ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

C. WOLF

Description du sidérostat de L. Foucault

Annales scientifiques de l'É.N.S. 2e série, tome 1 (1872), p. 51-84
<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1872_2_1__51_0>

DESCRIPTION

DU

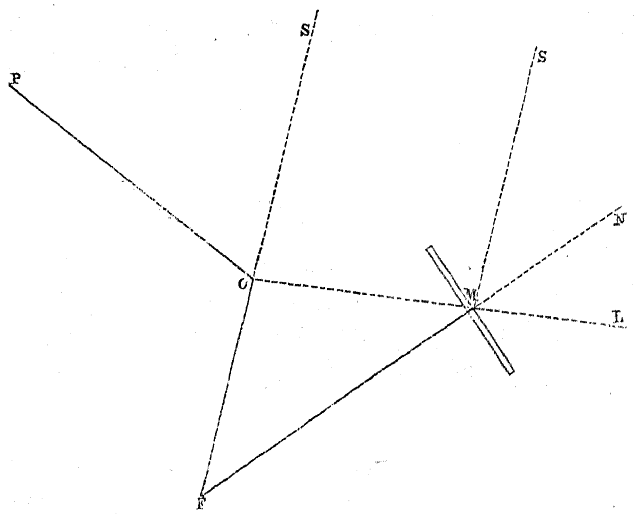
SIDÉROSTAT DE L. FOUCAULT,

PAR M. C. WOLF,

ASTRONOME DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS.

Le principe géométrique du sidérostat est le même que celui du grand héliostat de L. Foucault. Soient OP (*fig.* 1) l'axe du monde, M le centre fixe du miroir mobile, et ML la direction constante dans laquelle

Fig. 1.



doit être réfléchi le rayon lumineux. Le rayon incident SM prendra, après la réflexion, cette direction ML, si la normale au miroir MN divise l'angle SML en deux parties égales. Cette condition sera remplie si, au point O où l'axe OP est rencontré par la direction LM prolongée, on fixe un bras OF de longueur égale à OM, et qu'on articule en F une queue MF fixée normalement au centre du miroir. Quelque position que prenne dans l'espace le triangle isoscèle MOF, tout rayon parallèle au bras OF sera réfléchi suivant la direction OM. En particulier, si l'axe OP tourne sur lui-même en un jour sidéral et entraîne le bras OF, le miroir renverra constamment dans la direction ML les rayons d'un astre dont la distance polaire serait SOP.

La loi générale du mouvement de la tige directrice MF du miroir, lorsque le bras OF prend toutes les positions possibles autour du point O, est susceptible d'une expression simple et élégante, qui nous sera souvent utile. On remarquera que le point F décrit autour de O une sphère qui vient passer par M; si donc on mène le plan diamétral de cette sphère perpendiculaire au rayon réfléchi OM, le lieu des points où ce plan sera percé par la tige directrice sera la *projection stéréographique* sur ce plan du lieu des points F. Comme l'ensemble des positions de F peut être représenté par les méridiens et les parallèles qu'il parcourt sur la sphère, de même la course de la tige directrice peut être représentée sur le plan pris comme tableau par le canevas d'une carte du ciel projetée stéréographiquement sur ce plan. Il faut remarquer seulement que la ligne OF étant sur le prolongement du rayon incident, le point F est le point symétrique de l'étoile sur la sphère par rapport au centre; de sorte que l'étoile étant déterminée par sa distance polaire P et par l'angle horaire H du cercle de déclinaison où elle se trouve, les coordonnées du point F sont $180^\circ - P$ et $180^\circ - H$. Lorsque les rayons de cette étoile sont réfléchis par le miroir dans la direction OM, la tige directrice passe par le point du canevas stéréographique dont les coordonnées sont $180^\circ - P$ et $180^\circ - H$. Nous ferons un fréquent usage de ce théorème.

Le sidérostat a été construit dans les conditions de la figure précédente, c'est-à-dire qu'il réfléchit les rayons dans le plan du méridien, du nord vers le sud, et dans une direction très-peu différente de l'horizontale. Dans ces conditions, à l'aide d'une lunette fixe, pointée suivant LM sur le centre du miroir, l'observateur peut voir successivement tous les points de la sphère céleste compris entre l'horizon sud et le pôle. Mais pour que le pouvoir optique de l'objectif soit entièrement utilisé dans toutes les directions, il faudra que le faisceau réfléchi couvre dans tous les cas l'objectif entier. Ainsi, sous la latitude φ, et pour une inclinaison i de la lunette au-dessous de l'horizontale, un miroir, pour faire voir utilement le pôle, devra avoir un diamètre D satisfaisant à la condition

$$D \sin \tfrac{1}{2}(\varphi - i) = D',$$

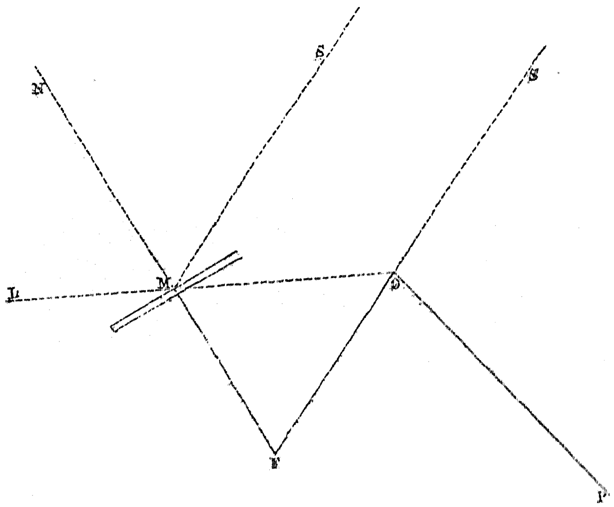
D' étant l'ouverture de la lunette. A Paris, à une lunette de 10 centimètres d'ouverture devrait être accouplé un miroir circulaire de 27 centimètres, si l'on voulait observer jusqu'au pôle dans la lunette inclinée à 5 degrés au-dessous de l'horizontale.

Dans son grand héliostat, L. Foucault a satisfait à la condition de couvrir toujours de lumière une surface donnée, quelle que soit l'inclinaison du miroir, en donnant à celui-ci la forme d'un rectangle dont le grand côté est maintenu parallèle au plan d'incidence par un mécanisme particulier. Cette disposition avait en outre l'avantage d'alléger la charge des supports. Il ne pouvait être question de l'adopter pour le sidérostat : en premier lieu, le travail par lequel la surface du miroir est amenée à représenter un plan parfait ne peut se faire que sur un disque circulaire, et couper après coup deux portions de ce disque pour le réduire à la forme allongée exposerait la surface optique à des déformations résultant du travail intérieur du verre. En second lieu, le mécanisme spécial complique le mode de monture du miroir, en rend le jeu plus difficile et nuit à la stabilité, condition essentielle d'un instrument destiné à des observations astronomiques. Le miroir du sidérostat est donc circulaire, son diamètre est de 30 centimètres et permet d'observer jusqu'au zénith avec un objectif de 20 centimètres d'ouverture. Au delà du zénith jusqu'au pôle, limite de son champ de vue, le miroir ne couvrirait plus entièrement l'objectif. Aussi ne devions-nous lui accoupler qu'une lunette de 16 centimètres d'ouverture.

D'après ce qui a été dit plus haut, la direction de la lunette d'observation peut être en dehors du méridien. Le plan vertical qui contient l'axe optique de la lunette coupe alors le plan du méridien suivant la verticale passant par le point O. Tel était le sidérostat que L. Foucault avait le projet d'installer dans sa maison de la rue d'Assas. Dans un observatoire, il sera toujours possible de ne pas sortir du plan du méridien; la construction de l'instrument est plus simple, le jeu des articulations plus facile, le réglage mieux assuré.

Si l'on veut observer du zénith à l'horizon nord, il faut un appareil autrement construit. Le bras OF (*fig.* 2), qui mène la queue MF du

Fig. 2.



miroir, est fixé à l'extrémité supérieure de l'axe OP, et le rayon est réfléchi vers le nord dans la direction constante ML.

Le sidérostat partage donc, avec tous les instruments à réflexion, l'inconvénient de ne pouvoir amener, dans une direction constante, les rayons venant d'un point quelconque du ciel. L'héliostat de Fahrenheit, ou celui d'August, qui possèdent le champ de vue le plus étendu, ne permettent pas l'observation au voisinage du pôle. Cet inconvénient ne peut être évité que par l'emploi de deux réflecteurs, et cet emploi diminuerait la stabilité, affaiblirait considérablement la quantité de lumière réfléchie et la rendrait même légèrement variable, par suite de la variation de l'angle des plans de réflexion. Une seule réflexion sur l'argent poli donne une proportion de lumière réfléchie constante, quelle que soit l'incidence, et qui s'élève à 0,93 pour l'argenture neuve.

Si nous comparons le sidérostat de Foucault aux héliostats, nous verrons qu'il peut lutter avantageusement avec les plus parfaits, pourvu que nous tenions compte des conditions que son auteur a dû s'imposer. On ne peut lui comparer, au point de vue de la stabilité et de la simplicité du mécanisme, que les héliostats de Fahrenheit et d'August. Celui-ci, au moyen d'un miroir fixé sur un axe parallèle à l'axe du monde, la surface parallèle à cet axe, et faisant un demi-tour en un jour sidéral, réfléchit horizontalement, dans l'azimut 180° — A, l'astre qui s'est levé dans l'azimut A. Il serait difficile d'imaginer un mécanisme plus simple et plus stable; mais, excellent comme héliostat, il ne donnerait, comme sidérostat, que des résultats inférieurs à celui de Foucault : car les circompolaires échappent à son action, et, dans la seconde moitié de leur course diurne, les astres sont réfléchis par le miroir sous des angles supérieurs à 45 degrés, qui atteignent 90 degrés à l'horizon.

L'héliostat de Fahrenheit joint à l'avantage d'une direction fixe du rayon réfléchi (axe du monde) celui d'une liaison très-simple du miroir avec l'axe polaire. Cependant L. Foucault n'en a pas adopté le principe pour son sidérostat, pas plus qu'il ne l'avait fait pour son grand héliostat. C'est qu'en effet, la condition essentielle de ces instruments, leur raison d'être pour ainsi dire, c'est de réfléchir les rayons dans une direction horizontale ou très-voisine de l'horizontale. L. Foucault, avant tout physicien, voyait dans le sidérostat l'auxiliaire indispensable de l'astronomie physique. Il voulait que tous les instruments ordinaires des cabinets, spectroscope, chambres photographiques, appareils de projection, photomètres, pussent sans modifications, sans constructions nouvelles, quels que soient leur poids, leur volume et leur forme, venir se placer devant le foyer de la lunette comme devant le porte-lumière de la chambre obscure. La réflexion horizontale satisfait seule à cette condition. Une lunette fixe dans la direction de l'axe polaire donne sans doute aux appareils qu'on y adapte un peu plus de stabilité que celle d'un équatorial; mais il faut toujours que ces appareils soient spécialement construits en vue d'être fixés dans cette direction fortement inclinée, et de tourner avec l'axe d'un tour entier en vingt-quatre heures. C'est cette construction spéciale, toujours plus coûteuse et souvent gênante, que le sidérostat doit permettre d'éviter, dût-il, à d'autres égards, en résulter quelques inconvénients. Aussi, lorsque je discutais avec L. Foucault, peu de temps avant sa mort, les conditions d'installation du sidérostat, ne voulut-il qu'à regret consentir à donner au rayon réfléchi une direction légèrement différente de l'horizontale, quoiqu'il dût résulter de cette déviation un champ de vue plus étendu du côté du sud.

Le sidérostat doit donc, d'après ce qui précède, être défini : un instrument réflecteur qui, *par une seule réflexion*, renvoie le rayon dans une direction *constante sensiblement horizontale*. Ces deux conditions sont les données fondamentales du problème que s'est posé L. Foucault : nous verrons s'il en résulte réellement quelque inconvénient dans les observations purement astronomiques auxquelles peut se prêter l'instrument.

Le sidérostat a été construit par M. Eichens, sous la direction de la Commission chargée de l'achèvement et de la publication des Œuvres de L. Foucault, et aux frais de la cassette impériale. Il a été présenté à l'Académie des Sciences, le 13 décembre 1869, par M. H. Sainte-Claire Deville, puis donné par Napoléon III à l'Observatoire. C'est là que j'ai commencé son installation, suivant le projet que j'avais autrefois discuté avec L. Foucault. Interrompue par les événements politiques, puis par des circonstances étrangères à ma volonté, cette installation n'est pas encore terminée. Le présent travail sera donc encore purement descriptif et théorique.

Nous avions, pour nous guider dans la construction de l'instrument, deux petits modèles en bois, l'un exécuté en 1866 pour l'Observatoire, l'autre construit pour L. Foucault, représentant l'appareil qu'il voulait placer à son observatoire de la rue d'Assas.

Tout l'instrument, dont la *fig.* 1, *Pl. I*, donne l'élévation latérale, repose sur un socle en fonte porté par trois vis calantes U, avec deux niveaux rectangulaires et mouvement de réglage en azimut, le galet sur lequel s'appuie l'une des vis U étant muni d'une coulisse mobile à l'aide d'une vis à tête. On y distingue trois parties : le miroir et sa monture, l'axe polaire et le mécanisme qui établit la liaison de cet axe avec le miroir, et enfin le régulateur.

L'élément essentiel du sidérostat est le miroir plan. On sait comment L. Foucault a été conduit, par ses travaux sur la construction du miroir parabolique en verre argenté, à réaliser cette merveille optique que Gambey et Arago déclaraient impossible. M. Ad. Martin, élève de Foucault et continuateur de ses travaux optiques, a construit le miroir du sidérostat; il a exposé, dans une Note présentée à l'Académie, le 29 novembre 1869, les méthodes qu'il a employées pour guider les retouches de la surface, et les épreuves auxquelles a été soumis le miroir.

J'ajouterai ici un seul fait, d'une importance capitale : exposé pendant une heure aux rayons d'un soleil d'été, avant l'argenture, le miroir a conservé sa surface optiquement plane. Cette expérience de M. Ad. Martin répond à une objection souvent formulée contre les miroirs argentés, et montre que les procédés de fabrication de Saint-Gobain sont assez parfaits pour donner à un disque de verre de 30 centimètres de diamètre et 5 centimètres d'épaisseur moyenne une homogénéité parfaite.

Le miroir (*fig.* 2, *Pl. I*) est porté par un axe horizontal xx, au sommet de deux montants verticaux M, venus à la fonte avec une plate-forme P qui tourne autour d'un centre. Ce mouvement est facilité par une couronne de galets G cachés dans le pied du miroir, et qui donnent une mobilité parfaite, sans altérer la régularité du plan décrit par la plate-forme, la surface inférieure de celle-ci et la face correspondante du socle ayant été rodées avec soin.

Il sera parfois nécessaire de fixer au contraire le miroir. Les liaisons de la queue directrice avec l'axe polaire ne donneraient pas une stabilité suffisante; on l'obtient en fixant la plate-forme sur le socle à l'aide d'une pince qui n'est pas figurée dans la gravure.

Le miroir est maintenu dans son barillet (*fig.* 3, *Pl. I*) par trois taquets extérieurs t et par un ressort à trois branches qui le presse contre eux sans le déformer. La condition de perpendicularité de la queue directrice à la surface réfléchissante se trouve ainsi assurée par un rodage exact de la couronne du barillet.

La *fig.* 1 (*Pl. I*) fait comprendre la disposition de l'axe horaire et son mode de liaison avec la queue directrice du miroir. L'axe d'acier XX se prolonge au-dessous du coussinet inférieur par une pièce en bronze g qui fait corps avec lui et qui sert de support au cercle de déclinaison dd. Ce cercle n'est pas entier, mais réduit à un peu plus de sa moitié, afin de ne pas gêner les mouvements du miroir. Il porte, suivant un diamètre et sur la face opposée à la pièce de bronze, deux colliers dans lesquels s'engage et tourne à frottement doux, sans ballottement dans aucun sens, la queue de la fourchette f qui va guider la tige directrice du miroir.

Le prolongement mathématique de l'axe horaire et celui de l'axe du cercle de déclinaison se rencontrent sur l'axe même de la queue de la fourchette. C'est à partir de ce point que doivent être comptées les deux longueurs égales OF et OM (*fig.* 1). Le point M est défini déjà par l'intersection des deux axes, l'un horizontal, l'autre vertical, autour desquels peut osciller le miroir. Il reste à définir le point F qui limite la longueur de la fourchette.

L'articulation de la fourchette et de la tige directrice se fait à l'aide d'un manchon cylindrique m, dans lequel la tige passe librement sans balloter, et qui oscille autour d'un axe entre les deux dents de la fourchette.

C'est l'intersection de cet axe avec l'axe de la queue directrice du miroir qui détermine le point F. L'artiste a donc dû apporter tous ses soins à rendre rigoureusement égales et constantes les deux distances qui viennent d'être définies. Nous verrons bientôt quelle serait l'influence d'une erreur sur la longueur réelle de la fourchette, et comment il sera facile de la reconnaître.

Les diverses pièces qui établissent la liaison de l'axe horaire au miroir pourront prendre autour de cet axe des positions très-variées : il était essentiel, pour la régularité des mouvements, que chaque pièce fût, autant que possible, équilibrée par rapport aux axes qui la supportent. L'équilibre du miroir muni de sa tige directrice n'eût pas été possible autour de son axe horizontal, si l'on avait laissé cet axe dans le plan même de la surface réfléchissante, comme le suppose la figure théorique (*fig.* 1). Mais on voit par cette même construction que la surface du miroir peut être déplacée parallèlement à elle-même, sans qu'il en résulte aucun changement dans la direction mathématique des rayons. Seulement l'objectif fixe de la lunette utilise alors des portions très-légèrement différentes du miroir dans ses diverses positions : d'où suivrait la nécessité d'augmenter le diamètre du miroir s'il devait être déplacé d'une quantité notable. Mais la tige directrice, étant formée d'un tube creux, est très-légère auprès du miroir et de son barillet, et il a suffi d'abaisser les tourillons un peu au-dessous de la demi-épaisseur du barillet pour obtenir l'équilibre.

La pièce de bronze qui prolonge l'axe polaire, très-peu excentrique par rapport à l'axe polaire, est suffisamment équilibrée autour de cet axe par les pièces qui se trouvent de l'autre côté et dont nous parlerons tout à l'heure. Mais l'équilibre du cercle réduit à un secteur circulaire et celui de la fourchette étaient extrêmement difficiles à obtenir, vu l'espace restreint dans lequel doivent se mouvoir ces pièces. Nous avons donc dû nous borner à les rendre aussi légères que possible; et même, dans ce but, la fourchette a été faite en aluminium : il devait en résulter quelques inconvénients, comme nous le dirons plus loin; mais il a fallu d'abord penser à assurer la régularité du mouvement de l'axe polaire.

Lorque la fourchette est entraînée par l'axe horaire, le cercle de déclinaison étant fixe (nous verrons bientôt comment est obtenue cette immobilité relative), son extrémité f décrit un petit cercle perpendiculaire à l'axe horaire et de rayon variable égal à $l \sin P$, l étant la longueur de la fourchette et P l'angle qu'elle fait avec l'axe horaire. C'est sur ce cercle que s'appuie constamment dans son mouvement la queue directrice du miroir, qui décrit par conséquent un cône oblique. Il en résulte que le manchon doit non-seulement pouvoir tourner autour de cette queue, mais aussi glisser suivant sa longueur, exécuter donc autour de son axe un mouvement héliçoïdal, tantôt très-lent, lorsque le plan de la fourchette et de la queue coïncide presque avec le plan vertical médian de tout l'appareil, tantôt très-rapide et se réduisant presque à un glissement longitudinal, lorsque ces deux plans sont au maximum d'écart. Aucune autre articulation qu'un manchon ne pouvait satisfaire à ces conditions variées : nous avons donc dû l'adopter et lui donner même assez de longueur pour que tout ballottement de la tige directrice fût impossible. Mais les frottements ont été diminués autant que possible en réduisant les surfaces en contact à deux anneaux aux extrémités du manchon. L'observateur, de son côté, doit avoir le soin d'entretenir toujours la surface de la tige bien lubrifiée, et de ne jamais la toucher avec les doigts : pour guider le miroir à la main il doit agir sur l'extrémité de la fourchette.

Le cercle de déclinaison est gradué en tiers de degré, et l'alidade e

porte un vernier qui donne la minute. La position de cette alidade est réglée à l'aide d'une vis de rappel, qui permet d'amener le cercle exactement au zéro lorsque la fourchette est dans le prolongement de l'axe polaire. Les lectures donnent donc immédiatement les distances polaires du rayon incident, si l'instrument est bien réglé.

L'axe horaire porte à sa partie supérieure (*Pl. I, fig.* 1, et dans le texte, *fig.* 4) un cercle HH divisé en 24 heures qui, au moyen de deux verniers, donne les deux secondes de temps. Ce cercle fait corps avec l'axe. Les verniers sont portés par un cercle alidade VV concentrique au premier, monté sur un manchon mobile autour de l'axe. A ce manchon est fixé un bras I que maintiennent deux vis butantes dont les écrous sont solidaires du support de l'appareil; on peut donc régler les verniers de manière à faire marquer $0^h 0^m 0^s$ au cercle horaire lorsque la réflexion se fait dans le plan du méridien.

L'axe horaire ne possède pas de mouvements de rectification autres que ceux que peut recevoir le socle tout entier à l'aide de ses vis calantes. L'artiste a réglé son inclinaison pour la latitude du lieu, en prenant comme plan horizontal le plan sur lequel roule la plate-forme.

Si l'observation montre que cette inclinaison n'est pas exacte, il n'y aura moyen de la corriger qu'en agissant sur les vis U et, par conséquent, en sacrifiant la verticalité des montants du miroir, et changeant la direction de la ligne OM ou du rayon réfléchi et de la lunette qui doit le recevoir. Mais le principe théorique de l'appareil n'impose aux supports du miroir d'autre condition que l'immobilité du point d'intersection de la queue directrice avec l'axe des tourillons du miroir; et cette immobilité est assurée quelle que soit la position des supports par rapport à l'horizon. D'autre part, la lunette d'observation doit posséder tous les mouvements de rectification en azimut et en inclinaison. Une légère déviation du plan du socle en dehors du plan horizontal n'offre donc aucun inconvénient. Il eût d'ailleurs été impossible de donner aux supports de l'axe horaire un mouvement de bascule particulier, puisque ce mouvement, ne pouvant s'exécuter autour d'un axe horizontal passant par le point O, aurait altéré la distance OM. D'autre part encore, nous n'avons point voulu rendre indépendants le support du miroir et celui de l'axe horaire, et laisser à l'observateur le soin de régler la distance OM sur le pilier qui doit porter tout l'appareil. La difficulté de ce réglage exige qu'il soit fait une fois pour toutes, et son maintien exige en outre que des pièces métalliques de même nature réunissent le point O aux points M et F.

Nous verrons comment peut être rectifiée la longueur de la fourchette, si l'observation démontre qu'elle n'est pas égale à la distance OM.

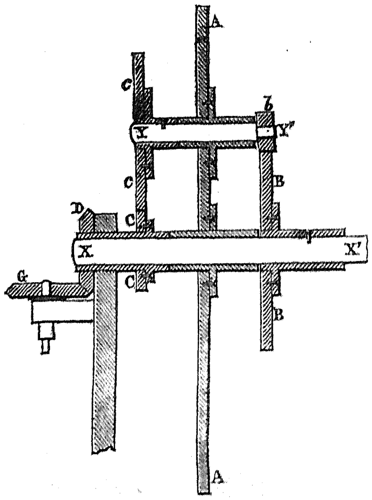
Supposons maintenant l'instrument assujetti aux diverses conditions dont nous venons de parler, savoir : l'axe polaire coïncidant avec l'axe du monde, le zéro du cercle horaire répondant à la réflexion dans le méridien, le cercle de déclinaison à zéro quand la fourchette est dans le prolongement de l'axe polaire, la longueur de la fourchette égale à la distance OM, le miroir perpendiculaire à la tige directrice, et enfin l'axe de la lunette coïncidant avec la direction OM prolongée. Si toutes ces conditions sont réalisées, il suffit, pour amener dans l'axe de cette lunette les rayons provenant d'un astre dont la distance polaire et l'angle horaire actuel sont donnés, d'amener sous l'index du cercle horaire la graduation correspondante à l'angle horaire, sous l'index du du cercle de déclinaison la graduation correspondante à la distance polaire, et de fixer les deux cercles. Si, de plus, à partir de cet instant, un moteur communique à l'axe horaire un mouvement uniforme de rotation, à raison d'un tour en un jour sidéral, l'astre restera immobile au milieu du champ de la lunette.

Le rouage R qui communique le mouvement à l'axe est placé sous une cage à parois de glace dans le pied même de l'instrument. Il reçoit le mouvement de l'action d'un poids qui descend dans un puits creusé à travers le pilier qui porte le sidérostat; et ce mouvement est rendu uniforme par un régulateur isochrone de L. Foucault. La description de ce régulateur, dont les formes et les applications diverses constituent une partie importante de l'œuvre de notre regretté collègue, ne peut trouver place ici. Je rappellerai seulement que ce régulateur, appliqué par M. Eichens à plusieurs grands équatoriaux, donne un mouvement d'une régularité parfaite, et que, à l'Exposition universelle de 1867, il a mérité à son habile constructeur le grand prix des arts mécaniques.

Ici, comme dans un équatorial, il est nécessaire de disposer de moyens de rappel, pour faire varier de petites quantités ou l'angle horaire ou la distance polaire, sans arrêter d'ailleurs la marche du mouvement d'horlogerie. La variation de l'angle horaire s'obtient à l'aide d'un rouage satellite semblable à celui que M. Eichens adapte depuis longtemps aux équatoriaux. Je décrirai en quelques mots ce rouage, que nous retrouverons tout à l'heure dans le rappel de la distance polaire.

Sur l'arbre XX′ (*fig.* 3), qui reçoit le mouvement du rouage pour le transmettre à l'axe horaire, sont montées trois roues, dont deux,

Fig. 3.



A et C, sont folles sur l'arbre, tandis que la troisième B fait corps avec lui. A reçoit directement le mouvement du rouage, et le transmet à B par l'intermédiaire des deux pignons satellites *b* et *c*, fixés à un même arbre YY′ qui traverse l'un des bras de la roue A, et est par conséquent emporté dans le mouvement de rotation de celle-ci. Dans ce mouvement, le pignon *c* roule en se développant sur la roue C que nous supposons immobile; le pignon *b* tourne donc de même et communique le mouvement à la roue B, laquelle entraîne l'arbre. Le sens et la vitesse de la rotation de cet arbre dépendent des rapports établis entre les cercles primitifs et par conséquent entre les nombres de dents des quatre mobiles B, C, *b* et *c*.

Désignons par B, C, *b*, *c* les rayons de ces quatre roues dentées, par V la vitesse de rotation de la roue A, par v celle de B, nous aurons entre ces quantités la relation (Bélanger, *Traité de Cinématique*, p. 198)

$$V\left(\frac{B}{b}-\frac{C}{c}\right)=v\frac{B}{b}.$$

Les deux vitesses sont de même sens si $\frac{B}{b}$ est plus grand que $\frac{C}{c}$; c'est le cas que nous adopterons. De plus, pour établir entre la vitesse du régulateur et celle de l'axe horaire le rapport convenable, il est nécessaire que v soit les 9 dixièmes de V; donc

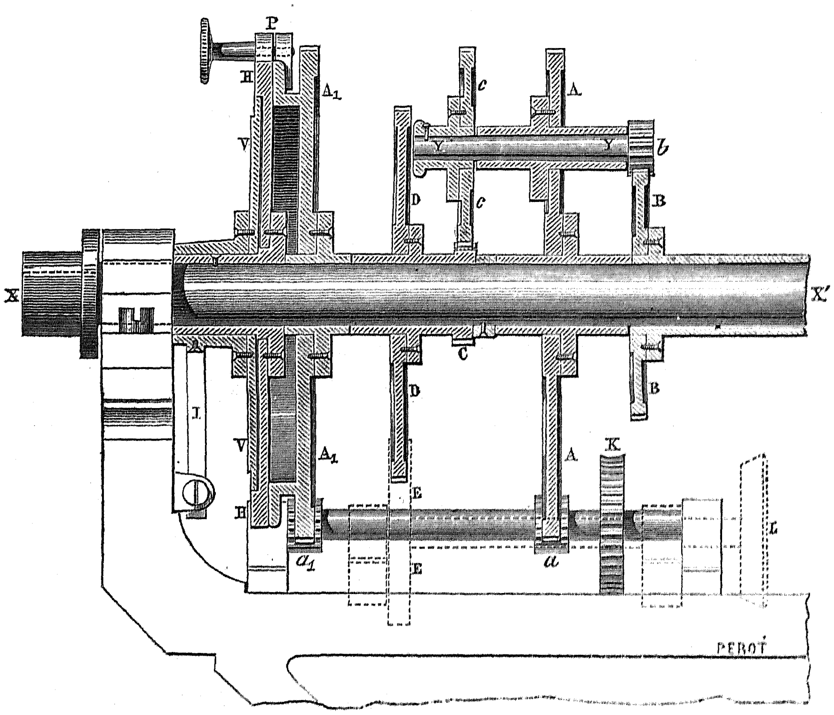
$$\frac{B}{b}-\frac{C}{c}=\frac{9}{10}\frac{B}{b} \quad \text{ou} \quad \frac{b}{B}\frac{C}{c}=\frac{1}{10},$$

relation à laquelle on satisfait en prenant $B=5b$, $C=\frac{1}{2}c$.

Nous avons supposé la roue C immobile, mais si pendant le mouvement de A on vient à la faire tourner sur elle-même par l'intermédiaire d'une roue d'angle D fixée sur le même manchon, le rouage satellite en recevra une augmentation ou une diminution de vitesse qui, sans influencer en rien la vitesse de A, se transmettra à la roue B et à l'arbre XX'. Cette roue d'angle a donc une double fonction : 1° maintenir immobile la roue C pendant le mouvement uniforme de A et de l'arbre; 2° lui communiquer la vitesse additive ou soustractive qu'elle reçoit de l'extérieur. Il est toujours possible de remplir la première condition, puisqu'on dispose des frottements exercés sur l'extérieur du manchon et sur les pièces qui se relient à la roue d'angle; on fait tourner D, quand il en est besoin, à l'aide d'une roue d'angle et d'une longue manette dont la poignée se trouve à portée de l'observateur.

L'arbre XX' (*fig.* 3), au moyen de roues d'angle et d'une tige verticale, communique son mouvement à une vis tangente qui engrène avec la roue K (*fig.* 4). Sur l'arbre de cette dernière sont également fixés deux pignons, l'un a de 20 dents, l'autre a_1 de 18. Le pignon de 18 engrène avec une grande roue A_1 de 200 dents qui tourne librement sur l'axe, mais qui fait corps avec lui lorsque la pince P la rend solidaire du cercle horaire H. Dès lors l'axe polaire XX' obéit au mouvement que lui communique le régulateur et à tous ceux, additifs ou soustractifs, que lui imprime la main de l'observateur par l'intermédiaire du rouage satellite.

Fig. 4.



Le second problème qu'avait à résoudre le constructeur du sidérostat était plus ardu que le premier : il s'agissait de produire, à l'aide d'une manette immobile, un mouvement de rappel du cercle de déclinaison, à l'extrémité d'un axe mobile, sans altérer le mouvement de cet axe. L. Foucault avait seulement indiqué le problème, et en avait fait entrevoir la solution à l'aide d'un rouage satellite, mais sans donner de vive voix ou laisser dans ses papiers aucune description du système qu'il prétendait appliquer. Voici l'élégante construction à l'aide de laquelle M. Eichens a atteint le but proposé.

L'axe polaire XX' (*Pl. I, fig.* 1) est enveloppé, sur la portion de sa longueur qui semble nue sur la figure, d'un manchon en bronze qui traverse le collet inférieur du support, et là, au moyen de deux roues d'angle *rr*, commande un pignon dont la denture engrène avec celle qu'on a taillée sur tout le pourtour du cercle de déclinaison. Si le manchon tourne avec l'axe polaire, ces roues restent en repos relatif et immobilisent le cercle par rapport à l'axe. Si le manchon prend une avance ou un retard sur le mouvement de l'axe, les roues déplacent d'une quantité proportionnelle la denture du cercle, et par conséquent la direction de la fourchette. Il faut donc établir entre le manchon et l'axe polaire une solidarité telle que le mouvement horaire les entraîne tous deux avec la même vitesse, mais que l'on puisse néanmoins faire tourner ce manchon isolément sans altérer le mouvement de l'axe. Un rouage satellite identique à celui que je viens de décrire va suffire à obtenir ce double effet.

L'ensemble du mécanisme est représenté en coupe verticale (*fig.* 4). Dans cette figure, comme dans la précédente, les hachures indiquent par leur direction la liaison ou l'indépendance des pièces en contact : deux pièces voisines, où les hachures sont de même sens, sont solidaires l'une de l'autre; elles sont indépendantes si les hachures sont de sens contraires. Le pignon a, qui est fixé sur le même arbre que le pignon a_1 et obéit, par suite, au mouvement horaire, engrène avec une roue A de 200 dents, semblable, par conséquent, à la roue A_1 et, comme elle, folle sur l'axe polaire XX'. Mais le pignon a portant 20 dents, tandis que a_1 n'en a que 18, on voit que la roue A prend une vitesse plus grande d'un dixième que celle de A_1 ou de l'axe polaire. Cette vitesse, étant transmise au manchon par l'intermédiaire d'un rouage satellite, où les roues et pignons auront les rapports établis précédemment : $B = 5b$, $C = \frac{1}{2}c$, sera réduite d'un dixième, et par conséquent le manchon tournera dans le même sens et avec la même vitesse que l'axe. Les mêmes lettres indiquent, dans la *fig.* 4, les différentes roues dont le rôle a été expliqué précédemment. La roue D, qui doit immobiliser C, s'appuie sur une roue E, montée sur un arbre parallèle à celui des pignons a et a_1, et cet arbre peut être mis en mouvement à l'aide d'une longue manette, de roues d'angle et d'une tige verticale qui se voient dans la *fig.* 1, *Pl. I.* C'est ce mouvement de la manette qui, par l'intermédiaire du rouage satellite, se transmet jusqu'au manchon et fait varier la direction de la fourchette et du miroir sans altérer le mouvement horaire.

Ce mouvement de rappel est assez rapide pour qu'on puisse l'employer au calage de l'instrument en déclinaison. A cet effet, la tige de la manette porte une poignée en bois à la portée de l'observateur lisant la graduation du cercle de déclinaison. Si l'on veut opérer très-rapidement, il faut désembrayer la roue d'angle latérale *r*, ce que l'on fait en desserrant le bouton qui la maintient sur son carré.

L'installation préparée pour le sidérostat dans le jardin de l'Observatoire a été construite d'après les plans que j'avais discutés avec L. Foucault, et par les soins de l'Administration des bâtiments civils. Le pilier, destiné à recevoir l'appareil, est un monolithe de forme triangulaire comme le socle en fonte; il est entaillé dans sa partie nord d'une gouttière verticale qui forme l'orifice du puits dans lequel descend le poids moteur. Deux murs parallèles en dalles placées de champ courent du sud au nord de chaque côté de ce pilier sans le toucher; ils portent des rails en fer sur lesquels roule une petite maisonnette en bois, recouverte en carton bitumé, qui forme l'abri de l'instrument. Avant l'observation, on fait rouler la maisonnette vers le nord, de manière à laisser le sidérostat complétement à découvert. Des talus en gazon recouvrent la partie extérieure de ces murs.

La lunette d'observation sera portée par deux piliers et fixée à l'aide de colliers à vis et à charnière qui permettent les mouvements de rectification. La distance de l'objectif au miroir est de 3 mètres. Cette lunette sera protégée par un simple toît formé de deux planches.

L'extrémité oculaire de la lunette pénétrera à travers un volet en bois dans le cabinet d'observation, petit bâtiment de 3 mètres de côté et de 2 mètres seulement d'élévation, afin de cacher le moins possible la partie sud du ciel. L'oculaire ou les appareils qui terminent la lunette à l'intérieur du volet doivent être reliés à ce volet par une bourse en étoffe épaisse, afin d'intercepter toute communication entre l'air intérieur et l'atmosphère.

Nous avons maintenant à placer le sidérostat sur son pilier, la lunette sur ses supports, et à régler les deux instruments l'un sur l'autre, puis par rapport au méridien et à l'axe du monde.

Au moyen d'un théodolite placé sur le pilier du sidérostat, de telle façon que le centre de rotation de la lunette occupe la place du centre du miroir, on détermine, par la méthode des hauteurs absolues, l'azimut d'un collimateur placé dans l'intérieur de la cabane d'observation. Puis visant avec la lunette du théodolite dans la lunette du sidérostat, on rectifie la position de celle-ci jusqu'à ce que son axe soit dans le méridien et son inclinaison égale à celle qui doit résulter de la construction de l'instrument.

Cela fait, on enlève le théodolite, et l'on met le sidérostat en place. Au moyen des vis calantes du socle et des deux niveaux rectangulaires, on règle l'horizontalité du plan sur lequel roule la plateforme qui porte le miroir. L'axe du miroir doit alors être horizontal, l'axe polaire doit se trouver dans un plan vertical et avoir sur l'horizon une inclinaison égale à la latitude du lieu. Au moyen d'un niveau à fourchettes posé sur les tourillons du miroir, il sera bon de s'assurer que l'axe de ces tourillons reste horizontal pendant la rotation de la plateforme, et vérifier ainsi le réglage des niveaux du socle.

Parmi toutes les positions que peut prendre le miroir autour de son centre de figure, il en est quelques-unes très-remarquables auxquelles nous aurons souvent recours et qu'il faut d'abord définir. En nous reportant au théorème énoncé page 52, nous voyons que lorsque la fourchette tourne autour de l'axe polaire en faisant avec lui un angle constant, la tige directrice trace sur le plan perpendiculaire à la direction du rayon réfléchi des cercles qui se réduisent à un point dans deux cas : le premier, seul réalisable, est celui où la fourchette coïncide avec le prolongement de l'axe polaire, le miroir réfléchit alors le rayon incident venant suivant cet axe ; le second serait le cas où la fourchette se replierait sur l'axe jusqu'à coïncider avec lui. Dans ces deux positions, l'axe polaire peut tourner sur lui-même sans imprimer au miroir aucun mouvement. La première est donc facile à trouver mécaniquement, puisqu'il suffira, pour reconnaître qu'elle est atteinte, de viser par réflexion, avec une lunette fixe, un point fixe éloigné, et de constater que son image reste immobile pendant que l'axe polaire fait un tour entier.

Si maintenant la fourchette décrit une série de plans méridiens, la queue du miroir trace sur le plan perpendiculaire au rayon réfléchi la série correspondante des cercles, projections stéréographiques des premiers, lesquels se coupent tous aux deux points définis par le para-

9.

graphe précédent. A un seul des plans méridiens tracés par la fourchette correspond un plan décrit par la tige directrice : c'est celui dont la trace sur le plan de projection est la droite qui joint les deux pôles de la projection, et qui répond au cas où le plan décrit par la fourchette passe par le point de vue ou par le centre du miroir, c'est-à-dire est le plan médian du sidérostat. A des plans horaires également inclinés de part et d'autre sur celui-ci, correspondent des déplacements maxima du support du miroir égaux et de sens contraires. Ce plan méridien est donc encore facile à définir mécaniquement : c'est celui pour lequel la rotation du cercle de déclinaison n'entraîne aucun déplacement du support du miroir. On le déterminera par cette condition, en traçant un point de repère sur la plate-forme des montants du miroir et visant ce point avec un microscope fixe : l'axe horaire étant arrêté par la pince, on fera tourner le cercle de déclinaison à l'aide de la manette de rappel, et l'on devra constater l'immobilité du point. Des rotations égales de l'axe horaire de part et d'autre de la position ainsi déterminée devront donner des déplacements égaux et de sens contraires du support, pour un même arc parcouru par la fourchette.

Les deux positions, ainsi déterminées, fixent l'une le zéro du cercle des distances polaires, l'autre le zéro du cercle horaire. On y amènera les verniers au moyen des vis de rappel.

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de nous arrêter un moment et d'étudier plus en détail les deux positions singulières qui viennent d'être définies. J'ai dit que, pour déterminer la position du zéro du cercle de déclinaison, on devra viser, avec une lunette, un point éloigné par réflexion sur le miroir, et amener la fourchette à une position telle qu'une rotation complète de l'axe horaire n'imprime à l'image aucun déplacement. On peut utilement employer, dans ce but, la lunette même du sidérostat, et prendre pour mire un collimateur dont l'axe soit rigoureusement parallèle à l'axe polaire. C'est une lunette, munie d'une croisée de fils en son foyer, qui repose par deux collets cylindriques égaux sur deux appuis en forme de V fixés aux extrémités d'une règle métallique. Cette règle, de même longueur que l'axe polaire, est montée sur deux pieds terminés par des fourches, qui viennent se poser sur des collets cylindriques égaux qu'on a ménagés autour de l'axe polaire près de ses extrémités. Un bras métallique, qui peut se fixer contre le support du coussinet inférieur de l'axe polaire, maintient en place cet appareil, tout en lui laissant sa mobilité. Par un réglage identique à celui de la lunette d'un niveau topographique, on amène les collets du collimateur à l'égalité. Cela fait, on place l'appareil sur l'axe polaire, le miroir étant dans la position où la rotation de l'axe polaire ne lui imprime plus de déplacement sensible à l'œil. Alors on fait mouvoir la lunette *dans le plan vertical*, et l'on déplace le socle du sidérostat en azimut, jusqu'à ce que l'on ait obtenu la coïncidence de la croisée des fils de la lunette avec l'image de celle du collimateur. La fourchette occupe la position cherchée, elle est sur le prolongement de l'axe polaire, lorsqu'une rotation complète de l'axe polaire ne détruit pas la superposition des deux croisées de fils.

Mais ce réglage nous fournit en même temps deux autres éléments importants. Si l'axe du collimateur est bien exactement parallèle à l'axe polaire, la coïncidence des croisées de fils nous fait reconnaître : 1° que l'axe de la lunette se trouve dans le plan vertical passant par l'axe polaire; 2° que l'axe de la lunette possède l'inclinaison voulue pour recevoir un rayon réfléchi provenant d'un rayon parallèle à la fourchette. Or la condition du parallélisme du collimateur à l'axe polaire s'élimine par un retournement de l'appareil. Après la première opération, on retourne bout pour bout le support sur l'axe polaire et le collimateur sur son support, et l'on pointe de nouveau les deux croisées de fils l'une sur l'autre. La moyenne des deux positions de la lunette est celle qu'elle doit avoir pour viser le pôle de l'instrument. Elle a donc, par rapport à l'horizon, l'inclinaison déterminée par la construction de l'appareil directeur du miroir. En même temps, puisque cette lunette a été placée presque exactement dans le méridien par l'opération préliminaire, on voit que le sidérostat lui-même s'y trouve amené; et tout l'appareil est réglé avec assez de précision pour que l'on puisse considérer ce réglage comme suffisant pour l'usage ordinaire du sidérostat. Nous pourrions nous arrêter ici, s'il n'était nécessaire d'étudier l'influence des défauts de construction de l'appareil.

L'expérience que nous venons de faire pourra nous en révéler un : il pourra arriver que, dans aucune position de la fourchette, une rotation complète de l'axe polaire ne laisse le miroir complétement immobile. C'est ce qui aura lieu si l'axe de la fourchette ne rencontre pas l'axe polaire, mais se trouve placé excentriquement, de manière à pouvoir lui devenir simplement parallèle sans coïncider avec lui. Alors, pendant le mouvement de l'axe, l'extrémité de la fourchette décrit un cercle sur lequel tourne la queue directrice. Le miroir ne peut être amené, par aucun déplacement du cercle de déclinaison, à donner l'image du pôle au centre du champ de la lunette : le pôle n'existe pas comme point. Il est remplacé par un petit cercle sur la projection stéréographique qui guide la queue directrice du miroir, et tous les cercles de distance polaire se trouvent agrandis de la même manière. D'où il suit que l'instrument, bien réglé d'ailleurs, étant dirigé vers une étoile, l'action du mouvement d'horlogerie ne conservera pas cette étoile immobile au milieu du champ, mais lui fera parcourir une courbe fermée autour de sa position d'immuabilité théorique. L'artiste peut seul remédier à ce défaut de construction.

La détermination du zéro du cercle horaire, par le procédé qui a été indiqué, suppose de même remplie une condition importante dans la construction de l'instrument, savoir, que le plan vertical passant par l'axe polaire contient aussi le centre du miroir. S'il n'en était pas ainsi, dans la projection stéréographique tracée par la queue du miroir sur le plan perpendiculaire au rayon réfléchi, aucun plan méridien n'aurait pour trace une droite *verticale*, et la seule droite *oblique* correspondrait non plus au plan médian du sidérostat, mais au plan horaire qui passe par le point de vue. Dès lors, il n'existe plus de position du plan horaire telle que la tige directrice puisse le parcourir sans qu'il en résulte de déplacement horizontal du support du miroir. Le caractère mécanique auquel nous avons reconnu le plan méridien du sidérostat est donc d'une grande importance; non-seulement il nous donne le zéro du cercle horaire, mais, par son absence, il nous manifeste un défaut de construction de l'appareil qui rendrait impossible le réglage dans les conditions où nous voulons le faire. En effet, un sidérostat présentant cette déviation du centre du miroir, réfléchit le rayon non pas dans le plan méridien, mais dans le plan vertical qui passe par le centre du miroir et le centre d'articulation de la fourchette avec l'axe polaire. Si donc, après avoir reconnu le défaut, on ne veut pas le faire corriger (ce qui serait possible par un déplacement latéral du support de l'axe horaire), il faut placer la lunette d'observation, non plus dans le plan méridien, mais dans le plan qui vient d'être défini. A cet effet, on réglerait d'abord le sidérostat lui-même dans le méridien, par l'emploi du théodolite et du collimateur parallèle à l'axe polaire; puis on réglerait la lunette sur le sidérostat, en lui donnant la position où elle vise la croisée des fils du collimateur par réflexion sur le miroir amené dans la position où une rotation complète de l'axe polaire ne lui imprime aucun déplacement. Ce procédé s'applique à un appareil réfléchissant dans un plan vertical quelconque, en dehors du méridien. Dans tout ce qui va suivre, nous supposerons le sidérostat réfléchissant les rayons dans le plan méridien.

Tout l'appareil, lunette et sidérostat, ayant été placé très-approximativement dans le plan du méridien, pourra être considéré comme un instrument méridien, propre à donner les ascensions droites et les distances polaires, une fois le cercle horaire fixé au zéro déterminé comme il vient d'être dit, et le support du miroir immobilisé au moyen de la pince. Des observations de passages et des déterminations de distances polaires d'étoiles connues vont nous permettre de rectifier le premier réglage de l'instrument.

On observe, sur une pendule dont la correction absolue et la marche horaire sont déterminées d'ailleurs, les temps des passages d'une série d'étoiles connues à un fil vertical tendu dans la lunette. Soient τ, τ',... les différences entre l'ascension droite de chacune de ces étoiles et le temps du passage corrigé de l'erreur de la pendule.

Par l'axe de la lunette, menons un plan perpendiculaire au méridien : c'est ce plan qui va, pour nous, jouer le rôle d'horizon. La latitude du lieu étant φ, celle que nous introduirons dans nos formules sera $\varphi - i$, i étant l'inclinaison de la lunette au-dessous de l'horizon.

Nous avons à déterminer les quantités qui, dans notre instrument, jouent le même rôle que l'azimut, l'inclinaison et l'erreur de collimation d'une lunette méridienne. Remarquons d'abord que, pendant que le rayon incident et la fourchette parcourent la portion visible du méridien, de l'horizon sud à l'horizon nord, la queue directrice du miroir ne parcourt qu'un angle droit, depuis l'horizontale jusqu'à la verticale.

Si l'axe de la lunette fait avec le méridien, du côté de l'ouest, un angle γ dans le plan de l'horizon hypothétique, le rayon incident qui viendra se réfléchir suivant cet axe fera constamment avec le méridien le même angle γ du côté de l'est. Cette déviation de la lunette joue le même rôle que l'erreur de collimation dans l'instrument des passages; en d'autres termes, le rayon incident est celui que recevrait une lunette méridienne dont l'erreur de collimation serait γ,

Si l'axe des tourillons du miroir n'est pas perpendiculaire au méridien, mais que sa partie ouest dévie vers le sud de l'angle α, la normale au miroir pendant sa rotation décrira un plan vertical incliné du même angle α sur le méridien. Le rayon incident correspondant à un rayon constamment réfléchi suivant l'horizontale dans le méridien décrira donc un cône, dont l'axe sera la ligne même des tourillons, et dont le demi-angle au sommet sera $90^\circ - \alpha$. Ce rayon est celui que recevrait une lunette méridienne affectée à la fois d'une erreur de collimation α et d'une erreur azimutale α.

La surface réfléchissante du miroir peut n'être pas parallèle à l'axe des tourillons; soit β l'angle qu'elle fait vers le sud avec la partie ouest de cet axe. La normale décrira, autour de cet axe, pendant la rotation, un cône dont le demi-angle au sommet sera $90^\circ - \beta$; et de la position verticale à la position horizontale du miroir, le rayon incident qui donne un rayon horizontal réfléchi dans le méridien, décrit un cône de même angle autour d'un axe incliné de l'angle β sur l'axe des tourillons. Ce rayon est donc celui que recevrait une lunette méridienne affectée d'une erreur de collimation β et en même temps d'une erreur azimutale β.

Enfin, si l'axe des tourillons est incliné de l'angle ε sur l'horizontale, l'extrémité ouest étant la plus élevée, la normale au miroir décrit, pendant la rotation, un plan qui coupe le plan méridien suivant une horizontale, et est incliné vers l'est d'un angle ε. Le rayon incident correspondant au rayon réfléchi horizontalement du nord au sud dans le méridien décrit donc, de l'horizon sud à l'horizon nord, le même plan, pendant que la normale passe de la position horizontale à la verticale. Le rayon incident est donc celui que recevrait une lunette méridienne dont l'axe des tourillons aurait une inclinaison ε.

En résumé, le rayon incident qui donne le rayon réfléchi du nord au sud, suivant l'axe de la lunette, est celui que recevrait une lunette méridienne dont l'erreur azimutale serait $\alpha + \beta$, l'erreur de collimation

$\alpha+\beta+\gamma$, et l'inclinaison ε, tous ces angles étant comptés positivement comme je l'ai défini, c'est-à-dire de manière à amener dans la lunette une étoile qui n'a pas encore atteint le méridien.

Dès lors, la formule de réduction de l'instrument des passages s'applique au sidérostat, et l'on a, en employant celle de Tobie Mayer,

$$\tau=\varepsilon\frac{\cos(\varphi-i-\delta)}{\cos\delta}+(\alpha+\beta)\frac{\sin(\varphi-i-\delta)}{\cos\delta}+(\alpha+\beta+\gamma)\,\text{séc}\,\delta.$$

Nous ne pouvons d'ailleurs observer que des passages supérieurs.

La détermination des constantes n'offre aucune difficulté. On obtiendra ε par un nivellement exécuté dans les conditions ordinaires, l'inégalité des tourillons ayant été mesurée préalablement en dégageant la tige directrice de la fourchette et retournant le miroir.

Si l'on détermine le passage d'une étoile au zénith hypothétique de notre appareil, on obtiendra, puisque $\delta=\varphi-i$,

$$\tau=(\varepsilon+\alpha+\beta+\gamma)\sec(\varphi-i).$$

Une étoile à l'horizon sud, pour laquelle $\delta=-90°+(\varphi-i)$, donnerait

$$\tau=(2\alpha+2\beta+\gamma)\sec\delta=\frac{2\alpha+2\beta+\gamma}{\sin(\varphi-i)}.$$

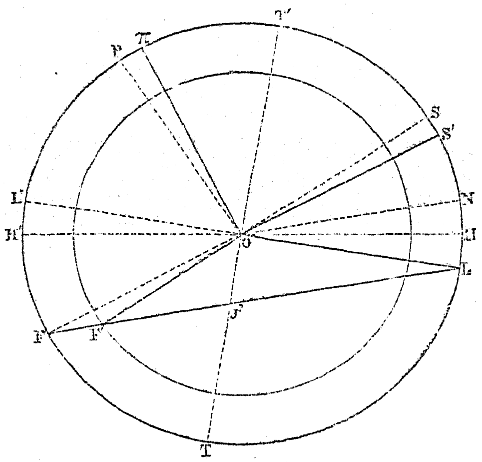
L'observation des passages de deux groupes d'étoiles, les unes voisines du zénith, les autres voisines de l'horizon, permettra donc d'obtenir des valeurs suffisamment exactes de $\alpha+\beta$ et de γ. Il est d'ailleurs impossible de séparer ici les deux constantes α et β, qui en effet jouent le même rôle par rapport à l'instrument. Mais on pourra déterminer à l'avance l'angle β par des observations faites sur le miroir dégagé de sa liaison avec la fourchette. Si en effet on amène le miroir successivement dans les deux positions verticales de part et d'autre de l'axe, ces deux positions de la surface réfléchissante comprendront l'angle 2β, qu'il s'agira de mesurer. Or cette mesure s'effectuera à l'aide d'un théodolite, par les mêmes procédés à l'aide desquels on mesure l'angle réfringent d'un prisme. On pourrait croire qu'il est toujours possible au constructeur d'annuler l'angle β : car la surface du miroir coïncide rigoureusement avec le plan qui passe par les bords du barillet, et l'on pourrait roder ceux-ci jusqu'à ce qu'un niveau, posé sur les tourillons et posé sur les bords du barillet, donnât la même inclinaison. Mais il faut remarquer qu'un rodage a été effectué pour assurer la perpendicularité bien autrement importante de la queue directrice à la surface du miroir; l'erreur de position de la surface, par rapport aux tourillons, est donc de celles qu'il faut subir sans pouvoir la corriger : il nous suffit qu'elle ne soit pas trop considérable.

Les déterminations qui précèdent n'ont pas en effet pour but de transformer le sidérostat en un instrument des passages, prétention bien opposée à la pensée dans laquelle il a été construit; elles doivent seulement nous donner les valeurs approchées des déviations de la lunette et du miroir, afin de nous permettre de les réduire à des erreurs suffisamment petites pour que, dans l'usage ordinaire de l'appareil, le calage des cercles d'angle horaire et de distances polaires permette de trouver immédiatement l'astre cherché, et que les observations micrométriques de deux astres voisins donnent leurs positions relatives avec une approximation égale à celle que l'on demande aux observations équatoriales. Une minute d'arc en distance polaire, dix à quinze secondes de temps en ascension droite, telles sont les limites autour desquelles doivent osciller les erreurs largement acceptables. L'appareil, considéré comme instrument méridien, pourra, par les observations précédentes, être amené à ne présenter pour les ascensions droites que des erreurs beaucoup moindres. Si d'ailleurs il était nécessaire d'obtenir plus rigoureusement les coordonnées d'un astre, on déterminerait les corrections absolues de l'instrument dans la position qu'il occupe par l'observation d'une belle étoile suffisamment rapprochée de l'astre, ainsi que cela se pratique avec l'équatorial.

Ce premier réglage effectué, le plan médian du sidérostat coïncide à fort peu près avec le méridien; la lunette est elle-même dans ce plan, et la normale au miroir ne s'en écarte que fort peu pendant la rotation de celui-ci autour de ces tourillons. Il reste à régler l'inclinaison de l'axe polaire, et enfin à vérifier si la condition fondamentale de la construction du sidérostat, savoir l'égalité des longueurs OM et OF, est exactement remplie. Nous allons procéder à ces déterminations par des observations faites encore dans le plan du méridien.

Soit O (*fig.* 5) le centre du cercle des distances polaires, HH la trace de l'horizon sur le plan du méridien, OP l'axe du monde, OΠ l'axe polaire de l'instrument, OL la direction de la lunette, déjà exactement réglée. Soit OF′ la fourchette, supposée trop courte de $FF' = \alpha$; la queue du miroir prend la direction F′L, qui répondrait à la position OF d'une

Fig. 5.



fourchette de longueur normale. Le rayon incident qui se réfléchit suivant OL est donc S′O, prolongement de OF; tandis que la lecture faite sur le cercle de déclinaison correspond à la direction OS, prolongement de OF′.

Dans ces conditions, appelons P la distance polaire, affectée de la réfraction, de l'étoile vue dans la lunette, Π la lecture correspondante sur le cercle des distances polaires, c'est-à-dire l'angle SOΠ, le zéro de ce cercle ayant été réglé comme nous l'avons dit. Appelons

λ l'angle POΠ,
i l'angle HOL,
ω l'angle SOS′,
φ la latitude du lieu ou l'angle POH′,

tous ces angles étant comptés dans le sens des distances polaires; nous aurons

$$P = \Pi + \lambda + \omega.$$

L'angle ω a pour expression suffisamment approchée

$$\omega = \frac{\alpha}{l - \alpha} \cot \tfrac{1}{2} \mathrm{FOL}\ 206\,265'' = \frac{\alpha}{l - a} \cot \tfrac{1}{2} (\Pi + \lambda + \varphi - i)\ 206\,265'',$$

tant que l'angle FOL ne devient pas très-petit.

Si donc on observe dans le méridien une série d'étoiles connues, la correction à apporter aux lectures faites sur le cercle des distances polaires, pour obtenir leur distance au pôle, se composera d'une partie constante et d'une partie variable avec Π.

Le caractère auquel on reconnaîtra l'égalité de longueur de la fourchette et de la distance OL sera donc la possibilité de ramener les distances polaires lues sur l'instrument à leur valeur vraie par l'emploi d'une correction constante, qui constituera la correction de collimation du cercle des distances au pôle. S'il n'en est pas ainsi, si au contraire la correction nécessitée par les observations va en croissant depuis l'horizon sud jusqu'au pôle, limite des observations possibles, on en conclura que la fourchette est plus courte que la distance des axes OL; elle sera plus longue si la correction prise avec son signe va en décroissant, et même change de signe.

Il faut alors avoir le moyen de ramener à l'égalité les deux longueurs OF et OL. Le miroir et l'axe polaire étant fixés sur le même socle en fonte, c'est la longueur de la fourchette qui doit être la quantité variable. A cet effet, la queue cylindrique qui tourne dans les collets portés par le cercle des distances polaires est maintenue par deux anneaux qui pressent en sens contraire contre ces collets, et que l'on peut déplacer d'une petite quantité en les faisant tourner sur un pas de vis. Un contre-écrou les maintient ensuite en place. Par des tâtonnements réguliers, on amènera ainsi la fourchette à la longueur voulue.

On facilitera ces tâtonnements par des observations faites au voisinage de l'horizon sud; alors en effet la correction ω se réduit sensiblement à zéro, et la différence $P - \Pi$ fait connaître une valeur approchée de λ. On peut ensuite des autres observations, faites aussi près que possible du pôle, déduire des valeurs de la correction ω, qui permettront de calculer le rapport $\frac{\alpha}{l}$ avec une approximation suffisante pour guider les retouches à faire subir à la fourchette.

Une fois l'égalité obtenue, il est nécessaire qu'elle se conserve malgré les variations de température : la fourchette doit donc être construite du même métal que le socle lui-même. L'impossibilité d'équilibrer la fourchette dans les conditions de construction que nous imposait le modèle exécuté sous les yeux de L. Foucault nous a conduits à faire la fourchette en aluminium. Il est utile de calculer quelle erreur peut en résulter, pour une variation de température donnée, sur la distance polaire d'une étoile. La lunette étant supposée horizontale, l'erreur ω sera très-approximativement, pour chaque degré de variation de température à partir du point où l'égalité a lieu,

$$\omega = (k' - k)\cot\tfrac{1}{2}(\Pi + \varphi)\,206\,265''.$$

Ici la différence $k' - k$ des coefficients de dilatation est 0,0000111. Par conséquent nous aurons

Au pôle........................ $\omega = 5''$,
Au zénith...................... $\omega = 2'',3$.

Ainsi, à l'extrême limite des observations possibles, il faudrait une variation de 12 degrés pour produire une erreur de 1 minute sur la position de l'étoile. Au zénith, la variation de température devrait être environ 26 degrés. A partir de ce point, l'erreur diminue très-rapidement jusqu'à l'horizon, où elle est nulle. En réalité, l'introduction de la fourchette en aluminium ne produira pas, dans l'emploi de l'appareil, d'erreurs supérieures à celles qu'on doit attendre de l'imperfection du réglage. La loi des variations de la distance polaire étant d'ailleurs connue, il sera facile, si l'on en sent la nécessité, de construire une table de correction pour les diverses températures.

Nous avons remarqué que, si l'on mène par le centre de rotation de la fourchette un plan TT' perpendiculaire à la direction du rayon réfléchi, la tige directrice du miroir, dans son mouvement, trace sur ce plan la projection stéréographique du lieu parcouru sur la sphère par l'extrémité de la fourchette, le point de vue étant au centre du miroir. Lorsque la fourchette n'est pas égale à la distance de son centre de rotation au centre du miroir, cette propriété subsiste encore, avec cette différence que le point de vue est situé en dedans ou en dehors de la sphère décrite par l'extrémité de la fourchette, suivant que celle-ci est trop longue ou trop courte. De là, la détermination générale de l'erreur résultant de cette inégalité. Soit $l - \alpha$ la longueur de la fourchette; on trace sur le plan pris comme tableau la projection *perspective* de l'extrémité de la fourchette, en prenant le point de vue à la distance l. Les coordonnées du point du ciel qui se trouve sur le prolongement de la fourchette sont les lectures faites sur les deux cercles, savoir Π et h (l'instrument étant supposé bien réglé d'ailleurs). Il s'agit de trouver les coordonnées P et H du point du ciel qui se voit actuellement dans la lunette. Or ces coordonnées sont évidemment les symétriques par rapport au centre de rotation de la fourchette de celles de l'extrémité d'une fourchette idéale de longueur l, qui donnerait à la tige directrice du miroir sa position actuelle. La projection *stéréographique* de cette extrémité sur le tableau est donc la même que la projection *perspective* qu'on vient de déterminer. Le problème est, par suite, ramené à celui-ci dont tous les éléments sont connus : Étant données les coordonnées $180° + \Pi$ et $180° + h$ d'un point situé sur une sphère de rayon $l - \alpha$, trouver des coordonnées $180° + P$ et $180° + H$ du point dont la projection *stéréographique* coïncide avec la projection *perspective* du premier sur le même plan et pour le même point de vue situé à une distance l du centre de projection.

Mais il n'est pas nécessaire de résoudre ce problème dans toute sa généralité pour reconnaître la loi des erreurs commises sur la position d'une étoile. Remarquons que la construction que nous avons faite (*fig.* 5) pour le plan du méridien est toujours valable pour un plan quelconque passant par la direction constante OL du rayon réfléchi et par la fourchette OF'. Dans ce plan, quel que soit son angle avec le plan vertical, l'étoile vue est toujours S', tandis qu'on lit les coordonnées de l'étoile S : les deux étoiles sont donc toujours dans un même plan passant par OL; et dans ce plan la variation de leur distance angulaire SOS' est représentée par l'expression

$$\omega = \frac{\alpha}{l - \alpha} \cot \tfrac{1}{2} \text{FOL},$$

d'une manière suffisamment approchée tant que l'angle FOL ne devient pas très-petit.

L'erreur va donc en croissant quand l'ouverture de l'angle de la fourchette et du rayon réfléchi va en diminuant.

Or, dans la projection perspective que trace la tige directrice sur le plan TT′ perpendiculaire au rayon réfléchi, la droite Of est la projection de la fourchette, et cette projection a aussi pour valeur $OL\cot\frac{1}{2}FOL$: elle est donc proportionnelle à l'erreur commise. Si la fourchette ou son prolongement parcourt un grand cercle passant par la direction du rayon réfléchi, l'erreur va en croissant de zéro à l'infini. Si l'on force la fourchette à tourner en faisant un angle constant avec OL, l'erreur reste constante : des circonférences tracées sur le plan du tableau autour du point O comme centre représentent donc les *courbes d'égale erreur*. Le rayon d'une circonférence ou la projection *perspective* de la fourchette représente l'erreur dont sont affectées, dans le plan passant par OL les positions des étoiles dont les projections *stéréographiques* sont situées sur cette circonférence.

Lorsque l'angle de la fourchette avec la direction OL devient très-petit, l'expression de l'erreur devient inexacte. Mais la construction précédente est toujours valable et fait voir ce qui se passe.

Soit une fourchette trop longue; le rayon incident se rapprochant de l'horizon nord hypothétique, ou la fourchette de la direction opposée OL, il arrive un moment où le rayon visuel est parallèle au plan du tableau : les étoiles qui se trouvent sur le petit cercle, base du cône que décrirait cette position du rayon incident en tournant autour de OL, sont les dernières qui puissent se voir dans la lunette. La fourchette continuant à se rapprocher de OL, sa projection devient imaginaire : le prolongement seul du rayon visuel rencontre le tableau. Tout l'intérieur du cône échappe à l'action réfléchissante du miroir. En effet, celui-ci s'incline de manière à tourner vers la lunette la face non réfléchissante, et bascule très-rapidement pour arriver à la position verticale qu'il atteint quand la fourchette coïncide avec OL.

La fourchette trop courte produit sur le miroir un effet exactement inverse. Il y a encore autour du point de l'horizon nord, situé sur le prolongement de la lunette, un petit cercle dont les étoiles sont les dernières que puisse faire voir le miroir; tout ce qui est intérieur échappe à son action; mais à partir de la position où le rayon visuel est tangent à la sphère $l - \alpha$, le miroir revient sur les positions qu'il a déjà occupées, les parcourt toutes avec une rapidité extrême et, quand la fourchette coïncide avec OL, renvoie à la lunette les rayons venant suivant LO.

Il n'est pas inutile de remarquer que ces positions singulières du miroir sont purement théoriques, et que les petits cercles d'invisibilité appartiennent à une région du ciel qu'il est impossible d'atteindre.

Reprenons le sidérostat fixé dans le méridien et supposons qu'on ait rectifié la longueur de la fourchette comme nous venons de le dire, ou, ce qui revient au même, qu'on ait déterminé, par des observations faites au voisinage du pôle et près de l'horizon, les éléments de la correction.

Une série d'observations de distances polaires faites sur des étoiles connues, dans le méridien, déterminera alors l'erreur de collimation du cercle des distances polaires, c'est-à-dire l'erreur λ de l'inclinaison de l'axe. On agira sur la vis du socle de manière à corriger cette erreur : car nous avons vu qu'il importe peu de conserver la verticalité du support du miroir. Mais ce changement d'inclinaison entraîne un changement égal dans l'inclinaison de la lunette : il faut donc de nouveau rectifier celle-ci. Après quoi le sidérostat doit se trouver complétement réglé et prêt pour l'observation.

Les observations astronomiques peuvent se faire à l'aide du sidérostat, de deux manières, le miroir restant fixe ou tournant sous l'action du mouvement d'horlogerie.

Si l'observateur veut déterminer les positions relatives de deux astres un peu éloignés, il arrête le mouvement d'horlogerie, et observe dans le miroir fixe, comme il ferait à l'aide d'un appareil parallactique ordinaire, mais sans avoir à se déplacer lui-même, quelle que soit la portion du ciel qu'il explore. Cet avantage, il est vrai, se trouve acheté par un inconvénient, qui a paru à quelques astronomes constituer une objection contre l'emploi du sidérostat dans les mesures micrométriques, mais dont il ne faut pas cependant s'exagérer la gravité. La direction apparente du mouvement diurne change chaque fois que l'on déplace le miroir ; chaque nouvelle détermination des positions relatives des deux astres exige donc un nouveau réglage de la direction des fils du micromètre. L'expérience a montré que ce même inconvénient, qui existe dans l'usage des télescopes à oculaire mobile, n'entraîne pas une perte de temps considérable ; il est donc permis de ne pas s'en préoccuper ici outre mesure. Nous allons voir d'ailleurs comment on peut y remédier.

L'effet de cette variation de la direction apparente du mouvement diurne est à prendre en plus sérieuse considération, lorsque, le miroir étant en marche, on voudra effectuer des mesures micrométriques d'étoiles doubles. Cette direction, en effet, est l'origine des angles de position, et puisqu'elle varie à chaque instant, la mesure de ces angles semble rendue impossible. Mais à un instrument nouveau, répondent des méthodes particulières de mesure. On ne demande pas à un instrument azimutal les éléments que fournit directement un équatorial. Ici la fixité du micromètre engagera probablement à mesurer les angles de position à partir de la verticale ou de l'horizontale. La connaissance de l'heure de l'observation suffira ensuite pour réduire les observations à la forme ordinaire.

Soient x, y, z les coordonnées du point du ciel actuellement réfléchi dans l'axe de la lunette, par rapport à trois axes rectangulaires convenablement choisis; x', y', z' les coordonnées du point où le rayon réfléchi va percer le ciel. Si le point observé se déplace de manière que ses coordonnées deviennent $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$, celles du rayon réfléchi se changent en $x' - \delta x$, $y' - \delta y$, $z' - \delta z$. Il est donc facile de déduire de la direction du mouvement de l'astre celle du mouvement du rayon réfléchi.

La position de l'astre dans le ciel étant donnée par sa distance polaire P et l'angle horaire H du cercle de déclinaison sur lequel il se trouve, déterminons nos coordonnées rectangulaires par rapport à un système de trois axes, dans lequel la partie positive de l'axe des z est perpendiculaire à l'équateur et dirigée vers le pôle nord, tandis que les axes des x et des y sont dans le plan de l'équateur, la partie positive de l'axe des x passant par l'origine des angles horaires, et la partie positive de l'axe des y par le point dont l'angle horaire est 90 degrés. L'origine est d'ailleurs au centre du miroir. Nous aurons

$$x = \sin P \cos H, \quad y = \sin P \sin H, \quad z = \cos P.$$

L'astre se mouvant sur un parallèle, P reste constant, H seul varie. On déduit de là

$$\delta x = -\sin P \sin H \,.\, \delta H, \quad \delta y = \sin P \cos H \,.\, \delta H, \quad \delta z = 0.$$

La direction du mouvement du rayon réfléchi est donc, dans le plan de l'équateur, donnée par la relation

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \operatorname{tang} \alpha = -\operatorname{tang} H.$$

Pour projeter cette direction sur le plan perpendiculaire à l'axe de la lunette, c'est-à-dire sur le plan des fils, il suffit de multiplier par $\cos(\varphi - i)$, φ étant la latitude du lieu, et i l'inclinaison de la lunette au-dessous de l'horizon :

$$\operatorname{tang} \psi = -\operatorname{tang} H \cos(\varphi - i).$$

Lorsque l'étoile est dans le plan horaire de six heures avant le méridien, $H = 270°$, la direction du mouvement apparent est verticale et de bas en haut; elle se rapproche ensuite de l'horizontale, et dans le méridien est dirigée de l'est à l'ouest. Elle devient de nouveau verticale et dirigée de haut en bas, lorsque l'étoile atteint le plan horaire de six heures après le méridien.

Le miroir parcourant un cercle de déclinaison, P varie seul, et l'on a, dans l'équateur,

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \operatorname{cotang} H = \text{const.}$$

La variation de distance polaire n'a pas d'influence sur la direction du mouvement apparent dans la lunette.

Si l'on observe sur le miroir immobile la distance de deux astres voisins, petite planète et étoile de comparaison, on amènera le fil à la direction parallèle au mouvement diurne, à l'aide du cercle de position du micromètre et d'une table des valeurs de ψ construite à l'avance. Si le miroir se meut par l'action du mouvement d'horlogerie, on laissera le micromètre immobile et ses fils dans la direction des axes Ox et Oy : l'heure de l'observation permettra alors de réduire à la forme ordinaire les distances mesurées suivant ces deux axes.

Si l'on supposait un héliostat renvoyant le rayon réfléchi suivant l'axe du monde, comme l'héliostat de Fahrenheit, on aurait $\psi = -H$. On peut obtenir le même résultat à l'aide de deux miroirs disposés comme ceux du polémoscope des anciens, c'est-à-dire montés à 45 degrés sur deux axes rectangulaires autour desquels ils peuvent tourner. Dans ce cas, la direction du mouvement apparent varie avec l'angle horaire et avec la déclinaison de l'étoile observée. Mais il suffit que le micromètre fasse corps avec l'axe polaire pour que le fil, une fois réglé pour la déclinaison, suive le mouvement diurne, malgré la variation d'angle horaire. Les considérations dans lesquelles je suis entré sur le véritable rôle des instruments à réflexion permettront de décider, dans chaque cas particulier, quelle est la construction la plus avantageuse en vue du but qu'on se propose d'atteindre.

La variation de direction du mouvement diurne, inhérente au sidérostat, doit être considérée surtout lorsqu'il s'agit d'appliquer l'instrument à la photographie d'un astre de diamètre sensible, comme la Lune ou le Soleil. Que le sidérostat soit employé, par exemple, à projeter l'image agrandie du Soleil sur un écran, cette image, dans l'intervalle de douze heures, tournera sur elle-même d'un demi-tour, les points qui se trouvaient en bas au matin venant au soir occuper la partie supérieure de l'écran. C'est là un véritable inconvénient si l'on veut dessiner cette image : pour la photographie du Soleil, il devient nul, puisque la durée de la pose ne doit pas dépasser une très-minime fraction de seconde. Quand il s'agira de la Lune, la durée sera un peu plus longue; cependant j'ai obtenu autrefois, avec M. Rayet, de bonnes images de cet astre sur collodion ordinaire par une exposition d'une demi-seconde : la variation du mouvement horaire pendant ce temps ne surpasse pas la variation de déclinaison de l'astre, qui reste toujours un obstacle réel à l'obtention de bonnes images lunaires, même lorsqu'on fait usage d'instruments équatoriaux ordinaires. Dans tous les cas, par conséquent, la solution de la difficulté reste la même : arriver à l'instantanéité d'impression.

Cette instantanéité est imposée d'ailleurs par la nécessité d'échapper à l'influence des agitations de l'atmosphère; la plaque photographique ne peut en effet, comme l'œil, choisir entre les impressions successives celles-là seulement qui donnent une bonne image. Si l'exposition se prolonge, l'image résultante est la superposition confuse de toutes les images partielles. L'instantanéité et le hasard guidé par un bon choix des circonstances atmosphériques peuvent seuls donner d'excellents résultats photographiques. Par conséquent ici les conditions nécessaires au succès de l'opération sont d'accord avec celles qu'impose la construction de l'instrument employé.

Je crois n'avoir, dans l'étude qui précède, dissimulé aucune des objections qui peuvent être faites à l'emploi du sidérostat comme auxiliaire de l'Astronomie physique. La pratique de l'instrument fera connaître sans doute de meilleures solutions que celles que j'ai proposées; elle révélera peut-être aussi de nouvelles difficultés; j'aurai atteint le but que je me suis proposé en publiant ce travail, si j'ai fait comprendre la pensée qui a présidé à la construction du sidérostat, et le rôle que Foucault attribuait, dans l'Astronomie pratique, aux instruments à réflexion.