 jours.

Mots Clés. Vehicule routing, heuristic.

Classification Mathématique. 90B, 90C.

1. INTRODUCTION

Les industries du transport et de la logistique ont conscience de l'importance économique d'une optimisation de leur planning. De nombreux logiciels de planification de tournées ont été développés et doivent continuellement s'adapter aux exigences du marché afin de rester compétitifs. Les problématiques traitées sont de plus en plus complexes : aux modèles opérationnels de construction de tournées succèdent des modèles de planification tactique sur un horizon de temps plus long. L'ambition des fournisseurs de logiciels est de proposer des outils d'aide à la décision pour les trois grandes étapes du processus décisionnel dans le domaine de la distribution :

- (1) étude prévisionnelle (estimation des demandes) ;
- (2) étude tactique (planification du réapprovisionnement des clients) ;
- (3) étude opérationnelle (optimisation des tournées des véhicules).

Le problème de tournées de véhicules multipériodiques est un modèle qui se situe à la frontière du niveau tactique et opérationnel, combinant le problème classique de tournées de véhicules [4, 18] à un problème de planification des tâches sur un horizon de temps. Il consiste à planifier les visites chez un ensemble de clients sur un horizon de temps donné et à organiser parallèlement les tournées des véhicules de la flotte pour chaque jour de l'horizon de temps. Les contraintes liées aux véhicules concernent leur capacité, nombre de véhicules utilisés, le temps de roulage maximum, etc. Les contraintes liées aux clients sont de satisfaire la demande, de respecter les fréquences de visites imposées, de respecter l'espacement entre chaque visite de façon à ne pas provoquer des situations de rupture ou de surplus de stock chez le client, etc.

Les décisions à prendre sont : (i) désigner les jours de visites pour chaque client ; (ii) pour chaque jour du planning, affecter les clients du jour à des véhicules ; (iii) optimiser les tournées des véhicules. Les premières décisions relèvent de la planification tactique tandis que les dernières peuvent se voir comme des décisions opérationnelles à court terme. Les études référencées en section 3 proposent de traiter ce problème comme un modèle de décisions opérationnelles incluant les décisions (i) , (ii) et (iii) avec, le plus souvent, l'objectif de minimiser les distances parcourues par les véhicules. Cette approche ne peut s'appliquer que pour un

planning à court terme avec relativement peu de clients. Le problème qui nous a été soumis comprend 6000 clients sur 20 jours, soit 16658 visites à planifier.

Nous traitons le problème au niveau tactique. Nous supposons connues, à l'issue de l'étude prévisionnelle, les demandes clients et les fréquences de réapprovisionnement. Les mesures de qualités d'un planning à moyen terme ne se limitent pas aux distances parcourues par les véhicules. Il faut assurer :

- (1) une certaine uniformité dans la répartition de la charge de travail entre les jours du planning et les véhicules ;
- (2) un planning évolutif qui pourra intégrer des demandes imprévues sans déstabiliser complètement la solution prévue ;
- (3) des tournées régionalisées qui permettent la spécialisation des chauffeurs et la gestion par zone géographique ;
- (4) la reproductibilité dans le temps, le planning étant reconduit sur un horizon de temps cyclique.

Nous modélisons les deux premiers objectifs par un critère de minimisation de la charge maximum affectée à un véhicule (modèle désagrégé) ou un jour (modèle agrégé) : un planning bien équilibré est naturellement évolutif dans la mesure où il reste des marges de capacité. Notre critère d'évaluation des tournées est la mesure de régionalisation prescrite par le point ci-dessus. Enfin, la reproductivité cyclique est assurée en définissant pour chaque client des scénarios de visites qui respectent les fréquences de visites prescrites tout en évitant les effets de bord en début ou fin de l'horizon de temps.

Le modèle tactique que nous proposons se conçoit dans une approche hiérarchique du PVRP : un premier modèle tactique (PHASE 1) optimise les décisions (i) et (ii) avec le double objectif d'équilibrer la charge et de régionaliser les tournées ; un deuxième modèle opérationnel (PHASE 2) optimise les décisions (ii) et (iii) sur un jour donné avec des objectifs et contraintes plus opérationnels comme minimiser les distances parcourues ou respecter les fenêtres de temps. Le second modèle est de type VRP et est bien documenté dans la littérature [4,18]. Une alternative serait de ne laisser que les décisions (iii) pour le modèle opérationnel qui serait alors un TSP. Pour évaluer les conséquences de nos décisions tactiques sur les solutions opérationnelles, nous appliquerons des méthodes VRP ou TSP à nos solutions.

Le reste de ce texte est organisé comme suit : nous commençons par une description du PVRP (Sect. 2) dans ses nombreuses variantes. Nous proposons une classification selon (a) le ou les objectifs à optimiser, (b) les contraintes spécifiques du problème, et (c) le type de solutions recherchées. Cette classification permet une identification rapide de la variante du problème rencontré et une distinction plus aisée des cas déjà traités dans la littérature. La revue de la littérature en section 3 montre que seules certaines variantes monocritères ont été abordées et ce par des méthodes heuristiques ou méta-heuristiques et que la taille des problèmes traités est bien inférieure à celle de notre application industrielle.

A la section 4, nous présentons une approche heuristique pour notre modèle de décision tactique. Ce modèle (PHASE 1 de l'approche hiérarchique) est un

problème NP-difficile au sens fort, puisqu'il comprend entre-autres le problème de bin packing comme cas particulier. Notre algorithme construit des solutions optimisées selon deux critères : la répartition équilibrée de la charge et le regroupement géographique (régionalisation) des clients affectés à une même tournée. L'heuristique travaille avec une population de solutions intermédiaires sélectionnées suivant des critères de Pareto-optimalité et de diversité (en évitant les solutions symétriques). Les visites clients sont insérées une à une dans un ordre déterminé. L'insertion se fait selon des critères « gloutons ». En section 5, cette heuristique est appliquée respectivement à un problème industriel de grande taille et à quelques jeux de données de la littérature. Les solutions sont comparées respectivement à celle utilisée par l'industriel et aux meilleures solutions recensées dans la littérature. Une estimation de l'écart à l'optimalité est obtenue par comparaison à des solutions obtenues par une approche de génération de colonnes sur des petits jeux de données.

2. LE PROBLÈME DE TOURNÉES DE VÉHICULES MULTIPÉRIODIQUES

Le problème consiste à planifier n clients durant un horizon de temps de T jours en utilisant une flotte de véhicules prédéfinie. Pour tout client $i = 1 \dots n$, l'information concernant la périodicité des visites à effectuer est exprimée soit en termes :

- d'**espacements** à respecter entre deux visites consécutives : le client fournit un nombre de jours minimum (T_{min}^i) et un nombre de jours maximum (T_{max}^i) qui doit séparer deux visites consécutives.
- de **fréquences** de visite f_i : cette fréquence est fixée par le client et nous indique le nombre de visites à effectuer durant l'horizon de temps : $f_i = \frac{p}{q}$ signifie que le client i souhaiterait p visites sur tout intervalle de q jours consécutifs. Celle-ci peut se compléter de contraintes d'espacements à respecter entre deux visites consécutives ($T_{min} = \lfloor \frac{p}{q} \rfloor$, $T_{max} = \lceil \frac{p}{q} \rceil$).
- de **scénarios** : un scénario s est la donnée d'un ensemble de dates auxquelles une visite doit avoir lieu. S_i dénote l'ensemble des scénarios réalisables pour le client i . Ils peuvent soit être donnés par les clients directement, soit déduits des espacements et/ou de la fréquence souhaitée : par exemple, pour une fréquence $f = \frac{p}{q}$, on générera tous les plannings la respectant sur q jours ; ces plannings sont ensuite étendus en scénario par répétition cyclique sur tout l'horizon de temps.

Les scénarios sont la plus riche de ces trois modélisations : ils permettent de prendre en compte des contraintes d'espacement et de fréquence et d'autres contraintes spécifiques telle que tenir compte des jours fériés.

Pour tout client $i = 1 \dots n$, $d_i(t, l)$ dénote la quantité à livrer/enlever chez le client i le jour l si la dernière visite remonte à la date t . La dépendance au temps peut être la conséquence d'une consommation/accumulation du produit entre deux

visites consécutives. Dans le cas où des scénarios de visites sont associés au client, il sera précisé les quantités à livrer à chaque visite. Ce sera donc une donnée déterministe fixée ou alors calculable à partir de la fonction $d_i(t, l)$. La variabilité dans le temps peut aussi être la conséquence d'effet saisonnier et/ou le reflet de journées à forte affluence. Dans certains problèmes, ces quantités sont supposées stationnaires (indépendantes des dates de visites) : cette hypothèse est raisonnable si les visites sont à intervalles réguliers ou si les quantités sont faibles relativement à la capacité du véhicule. Nous considérons que ces demandes sont déterministes. Le cas de demandes stochastiques sort du cadre de notre étude.

Nous supposons connue la matrice des distances/coûts/temps des trajets inter client, $\{c_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq n}$. Dans le cadre d'un modèle tactique, ces distances sont parfois approchées par les distances euclidiennes calculées à partir des coordonnées géographiques associées aux sites clients. En pratique, la distance réellement parcourue est difficile à estimer. Les chauffeurs peuvent se voir attribuer une séquence d'adresses à visiter. Ils choisissent alors eux-mêmes le parcours sur base de leur connaissance du terrain.

Les données concernant la flotte de véhicules mise à disposition pour assurer les visites chez les clients sont : V_t le nombre de véhicules disponibles le jour t et W la capacité d'un véhicule (il pourrait aussi il y avoir plusieurs types de véhicule). La variabilité de la disponibilité journalière des véhicules est directement liée à la stratégie de gestion de la flotte de véhicules par l'industriel (location de véhicules extérieurs à la propre flotte, maintenance des véhicules ...). Chaque véhicule v est associé à un dépôt dpt_v d'où il commence et finit sa tournée.

2.1. OBJECTIFS À OPTIMISER

Nous retrouvons pour le PVRP les objectifs classiques des problèmes de tournées de véhicules : minimiser les distances, les temps de travail, les coûts des tournées du planning, ainsi que le nombre de véhicules utilisés. Dans le cadre multipériodique, les distances, les temps de travail et les coûts à minimiser sont ceux de tous les véhicules pour tous les jours de l'horizon de temps. Cependant, évaluer les tournées en terme des distances parcourues peut conduire à des solutions non souhaitables aux yeux de certains industriels : certaines tournées traversent de nombreux secteurs géographiques différents ; les chauffeurs préfèrent des tournées concentrées autour de certaines régions qui leur sont familières, ils perdent alors moins de temps pour s'orienter.

Pour obtenir des solutions répondant à ce souhait de concentration géographique des tournées, nous proposons un critère de **régionalisation** : régionaliser les tournées c'est former des « clusters » (paquets) de points de visites qui soient des regroupements de clients proches et qui forment une partition de l'espace en zones bien distinctes. Pour établir une mesure de régionalisation, nous nous inspirons des mesures statistiques utilisées en « classification des données ». La dissimilarité entre

deux clients i et j sera caractérisée par la distances entre ces clients : c_{ij} . La qualité d'une clusterisation peut être mesurée au travers de deux critères : la *séparation* entre les clusters qu'on doit maximiser et l'*homogénéité* (resp. *hétérogénéité*) au sein d'un même cluster C qu'on doit maximiser (resp. minimiser).

Une mesure permet d'optimiser simultanément la *séparation* et l'*homogénéité*. C'est la somme des coûts des arêtes intra-clusters :

$$\sum_C \sum_{i,j \in C} c_{ij} .$$

Minimiser ce critère minimise l'*hétérogénéité* tout en maximisant le coût des arêtes allant d'un cluster à un autre (donc la *séparation*) puisque la somme des ces deux critères est une constante. C'est la mesure que nous avons choisie. Notons qu'en travaillant avec le critère régionalisation, nous renonçons à prendre en compte des objectifs opérationnels liés au séquençement des tournées tel que les fenêtres de temps etc.

Le critère de régionalisation peut s'appliquer à deux niveaux d'agrégation :

- (1) régionalisation des tournées au niveau des journées : toutes les tournées d'une journée seront concentrées autour d'une même région. Ce cas est approprié dans le cadre du problème de la localisation des « plates formes amovibles ou dépôts de transfert » : une pratique courante consiste à desservir les régions très éloignées non pas à partir du dépôt initial mais d'une plate forme fictive qui est alimentée par une tournée partant du dépôt.
- (2) régionalisation des tournées au niveau de chaque véhicule et chaque jour du planning : chaque tournée est individuellement concentrée autour d'une même région. Ce cas se rencontre souvent lorsque la connaissance géographique d'un secteur est un paramètre important.

Le choix du niveau d'agrégation à appliquer au critère de régionalisation dépendra donc du mode d'organisation de l'entreprise.

Construire un planning sans tenir compte de la localisation des **dépôts** permet d'obtenir au final des tournées localement régionalisées. En revanche, inclure le dépôt favorise l'insertion des clients qui se situeraient sur le chemin entre le cluster de clients prévus dans cette tournée et le dépôt. Donc, un modèle ignorant les dépôts permet de mettre l'accent sur la régionalisation des tournées. Tandis que, si on désire préparer un objectif opérationnel de minimisation des coûts des tournées, il est important d'inclure les dépôts.

Un autre objectif implicite mais important aux yeux des industriels est celui de l'**équilibre de la charge**. Les solutions qui engendrent une grosse accumulation des livraisons durant certains jours du planning (resp. pour certains véhicules) et une activité moindre d'autres jours (resp. d'autres tournées allégée) ne sont typiquement pas acceptables en pratique. Bien au contraire, les industriels chercheront

à lisser l'activité de livraison tout au long de l'horizon de temps et une utilisation homogène des véhicules. Ce lissage des activités peut se voir comme un critère agrégé au niveau des jours ou désagrégé au niveau des véhicules ou des dépôts. Équilibrer la charge dépôts permet de faire un lien avec la production et la gestion de stock. En effet, ce qui est livré dépend de la production.

La mesure de la charge de travail peut se décliner de différentes manières : elle peut représenter le nombre de clients visités, la quantité de produits livrés, le temps de travail effectué. Quelque soit la mesure utilisée, équilibrer la charge de travail permet d'avoir une solution plus stable, c'est-à-dire plus robuste aux aléas de la pratique. Par exemple, si une tournée prévoit d'utiliser un véhicule à pleine charge et qu'un imprévu vienne encore augmenter cette charge, la solution devient irréalisable. De même un dépôt requis à pleine capacité sera plus susceptible d'être en rupture de stock. Au contraire un planning bien équilibré affiche un niveau d'utilisation de ressources typiquement inférieur à la capacité et permet donc d'intégrer plus facilement de nouvelles visites sans pour autant détruire la réalisabilité de la solution.

Un autre objectif sous-jacent est celui de la **qualité de service**. Il se traduit bien sûr par le respect des fréquences et des espacements entre les visites. Mais il peut aussi se formuler en terme de préférence sur les scénarios admissibles ou de priorité donnée à certains clients importants : dans ce cas on associera des coûts au choix des scénarios. Des mesures de qualité de service, telles que des fenêtres de temps pour les livraisons ne seront prises en compte que dans un modèle de décisions opérationnelles.

2.2. CONTRAINTES SPÉCIFIQUES

Nous retrouvons comme pour le VRP les contraintes techniques pour chaque entité client-dépôt-véhicule telles que la capacité limitée des véhicules, la satisfaction des demandes des clients (stationnaires ou dépendantes de la date depuis la dernière visite), le respect des dépôts d'affectation, etc. En plus des contraintes de fréquence ou d'espacement des visites présentées ci-avant, le client peut aussi imposer des restrictions sur les jours de visites liées entre autre à la fermeture de l'établissement, à la vie autour de son établissement (Ex. jour de marché). Ces notions seront prises en compte lors de la construction des scénarios ou lors de la construction du planning si l'on travaille avec les espacements entre visites.

2.3. TYPES DE SOLUTIONS RECHERCHÉES

Les variantes du PVRP se déclinent également selon le caractère **cyclique** ou non des solutions recherchées et selon le traitement des critères multiples. Une solution cyclique est recherchée quand les mêmes plannings doivent être répétés sur chaque horizon de temps T . La longueur d'un cycle T peut être une semaine, un mois, ou plusieurs mois. Dans un contexte cyclique, il faut donc s'assurer que les

visites sont bien espacées de façon à pouvoir les reproduire d'un cycle à l'autre sans avoir d'effet de bord : il faudra veiller à ce que l'espacement entre la dernière visite d'un cycle et la première visite du cycle suivant soit compris entre l'espacement minimal et maximal prescrits. Cette notion est très bien prise en charge dans le concept de scénarios.

Les solutions recherchées diffèrent aussi selon qu'on optimise un ou plusieurs critères. Le traitement des critères multiples peut se faire soit en définissant un objectif agrégé comme combinaison linéaire des différents objectifs à optimiser, soit en optimisation multicritères avec un ensemble de solutions Pareto-optimales, soit encore par optimisation hiérarchique. Si on considère une combinaison linéaire des objectifs possibles à optimiser, la solution optimale est clairement définie car l'espace de recherche des solutions est totalement ordonné : deux solutions sont toujours comparables entre elles. Mais la difficulté est de déterminer le poids respectif de chacun des critères dans l'objectif agrégé. La situation est différente lorsque l'on tente d'optimiser plusieurs objectifs à la fois. L'espace de recherche des solutions n'est plus totalement ordonné, mais n'est que partiellement ordonné : deux solutions ne sont pas forcément comparables entre elles. Une telle situation survient lorsque, par exemple en considérant deux objectifs, l'un peut avoir une meilleure évaluation sur le premier et une très médiocre sur le second et vice versa pour la seconde solution. Les solutions non dominées sont dites Pareto-optimales. Il est clair qu'optimiser suivant plusieurs objectifs ajoute un degré de difficulté.

2.4. SCHÉMAS DE LA CLASSIFICATION

Dans les figures 1, 2 et 3, nous reprenons les notions que nous avons mises en place respectivement dans les sections 2.1, 2.2 et 2.3 concernant les objectifs, les contraintes et les solutions recherchées. Nous utiliserons des termes plus génériques tels que « période » et « cluster » à la place de jour et véhicule ou dépôt afin de modéliser de manière générale les différents niveaux d'agrégation et les différentes déclinaisons des mesures utilisées. Les entités de base « période », « cluster » et « client » peuvent se définir de la façon suivante. Une période désigne une unité de découpage de notre horizon de temps : l'horizon de temps est composé de T périodes. Cela peut être un jour, une semaine, un mois, etc. Un cluster désignera une entité à considérer au sein d'une période. Il peut représenter un véhicule, un type de véhicule, un dépôt ou même la période entière suivant le niveau d'agrégation voulu. Enfin nous désignerons par client soit un client individuel, soit un groupe de clients.

3. REVUE DE LA LITTÉRATURE

La littérature contient peu d'études du PVRP. La plupart des articles sur le sujet proposent une formulation possible pour le PVRP et se concentrent ensuite sur la mise en œuvre d'une procédure heuristique. Nous avons recensé quelques

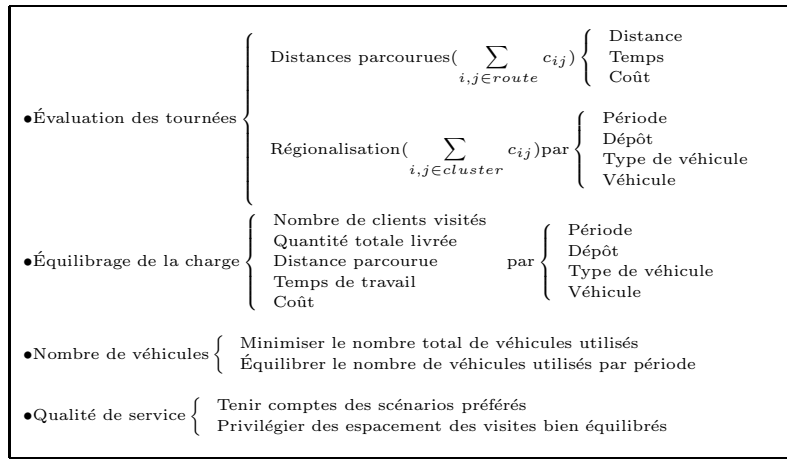


FIGURE 1. Les objectifs.

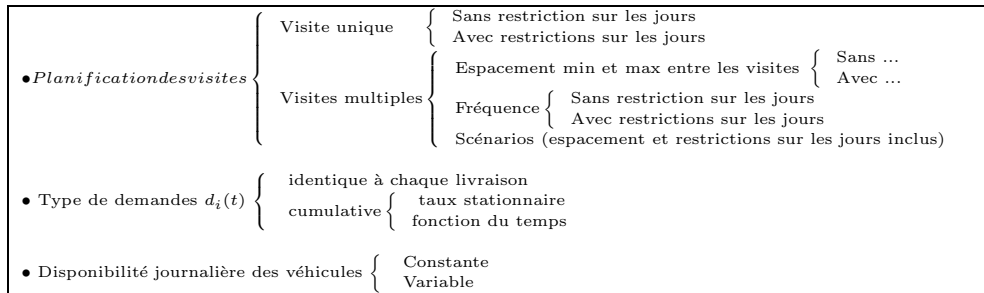


FIGURE 2. Les contraintes spécifiques.

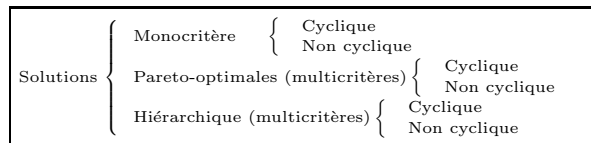


FIGURE 3. Les solutions.

études de cas pratiques, des études proposant des extensions d’algorithmes existants pour le VRP, et des applications de méthodes métaheuristiques. Certaines études considèrent des variantes du PVRP plus complexes que celles présentées à la section 2.4 telle que la possibilité d’affecter plusieurs tournées à un même véhicule au sein d’une même journée [1]. Un état de l’art sur les approches hiérarchiques (affectation puis routage) a déjà été proposé par Ball dans [3].

TABLEAU 1. Variantes traitées dans la littérature.

| VARIANTE 1 | |
|-------------------|---|
| Optimisation | Monocritère |
| Objectif | Évaluation des tournées en terme de temps de parcours ou distance |
| Caractéristiques | Espacements entre deux visites consécutives Demande dépendant du jour de livraison Équilibrage de la charge pour jour en terme de quantité livrée |
| Référence | [15] |
| Taille | $T = 6, V = 4, n = 490$ soit 776 points à planifier |
| VARIANTE 2 | |
| Optimisation | Monocritère |
| Objectif | Évaluation des tournées en terme de temps de parcours ou distance |
| Caractéristiques | Scénarios Demande constante à chaque visite |
| Référence | [8],[17],[14], [7], [9], [19] |
| Taille | $2 \leq T \leq 10, 20 \leq n \leq 417, 1 \leq V \leq 9$ |
| VARIANTE 3 | |
| Optimisation | Monocritère |
| Objectif | Évaluation des tournées en terme de temps de parcours ou distance |
| Caractéristiques | Scénarios Demande dépendant du jour de livraison |
| Référence | [3], [7] |
| Taille | $2 \leq T \leq 10, 20 \leq n \leq 417, 1 \leq V \leq 9$ |
| VARIANTE 4 | |
| Optimisation | Hiérarchique |
| Objectifs | Équilibrer le nombre de véhicules utilisés par jour (obj) Minimiser le coût des tournées en terme de temps de parcours (contr) |
| Caractéristiques | Espacements entre deux visites consécutives Demande dépendante du jour de livraison |
| Référence | [10] |
| Taille | $6 \leq T \leq 12, 100 \leq n \leq 300$ |

Les variantes traitées dans la littérature considèrent soit un modèle utilisant des scénarios soit des espacements entre les visites. Les demandes sont soit dépendantes du jour de livraison soit constantes. Toutes considèrent une optimisation monocritère avec comme objectif soit la minimisation des distances parcourues soit l'équilibrage du nombre de véhicules utilisés par jour. Tan et Beasley [17] ont utilisé des pseudo distances mesurant la contribution d'un client à une route pour évaluer les tournées. L'équilibrage de la charge au niveau des journées a été abordé dans [15] et traité en tant que contrainte lors de l'élaboration d'une solution initiale. Dans le tableau 1, nous résumons les caractéristiques des variantes considérées dans la littérature, nous donnons les références correspondantes et précisons la taille des instances résolues (T est le nombre de jours, V le nombre de véhicules, et n le nombre de clients).

Pour les variantes 1, 2 et 3 du tableau 1, plusieurs articles proposent une heuristique en deux temps : (i) construction d'une solution initiale; (ii) usage de procédures d'amélioration. Nous retrouvons cette démarche dans Russel et Igo [15], Christofides et Beasley [8], Tan et Beasley [17], Russel et Gribbin [14], Gaudioso et Paletta [10], Chao, Golden et Wasil [7]. Leur procédure de construction de solution initiale est basée sur des affectations aléatoires de scénarios aux clients, des attractions des clients par rapport à un centre choisi pour chaque période, ou des évaluations des scénarios. Les procédures d'amélioration font appel à une variété

TABLEAU 2. Les instances communes à différentes études du PVRP.

| Instance name | Instance | | | Référence | Temps (min) | meilleure sol |
|------------------|----------|---|----|-------------------------------|-------------|---------------|
| | N | V | T | | | |
| p01 | 50 | 3 | 2 | [8],[14], [7], [9] | 1.1 | 524.61 |
| p02 | 50 | 3 | 5 | [8],[17],[14], [7], [9], [19] | 36.67s | 1322.87 |
| p03 | 50 | 1 | 5 | [8], [7], [9],[19] | 0.6 | 524.61 |
| p04 | 75 | 6 | 5 | [8],[14], [7], [9],[19] | 5.19 | 835.43 |
| p05 | 75 | 1 | 10 | [8],[17],[14], [7], [9],[19] | 7.48 | 2027.99 |
| p06 | 75 | 1 | 10 | [8], [7], [9], [19] | 16.33s | 836.37 |
| p07 | 100 | 4 | 2 | [8],[14], [7], [9],[19] | 7.63 | 826.14 |
| p08 | 100 | 5 | 5 | [8],[17],[14], [7], [9],[19] | 10.70 | 2034.15 |
| p09 | 100 | 1 | 8 | [8], [7], [9],[19] | 10.03 | 826.14 |
| p10 | 100 | 4 | 5 | [8],[17],[14], [7], [9],[19] | 9.68 | 1595.84 |
| p11 | 126 | 4 | 5 | [8],[17],[14], [7], [9], [19] | 1415.33s | 779.29 |
| p12 | 163 | 3 | 5 | [14], [7], [9], [19] | 5844.33s | 1195.88 |
| p13 | 417 | 9 | 7 | [14], [7], [9],[19] | 59.98 | 3511.62 |
| p14 | 20 | 2 | 4 | [7], [9], [19] | 4s | 954.81 |
| p15 | 38 | 2 | 4 | [7],[9],[19] | 20.33 | 1862.63 |
| p16 | 56 | 2 | 4 | [7], [9], [19] | 87s | 2875.24 |
| p17 | 40 | 4 | 4 | [7], [9],[19] | 3.01 | 1597.75 |
| p18 | 76 | 4 | 4 | [7], [9], [19] | 215.67s | 3147.24 |
| p19 | 112 | 4 | 4 | [7], [9], [19] | 1205.50s | 4834.34 |
| p20 | 184 | 4 | 4 | [7], [9], [19] | 5444s | 8367.40 |
| p21 | 60 | 6 | 4 | [7], [9] | 5.20 | 2184.04 |
| p22 | 114 | 6 | 4 | [7], [9] | 11.46 | 4271.11 |
| p23 | 168 | 6 | 4 | [7], [9] | 19.58 | 6602.59 |
| p24 | 51 | 3 | 6 | [7], [9] | 4.26 | 3687.46 |
| p25 | 51 | 3 | 6 | [7], [9] | 4.34 | 3777.15 |
| p26 | 51 | 3 | 6 | [7], [9] | 4.26 | 3795.33 |
| p27 | 102 | 6 | 6 | [7], [9] | 11.31 | 21956.46 |
| p28 | 102 | 6 | 6 | [7], [9] | 11.13 | 22934.71 |
| p29 | 102 | 6 | 6 | [7], [9] | 11.22 | 22909.36 |
| p30 | 153 | 9 | 6 | [7], [9] | 20.72 | 75016.58 |
| p31 | 153 | 9 | 6 | [7], [9] | 20.30 | 78179.89 |
| p32 | 153 | 9 | 6 | [7], [9] | 20.62 | 80479.20 |

d'échanges standards : changer de position un client dans une route, changer un client de route, changer le scénario d'un client.

Des métaheuristiques ont été appliquées à la variante 2 du tableau 1. Cordeau, Gendreau et Laporte [9] et Angelelli, Speranza [1] ont implémenté une recherche tabou. Angelelli et Speranza ont étudié une extension de la variante 2 en incluant des infrastructures permettant aux véhicules de vider ou de renouveler leur chargement au cours d'une même journée. Vianna, Ochi et Drummond [19] ont opté pour une heuristique basée sur les concepts des algorithmes génétiques.

Les résultats des articles cités ne sont pas directement comparables dans la mesure où les tests n'ont pas été effectués dans les mêmes conditions. Mais certains auteurs ont utilisé les mêmes données numériques ce qui permet de comparer leurs méthodes. Dans le tableau 2, nous avons repris les résultats obtenus par [7–9, 14, 17, 19] sur la batterie des 32 tests standards issus de la littérature [6]. Les références notées en gras indiquent les articles ayant obtenus les meilleures qualités de solutions sur ces tests. Nous avons également indiqué le temps de calcul nécessaire à la méthode pour obtenir cette solution, ainsi que les caractéristiques des jeux de données composant cette batterie de tests. Ces temps de calcul sont

difficilement exploitables dans la mesure où les tests ont été effectués sur des machines différentes. Une véritable étude comparative a été menée dans [9] et a montré que Cordeau, Gendreau et Laporte [9] ont obtenu la meilleure qualité de résultats sur tous les jeux de données du tableau 2, et que la méthode de Chao, Golden et Wasil [7] réussissait à obtenir les mêmes résultats dans 7 tests sur les 32 effectués. Le tableau 2 reprend les résultats de [9] dans la colonne « meilleure sol ».

Quelque soit la variante étudiée, les articles précédents ont choisi comme critère d'évaluation des tournées les distances parcourues et en ont fait leur unique objectif (sauf dans [10]). Nous étudions le modèle de planification tactique bicritère : équilibrage de charge (par jour ou par véhicule) et régionalisation (par véhicule). Nous n'avons pas la possibilité de comparer nos résultats car nous ne travaillons pas sur le séquençement des tournées contrairement aux études de la littérature. Néanmoins, nous pourrions comparer les résultats obtenus au terme d'une phase 2 (modèle opérationnel) appliquée à chaque jour du planning obtenu comme solution de la PHASE 1 (notre modèle tactique). Pour ce faire nous utiliserons une heuristique pour le VRP qui nous a été prêtée par notre partenaire industriel.

Du point de vue de la méthodologique, notre heuristique de résolution du problème tactique fonctionne en deux temps : solution initiale puis amélioration comme dans [7, 8, 10, 14, 15, 17] mais nous mettons plutôt l'accent sur la construction d'une solution initiale alors que ces références comptent sur l'utilisation intensive de procédures d'amélioration. Néanmoins notre heuristique constructive explore largement l'espace des solutions puisqu'il travaille avec une population de solutions intermédiaires. Les procédures d'échanges que nous avons implémentées sont simples. Elles visent seulement à améliorer la régionalisation des tournées sans détruire l'équilibrage de la charge de la solution. Alors que les heuristiques d'échanges proposées dans la littérature pour le modèle opérationnel considère aussi des améliorations de la séquence de visites des clients. Par ailleurs, nous proposons des formulations pour une approche basée sur la programmation mathématique.

4. HEURISTIQUE POUR LA PLANIFICATION TACTIQUE

Nous avons développé et implémenté un algorithme heuristique construisant des solutions ad hoc au problème de la planification tactique (Phase 1 optimisant les décisions (i) et (ii) de la Sect. 1). Le modèle résolu peut se formuler en terme des variables de décision $x_{ivt} = 1$ si le client i est affecté au véhicule v au jour t et zéro sinon, $z_{is} = 1$ si le scénario s est choisi pour le client i , zéro sinon. Les variables dépendantes sont : $y_{ijvt} = 1$ si les clients i et j sont affectés au même cluster associé au véhicule v au jour t , zéro sinon, et W est la charge maximum

d'un véhicule. Le modèle avec optimisation bicritère se formule alors comme suit :

$$\min(W, \sum_{i,j,t,v \in S_t} c_{ij} y_{ijvt}) \quad (1)$$

$$\sum_{s \in S_i} z_{is} \geq 1 \quad \forall i \quad (2)$$

$$\sum_{v \in S_t} x_{ivt} \geq \sum_{s \in S_i: t \in s} z_{is} \quad \forall i, t \quad (3)$$

$$y_{ijvt} \geq x_{ivt} + x_{jvt} - 1 \quad \forall i, j, v, t \quad (4)$$

$$\sum_i d_{it} x_{ivt} \leq W \quad \forall v, t \quad (5)$$

$$z_{is}, x_{ivt}, y_{ijvt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, v, t \quad (6)$$

où S_t est l'ensemble des véhicules disponibles le jour t . En effet, un scénario doit être affecté à chaque client (2), le choix d'un scénario implique la prescription de visites en certains jours (3), (4) définissent les arêtes des clusters associés aux véhicules, (5) définissent la charge de chaque véhicule. Le modèle avec équilibrage de la charge au niveau du jour (agrégé) se formule de la même façon si ce n'est que (5) est remplacé par

$$\sum_{i,v \in S_t} d_{it} x_{ivt} \leq W \quad \forall v, t. \quad (7)$$

L'heuristique construit des solutions Pareto-optimales du point de vue des critères de l'équilibrage de la charge et de la régionalisation des clusters de points de visites associés aux véhicules. Cette heuristique s'adapte facilement à différentes variantes du problème [13]. En particulier, l'équilibrage peut se faire au niveau d'un véhicule ou d'un jour ; pour la régionalisation, un cluster peut représenter tout aussi bien un véhicule, un type de véhicule, un dépôt, ou même un jour. Enfin, le critère de régionalisation peut être remplacé par celui de la minimisation des distances parcourues comme nous l'avons fait à titre comparatif dans les tests numériques présentés en section 5. Nous pouvons également choisir d'inclure ou non le passage par les dépôts dans l'évaluation du critère de régionalisation. En fait, notre heuristique peut couvrir toute la gamme des variantes présentées en section 2 (voir [13]). Pour simplifier la présentation, nous nous limitons ici aux modèles (1-6) et (1-4, 7, 6).

4.1. PRINCIPE DE L'HEURISTIQUE

L'heuristique est essentiellement basée sur trois concepts : (i) on ordonne les clients (list processing), (ii) on affecte les clients à un ensemble de jours de l'horizon de temps (de manière gloutonne), (iii) on évalue chaque affectation selon les deux critères de répartition de la charge et de régionalisation (Pareto-optimalité). Le fichier résultat décrit l'ensemble des solutions conservées : pour chaque solution,

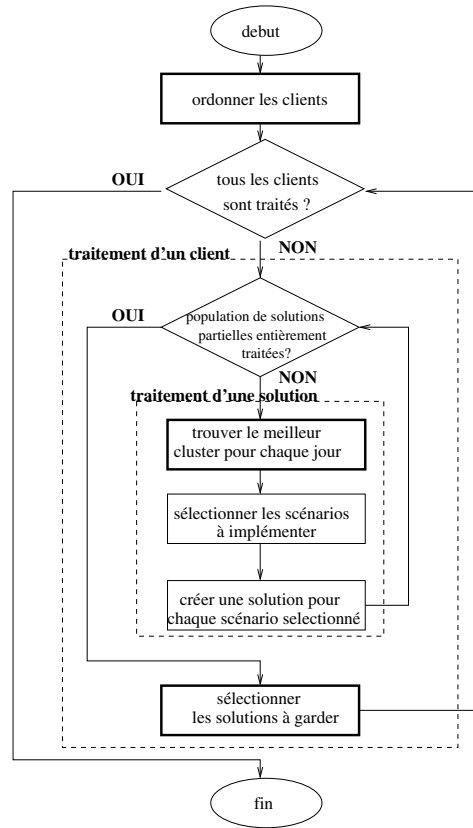


FIGURE 4. Heuristique constructive.

il indique la liste des clients visités pour chaque jour et par chacun des véhicules, les évaluations des critères charge de travail et régionalisation.

L'algorithme construit de manière progressive une population de planning. A chaque itération, on planifie les visites d'un client. L'ordre de traitement des clients est déterminant pour la qualité du planning final dans ce type d'approche. Nous en définissons un en section 4.3. Une fois les clients rangés, nous construisons pas à pas un planning en y intégrant les clients un à un selon une logique gloutonne. Affecter un nouveau client au planning consiste, pour chaque scénario réalisable de ce client, à évaluer chaque jour du scénario, à chercher le meilleur cluster pour chaque jour du scénario et à créer une solution pour chaque scénario en étendant la solution courante. Nous pouvons organiser les choses différemment pour diminuer le temps de calcul. Nous pouvons au préalable évaluer le meilleur cluster pour chacun des jours du planning, puis implémenter chacun des scénarios (ou uniquement ceux qui ont été sélectionnés). La figure 4 reprend chacune des étapes de l'algorithme que nous développons dans les sections suivantes.

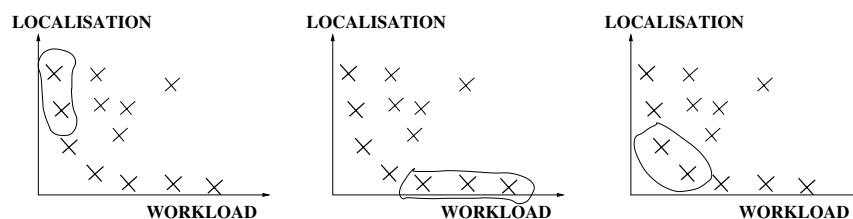


FIGURE 5. Illustration des tendances équilibrage, régionalisation, ou mixte.

4.2. EXPRESSION DE TENDANCES

Un paramètre important de notre heuristique est l'expression d'une « tendance » (*plutôt équilibrage de charge, plutôt régionalisation, ou mixte*) qui nous permet de limiter la recherche énumérative par endroit et de favoriser un critère. La figure 5 illustre la partie de la courbe des solutions Pareto-optimales sur laquelle l'heuristique va intensifier sa recherche pour chaque type de tendance. Ce paramètre intervient dans le choix de l'ordre de traitement des clients, dans les choix glouton d'affectation de jour et de véhicule, et dans la sélection des solutions partielles à développer (en effet, nous ne pouvons pas garder toutes les solutions partielles générées à chaque itération vu leur nombre croissant).

4.3. CLASSEMENTS DES CLIENTS

Le principe retenu pour établir l'ordre d'insertion des clients est de traiter en priorité les clients susceptibles de provoquer le plus de déséquilibre dans le planning. Il y a essentiellement trois facteurs susceptibles de provoquer un déséquilibre dans le planning : la forte demande des clients, le choix restreint dans les possibilités de planification et le nombre de jours concernés par la planification du nouveau client. Les clients ayant une petite demande sont réservés pour la fin, pour éventuellement permettre de combler un déséquilibre (nous nous sommes inspiré de la règle « LPT » – **L**ongest **P**rocessing **T**ime first – utilisée dans les problèmes d'ordonnancement). A demande égale, nous privilégions le client qui possède le plus petit choix de scénarios réalisables en gardant pour la fin les clients pour lesquels nous avons plus de liberté. Enfin, les clients associés à un nombre plus petit de visites viendront combler les déséquilibres éventuels de la charge.

Du point de vue du critère de régionalisation, nous allons planifier en priorité les clients les plus excentrés. Ils se mettront automatiquement dans des clusters différents au départ, puis lorsqu'il n'y a plus de cluster vide, les clients déjà planifiés agiront comme des centres d'attraction des clients qui leur sont les plus proches. Nous avons utilisé la somme des arêtes aux autres clients (ou la distance maximum séparant deux clients) comme mesure de l'excentricité.

D'où, pour notre optimisation bicritère, nous définissons un compromis entre ces deux ordres en procédant comme suit. Nous classons les clients selon l'ordre hiérarchique suivant :

- (1) demande décroissante ;
- (2) nombre de scénarios réalisables croissant ;
- (3) excentricité maximum ;
- (4) nombre de visites décroissant.

Ce compromis privilégie l'ordre favorable à l'équilibre des charges car ce critère est plus sensible à l'ordre de traitement des clients. Si nous choisissons la tendance équilibrage de la charge, nous pouvons faire passer le critère excentricité en (4). Si nous choisissons la tendance évaluation des tournées, nous le ferons passer en (2).

De part ce classement, ce sont les clients dont l'insertion entraîne la plus grande perturbation du point de vue de l'équilibrage de la charge ou de l'évaluation des tournées qui seront traités les premiers. Les premières affectations d'un tel processus sont très marquantes dans la diversité des solutions à venir. Le nombre croissant des solutions partielles à chaque itération nous oblige à en éliminer en cours d'algorithme. Les premières solutions partielles ne sont pas soumises à une élimination arbitraire car encore peu nombreuses. Nous pouvons comparer le processus de génération des solutions intermédiaires à une structure d'arbre d'énumération dont on aura limité le nombre de noeuds à chaque niveau de profondeur de l'arbre.

4.4. RESTRICTIONS DANS LA CONSTRUCTION DES SOLUTIONS

Pour chaque insertion de client dans le planning partiel, on doit choisir un scénario et un cluster pour chaque visite prévue par ce scénario. L'extension d'une solution de l'itération précédente donne donc lieu à la création de $\sum_{s \in S_i} \prod_{t \in s} V_t$ nouvelles solutions. La taille de cette population intermédiaire de solutions partielles augmente de manière exponentielle d'itération en itération. Cependant, aucune règle ne permet de prédire le devenir de chacune des solutions partielles (quelles solutions donneront lieu à une solution Pareto-optimale à la dernière étape), même pas la dominance au sens de Pareto : une solution intermédiaire dominée peut donner lieu à une solution finale qui soit Pareto-optimale.

Nous appliquons donc des critères heuristiques pour limiter le nombre de solutions considérées. Une première restriction consiste à ne considérer l'affectation d'un nouveau client qu'au meilleur véhicule pour chacun des jours d'un scénario : pour le choix du meilleur véhicule, on évalue le delta de charge de travail maximum et de coût de régionalisation et on sélectionne une paire suivant le paramètre « tendance » ; ainsi nous déterminons *a priori* le meilleur cluster pour chaque jour de l'horizon de temps, avant d'évaluer les scénarios. Le choix des scénarios est également restreint heuristiquement : nous ne générons des nouvelles solutions qu'à partir des scénarios réalisables pour le client i qui donnent des paires de mesures de delta charge de travail maximum et régionalisation qui ne soient pas dominées (au sens de Pareto) par d'autre choix de scénarios.

De plus, parmi toutes les solutions ainsi engendrées, nous ne gardons que celles qui sont Pareto-optimales. Mais il en reste encore trop, typiquement. Aussi nous

tentons de détecter et d'éliminer les solutions symétriques. Nous avons défini la **symétrie** de la façon suivante : une solution partielle est symétrique par rapport à une autre si pour les deux solutions, le nombre de jours identiques est supérieur à un certain seuil fixé par l'utilisateur.

Deux jours sont identiques si :

- leurs charges de travail sont les mêmes ;
- leurs mesures de régionalisation sont les mêmes ;
- les nombres de visites sont les mêmes ;
- les clients visités sont les mêmes.

Lorsque l'utilisateur fixe le nombre de jours identiques à T , deux solutions symétriques sont identiques à une permutation des jours près. Dans le cas où le nombre de jours identiques fixé par l'utilisateur est $< T$, nous parlerons de solutions partiellement symétriques. Des solutions partiellement symétriques sont susceptibles de générer par la suite des solutions fortement similaires à une permutations des jours près. On les éliminera donc en priorité dans un souci de diversifier nos solutions intermédiaires.

Enfin, nous imposons une borne supérieure sur le nombre de solutions intermédiaires au travers d'un paramètre K . Si le nombre de solutions intermédiaires dépasse cette borne, nous ne gardons que les K meilleures solutions définies selon la tendance choisie.

A la fin de l'algorithme, nous disposerons donc d'un panel de K solutions Pareto-optimales parmi lesquelles nous sélectionnons les $K_f \leq K$ meilleures selon une préférence indiquée en paramètre par l'utilisateur. Le paramétrage de cette préférence pour la sélection finale peut être : (i) minimiser la charge de travail maximum ; (ii) minimiser la différence entre charge de travail maximum et minimum ; (iii) minimiser le critère de régionalisation ; (iv) minimiser l'estimation des distances parcourues dans les tournées. Une estimation de la distance totale parcourue est obtenue en appliquant le logiciel CONCORDE [2] pour le TSP. S'il le désire, l'utilisateur peut récupérer ainsi plusieurs solutions $K_f > 1$ et comparer visuellement la qualité géométrique des tournées.

4.5. PROCÉDURES D'AMÉLIORATION

Nous avons mis en place des procédures d'échanges de type spatial ou temporel pour le modèle agrégé avec équilibrage de la charge par jour :

- (1) pour un jour fixé, nous changeons un client de cluster ;
- (2) pour deux clients ayant les mêmes fréquences de visites, nous échangeons leurs scénarios ;
- (3) pour un client, nous changeons de scénario.

Ces trois procédures sont appelées une seule fois et dans cet ordre. Nous privilégions les échanges telles que la charge de travail maximum reste inchangée et qui améliore la régionalisation.

La première procédure d'amélioration consiste à réorganiser les clusters pour un jour donné. La réaffectation des clients à un autre cluster au sein d'une même

journee se passe comme suit. Nous évaluons pour un jour donné et un client donné, son affectation à chacun des clusters. Si le meilleur cluster trouvé est différent de celui auquel le client est affecté, procédez à l'échange de clusters. Ce processus est répété tant qu'une amélioration est possible.

La seconde procédure d'échange consiste à échanger les scénarios de deux clients de même fréquence et ayant les mêmes demandes. Comme précédemment, seules des améliorations sont attendues au niveau de l'évaluation des tournées de la solution. Dans un premier temps, nous regroupons les clients ayant les mêmes fréquences et les mêmes demandes. Pour chacun de ces groupes, nous implémentons tout échange de scénarios qui améliore le critère d'évaluation des tournées.

Finalement la dernière procédure d'amélioration vérifie qu'à chaque client est affecté le scénario qui engendre le plus petit coût en terme d'évaluation des tournées. Pour cela, pour chaque client, nous passons en revue chacun de ses scénarios valides, nous évaluons leur impact sur le critère d'évaluation des tournées de la solution. Et nous ré-affectons au client le scénario qui n'augmente pas la charge de travail maximum et minimise le coût de régionalisation.

Nous n'avons pas développé de procédure d'amélioration pour le modèle désagrégé. Tout changement d'affectation entre véhicule entraîne maintenant une modification possible de la valeur maximale de la charge d'un véhicule. A cause de ces perturbations, les 3 échanges considérés ci-avant ne permettent pas l'intensification de la recherche autour de la solution courante. Des procédures plus complexe seraient nécessaires.

5. TESTS NUMÉRIQUES ET VALIDATION DE L'HEURISTIQUE

Nous avons appliqué notre heuristique au problème fourni par notre partenaire industriel. Il s'agit d'un problème de transport de fonds qui consiste à planifier 16658 visites chez 6172 clients sur un horizon de temps de 20 jours. La flotte de véhicules disponibles est fixée pour chaque jour de l'horizon. Pour chaque client, la quantité demandée est la même pour toutes les livraisons à effectuer. Nous présentons les résultats respectivement pour le modèle agrégé et désagrégé en section 5.1 et d'optimalité que peut engendrer notre heuristique en comparant nos solutions primales à des bornes duales obtenues par une approche de génération de colonnes. Ceci n'a pu être fait que sur de plus petits jeux de données. Enfin, nous montrons que les solutions opérationnelles, obtenues en résolvant la phase 2 avec l'heuristique de VRP prêtée par notre partenaire industriel, sont de qualité comparable à celles obtenues par les meilleures méthodes proposées dans la littérature. Cette comparaison se fait sur des jeux de données de la littérature. Ces expériences numériques ont été réalisées sur un PC pentium 3, 1 Ghz.

5.1. ÉQUILIBRAGE LA CHARGE JOURNALIÈRE ET RÉGIONALISATION PAR VÉHICULE

Nous comparons nos solutions à une solution fournie par l'industriel. Pour ce faire nous caractérisons les solutions plus largement qu'avec les 2 seuls critères de régionalisation et équilibrage du modèle tactique. Nous examinons aussi les

répercussions que nos décisions de la phase 1 peuvent avoir sur des solutions opérationnelles obtenues au terme d'une phase 2. Pour la construction des tournées de la phase 2, nous utilisons le logiciel commercial qui fut utilisé pour produire la solution industrielle de comparaison. Les résultats de cette phase 2 représentent une moyenne obtenue en lançant 10 fois le logiciel de VRP. En effet ce logiciel est une procédure d'amélioration itérative non déterministe. Le temps laissé au logiciel est d'une heure pour chaque jour du planning.

La mesure du critère de régionalisation est directement disponible au terme de la phase 1. Néanmoins nous mesurons aussi la régionalisation des tournées opérationnelles de la phase 2. Pour ce faire, il a fallu récupérer la composition des clusters manuellement. Nous ne l'avons fait que pour une solution industrielle calculée en une demi heure (au lieu de calculer une moyenne sur 10 réponses du logiciel obtenue après une heure chacune).

TABLEAU 3. Comparatif des solutions au modèle agrégé.

| solution | SOLUTION PHASE 1 | | SOLUTION PHASE 2 | | | |
|--------------|------------------|-----------|------------------|--------|-----------|-----------|
| | rég ph 1 | dev W Rel | rég ph 2 | nb veh | km | coût |
| industrielle | | 55.00 % | 6675560 | 365.8 | 73 414.13 | 5 093 817 |
| V21S2 | 4247164 | 20.00 % | 6725610 | 368.3 | 74 711.28 | 5 087 305 |
| V21S5 | 4754851 | 0.07 % | | 375.8 | 81 629.25 | 5 342 978 |
| V17S2 | 5120795 | 16.00 % | | 368.3 | 74 845.63 | 5 081 534 |

Le tableau 3 compare la solution industrielle à trois solutions particulières obtenues par notre heuristique avec différents paramétrages : le nombre de véhicules alloués chaque jour est respectivement 21, 21, et 17 ; le nombre de solutions intermédiaires gardées est respectivement 2, 5, et 2. Ceci est rappelé dans le nom de la solution. Par ailleurs, les solutions V21S2 et V21S5 sont optimisées en bicritère : équilibrage et régionalisation (l'optimisation de la régionalisation est faite en incluant le dépôt dans les clusters) ; tandis que la solution V17S2 est optimisée en bicritère : équilibrage et minimisation des distances parcourues. D'autres solutions sont présentées dans [13].

Pour la solution tactique de la phase 1, les colonnes du tableau 3 donnent le critère de régionalisation, la déviation de la charge de travail journalière en valeur relative : $(\text{charge maximum} - \text{charge minimum}) / \text{charge maximum}$. Pour la solution opérationnelle de la phase 2, on donne le critère de régionalisation, le nombre total de véhicules utilisés, la distance totale parcourue, le coût total du planning qui est une mesure incluant les coûts kilométriques et les coûts fixes pour l'utilisation des véhicules. Les valeurs des critères régionalisation sont calculées en excluant le dépôt. Les temps de calcul ne sont pas repris dans le tableau. Notre heuristique demande environ 3 heures de calcul pour résoudre des problèmes de cette taille. En comparaison, le logiciel commercial de VRP demande environ une heure pour finaliser les tournées d'un jour, soit 20 heures pour tout le planning.

Ces résultats indiquent que notre algorithme produit des solutions qui améliorent l'équilibre des charges journalières de la solution industrielle. Par contre, les performances en terme de régionalisation sont annihilées par la procédure

de VRP utilisée pour la phase 2. En effet, Le logiciel commercial utilisé ignore complètement nos définitions de clusters et ne retient que l'affectation des visites clients au jour du planning. Il optimise ensuite la longueur totale de toutes les tournées et minimise le nombre de véhicules utilisés au détriment de la régionalisation. La différence entre la mesure de régionalisation au terme de la phase 1 et de la phase 2 est de +58% pour la solution V21S2.

Par ailleurs, notre critère d'équilibrage de la charge conduit typiquement à utiliser tous les véhicules disponibles, alors qu'une optimisation du kilométrage total amène au contraire à faire de longues tournées mais réduire le nombre de véhicules utilisés. Ceci explique aussi en quoi nos solutions V21S2 et V21S5 peuvent souffrir d'un moins bon score en terme de distances parcourues et de coûts (qui inclut un coût fixe par véhicule utilisé), alors que c'est moins le cas pour V17S2. Notre dernière remarque concerne la réalisabilité au niveau opérationnel des tournées sous-jacentes à nos clusters. Le logiciel de VRP utilisé en phase 2 prend en compte des contraintes opérationnelles (temps de roulage, etc.) non modélisées dans notre modèle tactique (il serait de toute façon pas facile de les intégrer si on utilise pas les distances parcourues comme critère d'évaluation des tournées). De ce fait, nos clusters de la phase 1 ne sont pas tous réalisables et doivent être revus en phase 2 même si le logiciel de VRP tentait de conserver leur caractère régionalisé.

Malgré ces remarques, les résultats numériques montrent que les plannings que nous construisons en phase 1, mènent à des solutions opérationnelles (au terme de la phase 2) qui sont relativement bonnes du point de vue des distances parcourues et du coûts (pour les solutions V21S2 et V17S2, le delta coût se situe entre -0.24% et +0.53% par rapport à une solution industrielle optimisée pour ce seul critère; la solution V21S5, très équilibrée, coûte plus cher). Nous pouvons conclure que l'approche actuelle (avec un VRP classique en phase 2) apporte l'équilibrage des charges sans nuire à l'évaluation des tournées. Elle permet d'automatiser la procédure de répartition des visites sur l'horizon de temps et de remplacer la procédure manuelle qui demandait énormément de temps aux experts. Avec une phase 2 plus appropriée, on pourrait mieux tirer parti de la bonne régionalisation des solutions construites en phase 1 (on imagine ici de développer une heuristique de VRP qui tienne compte des indications fournies par la clusterisation de la phase 1).

5.2. EQUILIBRAGE DE LA CHARGE PAR VÉHICULE ET RÉGIONALISATION PAR VÉHICULE

Nous considérons maintenant le modèle désagrégé où l'équilibrage de charge se fait au niveau des véhicules. Le tableau 4 présente les résultats obtenus avec notre heuristique pour différentes données quant au nombre de véhicules disponibles par jour et à la capacité de ces véhicules. Pour obtenir une idée de ce que serait une capacité très « ajustée », à nombre de véhicules donné, nous résolvons heuristiquement le modèle monocritère d'équilibrage de charge dans un premier temps. Ensuite, nous utilisons l'heuristique bicritère pour obtenir les solutions du tableau 4 soit avec capacité des véhicules « ajustée », c'est-à-dire égale à la

charge d'un équilibrage optimal, soit avec capacité des véhicules « relaxée ». Ceci est indiqué dans le nom de la solution par la notation CA ou CR. La capacité est indiquée dans la 2^e colonne.

Les solutions VindustCA et VindustCR ont été obtenue par une optimisation bicritère en fixant le nombre de véhicules égale à celui de la solution industrielle pour chaque jour du planning. Les solutions V18CA, V18CR, V19CA, et V19CR utilisent un nombre stationnaire de véhicules par jour : resp. 18 et 19. Dans les solutions V18/19CA, V18/19CR1 et V18/19CR2 le nombre de véhicules disponibles par jour alterne entre 18 et 19.

La figure 6 présente les fréquences d'utilisation des capacités de véhicule dans la solution VindustCA. Elle montre que, dans notre solution, au-delà de la mesure du pire des cas donnée dans la colonne « dev W rel », les véhicules tendent à partager la même charge : seuls 5 à 10% d'entre eux ont une charge qui diffère de la charge nominale. Néanmoins, la solution opérationnelle obtenue au terme de la phase 2 n'est pas aussi bien balancée.

TABLEAU 4. Comparatif des solutions au modèle désagrégé.

| solution | cap | SOLUTION PHASE 1 | | SOLUTION PHASE 2 | | | |
|--------------|-----|------------------|-----------|------------------|--------|--------|-----------|
| | | rég ph 1 | dev W rel | rég ph 2 | nb veh | km | coût |
| industrielle | | | 85% | 6675560 | 365.8 | 73 414 | 3 723 415 |
| VindustCA | 86 | 8 088 580 | 21% | 7 211 901 | 377.0 | 78 562 | 3 778 984 |
| VindustCR | 90 | 5 539 510 | 60% | | 385.0 | 84 899 | 3 929 517 |
| V18CA | 72 | 10 274 100 | 45% | | | | |
| V18CR | 90 | 5 589 210 | 70% | | | | |
| V19CA | 75 | 11 302 600 | 32% | | | | |
| V19CR | 90 | 6 467 680 | 66% | 6 906 430 | 373.0 | 75 083 | 3 680 694 |
| V18/19CA | 73 | 11 002 000 | 40% | | | | |
| V18/19CR1 | 80 | 7 315 390 | 62% | | | | |
| V18/19CR2 | 90 | 6 000 770 | 65% | | | | |

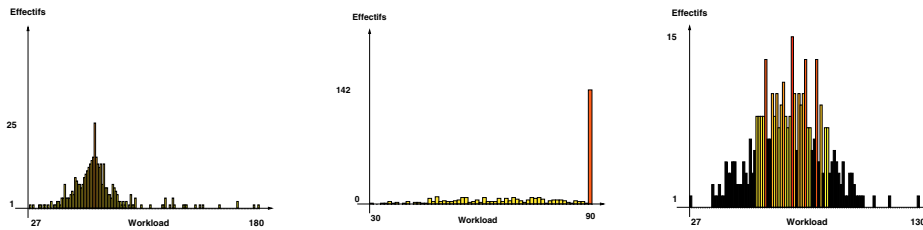


FIGURE 6. Comparatif des histogrammes des charges des véhicules respectivement pour la solution industrielle, pour la solution VindustCA au terme de la phase 1, et pour VindustCA au terme de la phase 2 (attention, les échelles diffèrent).

Avec le modèle désagrégé, les tournées issues de la phase 2 tendent à préserver les clusters formés lors de la phase 1. Les performances en terme de régionalisation sont parfois améliorées par la procédure de VRP utilisée pour la phase 2 et le coût total ne se détériore que peu ou pas (1.50% p.e.). Notre analyse est que la définition des clusters aide le logiciel commercial à construire de bonnes tournées.

Observons que le critère régionalisation de la phase 1 s'est détérioré par rapport aux solutions du tableau 3. Cette différence de valeurs s'explique : équilibrer les véhicules est beaucoup plus contraignant que d'équilibrer la charge de travail des journées. Dès que la capacité des véhicules est légèrement relaxée, nous obtenons des solutions avec de bien meilleures critères de régionalisation. Par contre, les mesures de coûts de la phase 2 ne peuvent pas être comparées avec celles du tableau 3 car la version du logiciel de VRP utilisée est différente (elle utilise une autre définition des coûts).

Comme pour le modèle agrégé, nous concluons qu'il apporte une automatisation de la construction d'un planning sans trop augmenter le coût des solutions opérationnelle. L'équilibrage des charges au niveau des véhicules est cependant détruit en partie par la phase 2 (voir histogramme), alors que l'équilibrage des charges au niveau des jours n'est pas affecté par la phase 2. Là encore, une phase 2 plus appropriée qui tiendrait compte la solution construite en phase 1 pourrait tenter de conserver la régionalisation et la qualité de l'équilibrage de la phase 1.

5.3. VALIDATION PAR RAPPORT À DES SOLUTIONS EXACTES

Pour obtenir des bornes duales pour le modèle désagrégé, nous développons une approche de résolution exacte : nous reformulons le problème (1–6) en appliquant la décomposition de Dantzig-Wolfe avec dualisation des contraintes (2) et (3). Nous résolvons la reformulation par une procédure de génération de colonnes [13]. Le sous problème est un problème de sac-à-dos quadratique. Il sera résolu exactement avec le solveur Xpress MP [20] (un solveur spécialisé aurait été préférable mais nous n'en avons pas à notre disposition). La formulation est initialisée avec les colonnes de la solution que nous obtenons heuristiquement. Nous ne résolvons que la relaxation linéaire du programme maître, ce qui nous donne une borne duale à laquelle comparer nos solutions heuristiques. Par ailleurs, une heuristique d'arrondi nous donne une borne primale (qui améliore souvent la solution primale calculée par notre heuristique). Ceci ne peut se faire que pour de petits jeux de données.

Nous avons effectué une série de tests sur des jeux de données générés aléatoirement comportant 20 clients. Les résultats sont présentés du tableau 5. Pour 10 instances aléatoires nous donnons le coût de la solution issue de l'heuristique constructive (*sol heur*), le coût de la solution de l'heuristique basée sur la génération de colonnes (*sol arrondi*), la borne duale fournie par la procédure de génération de colonnes (*borne duale*), le nombre de colonnes générées au cours de la procédure (*nb col*), ainsi que le temps de calcul (*temps*). Nous avons indiqué entre parenthèse les écarts relatifs entre les bornes primales et la borne duale. L'heuristique d'arrondi est très efficace pour améliorer la solution initiale primale.

5.4. COMPARAISON AVEC DES SOLUTIONS ISSUES DE LA LITTÉRATURE

TABLEAU 5. Résolution exacte de problème désagrégé avec 20 clients.

| instance | sol heur | sol arrondi | borne duale | nb col | temps |
|----------|-------------------|-------------------|-------------|--------|-------|
| inst-1 | 24297.10 (13.58%) | 24297.10 (13.58%) | 21392.20 | 437 | 25s79 |
| inst-2 | 33707.00 (21.25%) | 29486.30 (06.07%) | 27798.30 | 588 | 45s34 |
| inst-3 | 11567.70 (23.76%) | 11567.70 (23.76%) | 8819.00 | 331 | 36s37 |
| inst-4 | 25779.80 (17.57%) | 25064.60 (14.31%) | 21926.50 | 374 | 21s52 |
| inst-5 | 17821.30 (64.30%) | 17821.30 (64.30%) | 10846.90 | 333 | 20s53 |
| inst-6 | 21982.70 (00.00%) | 21982.70 (00.00%) | 21982.70 | 247 | 10s62 |
| inst-7 | 22780.00 (39.27%) | 17483.90 (06.89%) | 16356.50 | 572 | 39s27 |
| inst-8 | 26648.20 (127.2%) | 11727.30 (00.00%) | 11727.30 | 224 | 09s32 |
| inst-9 | 14651.20 (176.0%) | 6094.00 (14.83%) | 5307.03 | 386 | 20s08 |
| inst-10 | 34980.40 (120.8%) | 15858.20 (00.13%) | 15837.90 | 365 | 20s05 |
| moyenne | 23421.54 (60.37%) | 18138.3 (14.39%) | 16199.40 | 385 | 24s88 |

TABLEAU 6. Instances de la littérature.

| instance | régionalisation | | | déviation relative W | | distance routes | |
|----------|-----------------|-------------|----------|----------------------|----------|-----------------|----------|
| | sol heur | sol arrondi | sol litt | sol arrondi | sol litt | sol arrondi | sol litt |
| p01 | 4682.58 | 3022.73 | 3804.02 | 4.58 | 6.87 | 787.90 | 524.61 |
| p02 | 9150.03 | 5529.11 | 6297.41 | 25.34 | 81.87 | 1675.33 | 1322.87 |
| p03 | 5321.55 | 4375.75 | 4256.23 | 1.28 | 6.87 | 796.09 | 524.61 |
| p17 | 3400.73 | 3400.73 | 5554.14 | 0.00 | 0.00 | 1659.82 | 1597.75 |
| p25 | 11987.90 | 6477.78 | 7601.42 | 0.00 | 30.00 | 4401.39 | 3777.15 |
| p26 | 12057.90 | 6477.78 | 7660.30 | 0.00 | 15.00 | 4402.56 | 3795.33 |
| moy | 7766.78 | 4880.65 | 5862.25 | 5.2% | 23.43% | 2287.18 | 1923.78 |

Sur des jeux de données de la littérature, nous avons comparé les solutions obtenues par notre heuristique aux solutions de la littérature. Deux mises en garde s'avèrent nécessaires : (i) les instances de la littérature constituent une base de données académiques intéressantes à exploiter mais leur profil ne reflète pas les cas de figures rencontrés par les industriels sur le terrain (fréquences peu variées et géométrie de la répartition des clients académique : distribution en étoile, symétrie par rapport au dépôt) alors que notre heuristique a été conçue à la base pour des jeux industriels; (ii) les solutions de la littérature sont optimisées pour les distances parcourues. Néanmoins nous pouvons comparer nos solutions au terme d'une phase 2 à celles de la littérature.

Nous avons sélectionné 6 instances de la base [6]. Pour ces problèmes, les meilleures solutions sont celles obtenues par la méthode de recherche tabou développée par Cordeau, Gendreau et Laporte dans [9]. Dans le tableau 6, nous comparons donc les solutions de notre heuristique (*sol heur*), ainsi que la solution obtenue avec l'heuristique d'arrondi (*sol arrondi*) à celles de [9] (*sol litt*). Vu la taille des problèmes, le sous problème dans la méthode de génération de colonnes est résolu heuristiquement (voir [13]). Les solutions sont comparées suivant la *régionalisation* (calculée sans tenir compte du dépôt), la charge de travail (*déviation relative W*). Par ailleurs, nous avons aussi voulu avoir une idée des

conséquences au niveau opérationnel de l'optimisation d'autres objectifs au niveau tactique. Pour ce faire, nous avons résolu le VRP de la phase 2 en utilisant cette fois une heuristique basée sur la génération de colonnes développé par [12]. Le tableau 6 donne la mesure de la distance parcourue (*distance route*) de cette solution opérationnelle (de la phase 2) comparée à celle de la solution de la littérature.

Nos solutions sont meilleures en termes de régionalisation et sont mieux équilibrées mais de moins bonne qualité en terme de distance totale des routes finales. Néanmoins, l'augmentation des distances n'est pas exagérée. Par ailleurs, la comparaison *sol heur/sol arrondi* montre qu'il y a place pour encore améliorer le critère régionalisation des solutions de l'heuristique constructive aux moyens d'heuristiques d'amélioration plus performantes.

CONCLUSIONS ET EXTENSIONS

Nous avons proposé une classification qui clarifie ce qu'on entend par problème de tournées multipériodiques avec diverses variantes quant au niveau de décision auquel on se place (tactique ou opérationnel), au choix des objectifs, des contraintes prises en compte, et des types de solutions recherchées. Nous avons mis en avant l'importance du niveau tactique alors que les études rapportées dans la littérature traitent le niveau opérationnel. Dans l'étude du problème tactique, nous sommes confrontés à trois difficultés majeures : (i) la grande dimension des problèmes à traiter ; (ii) le fait d'être les premiers à traiter le modèle tactique avec objectif de régionalisation et équilibrage de la charge rend difficile toute comparaison ; (iii) la difficulté à faire valoir la qualité des solutions au modèle tactique : les objectifs de régionalisation et d'équilibrage ne se traduisent pas en terme monétaire et ils entraînent une perte de qualité en terme des distances parcourues ou d'économies liées aux véhicules non utilisés.

L'heuristique constructive que nous avons développée est une première approche : la comparaison à des bornes duales et aux solutions obtenues par une heuristique plus coûteuse basée sur la génération de colonnes montre qu'il y a une déviation à l'optimalité qui pourrait sans doute être améliorée par une procédure de recherche locale plus développée. Néanmoins ces comparaisons n'ont pu être faites que sur des petits jeux de données (vu le coût de calcul de bornes duales ou de solutions par l'heuristique de génération de colonnes). Il se pourrait que les différences de qualité soient moins importantes sur les grands jeux de données du fait que l'espace des solutions alternatives y est plus vaste avec de nombreuses « bonnes solutions » de qualité comparable parmi lesquelles notre heuristique a des bonnes chances d'en retenir. Dans [13], les résultats obtenus sur des plus grand jeux de données présentent un écart moins important entre la solution de l'heuristique constructive et celle de l'heuristique d'arrondi.

Il est difficile d'obtenir des jeux de données réels tant les industriels protègent la confidentialité de leurs activités. Notre partenaire industriel nous en a néanmoins

fourni un avec la solution utilisée en pratique. Nos résultats sur cet exemple montrent que

- (1) le modèle agrégé (équilibre de charge au niveau des jours et régionalisation au niveau des véhicules) ne permet pas d'obtenir des solutions opérationnelles (au terme d'une phase 2) qui soient bien régionalisées : le logiciel de VRP ne conserve pas les clusters formés car ils ne respectent pas les contraintes opérationnelles type temps de roulage, etc. Par contre, les solutions opérationnelles construites à partir de notre planning améliorent l'équilibre de charge de la solution industrielle d'environ 80% et ne coûtent pas plus cher que la solution industrielle.
- (2) le modèle désagrégé (équilibre de charge et régionalisation au niveau des véhicules) permet d'obtenir des solutions opérationnelles tout aussi bien équilibrées au niveau des jours qu'avec le modèle agrégé. Elles sont de plus relativement bien équilibrées au niveau des véhicules. Cette fois le logiciel de VRP tend à améliorer la mesure de régionalisation. Le coût opérationnel de notre solution est du même ordre que celui de la solution industrielle.

Nous en concluons que notre heuristique constructive apporte un moyen d'équilibrer la charge et d'automatiser la procédure de planification qui demandait de nombreuses heures aux experts (les solutions au terme de la phase 2 ont à $\pm 1.5\%$ du coût de la solution industrielle). Mais, il n'optimise pas assez le critère régionalisation. Son temps calcul est raisonnable (3 heures à comparer au 20 heures requises pour construire les solutions opérationnelles pour chaque jour du planning).

Une extension de ce travail serait de développer une heuristique d'amélioration complète du type « mémoire adaptative » [16] en s'inspirant de ce qui a pu être fait pour le VRP [5, 11]. Il faudrait cependant limiter la complexité des échanges considérés sous peine d'avoir des temps calcul qui explosent (rappelons que notre procédure constructive prend déjà 3 heures).

L'autre piste à développer est d'initialiser l'algorithme de la phase 2 avec la solution de la phase 1 (affectation aux jours, affectation aux véhicules, capacité des véhicules ...) sur laquelle la phase 2 se baserait pour construire les tournées pour chaque véhicule. Nos analyses montrent en effet qu'il est indispensable de développer en phase 2 une procédure qui tente de conserver les décisions de clustérisation prises en phase 1, si on veut conserver les bonnes propriétés de la solution tactique.

RÉFÉRENCES

- [1] E. Angelelli et M.G. Speranza, The periodic vehicle routing problem with intermediate facilities. *Eur. J. Oper. Res.* **137** (2002) 233-247.
- [2] D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal et W. Cook, Concorde : A code for solving Traveling Salesman Problems. <http://www.math.princeton.edu/tsp/concorde.html>.
- [3] M.O. Ball, *Allocation/Routing : models and algorithms*, in *Vehicle Routing : Methods and Studies*, edited by B.L. Golden et A.A. Assad, Amsterdam (1988).

- [4] M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monna, G.L. Nemhauser, eds. *Handbooks in Operations Research and Management Science*. Vol. 8, Network Routing, North-Holland, Amsterdam (1995).
- [5] B. Bullnheimer, R.F. Hartl and C. Strauss, An Improved Ant System Algorithm for the Vehicle Routing Problem. *Ann. Oper. Res.* **89** (1999) 319–328.
- [6] Chaire de recherche du Canada en distributique. Données PVRP. <http://www.hec.ca/chairedistributique/data/pvrp/old/>.
- [7] M. Chao, B.L. Golden and E. Wasil, An improved heuristic for the period vehicle routing problem. *Networks* **26** (1995) 25–44.
- [8] N. Christofides, J.E. Beasley, The period Routing Problem. *Networks* **14** (1984) 237–256.
- [9] J.F. Cordeau, M. Gendreau, G. Laporte, A tabu search Heuristic for periodic and multi depot vehicle routing problems, *Networks* **30** (1997) 105–119.
- [10] M. Gaudioso, G. Paletta, A heuristic for the periodic vehicle routing problem. *Transportation Sci.* **26** (1992) 86–92.
- [11] M. Gendreau et A. Hertz, G. Laporte, A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Management Sci.* **40** (1994) 1276–1290.
- [12] S. Michel, Thèse de doctorat. Université Bordeaux 1 (2006).
- [13] M. Mourgaya, Le problème de tournées de véhicules multipériodiques : planification préalable au routage. Thèse de doctorat. Université Bordeaux 1 (2004).
- [14] R. Russel and D. Gribbin, A multiphase approach to the period routing problem. *Networks* **21** (1991) 747–765.
- [15] R. Russel and W. Igo, An assignment routing problem. *Networks* **9** (1979) 1–17.
- [16] E.D. Taillard and L.M. Gambardella, M. Gendreau et J.Y. Potvin, Adaptive memory programming : a unified view of metaheuristics. *Eur. J. Oper. Res.* **135** (2001) 1–16.
- [17] C.C.R. Tan and J.E. Beasley, A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem. *Omega Int. J. og. Mgmt. Sci.* **12** (1984) 497–504.
- [18] P. Toth and D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphie (2001).
- [19] D.S. Vianna, L.S. Ochi and L.M.A. Drummond, A parallel hybrid evolutionary metaheuristic for the period vehicle routing problem. *Lec. Notes in CompuT. Sci.* **1586** (1998) 183–191.
- [20] Xpress-MP : User guide and Reference Manual, Release **12** Dash Optimization, <http://www.dashoptimization.com> (2001).