BULLETIN DE LA S. M. F.

FÉLIX LUCAS

Note sur les intersections de trois quadriques

Bulletin de la S. M. F., tome 19 (1891), p. 118-119
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1891__19__118_1>

Note sur les intersections de trois quadriques;
par M. Félix Lucas.

Soient $U=0$, $V=0$, $W=0$ les équations de trois quadriques, se coupant en huit points M, réels ou imaginaires.

Désignons par x_1, y_1, z_1 les coordonnées d'un point d'intersection M_1 et posons

$$\xi = \frac{x+x_1}{2}, \qquad \eta = \frac{y+y_1}{2}, \qquad \zeta = \frac{z+z_1}{2}.$$

Les équations des quadriques peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
(x-x_1)U'_\xi + (y-y_1)U'_\eta + (z-z_1)U'_\zeta &= 0,\\
(x-x_1)V'_\xi + (y-y_1)V'_\eta + (z-z_1)V'_\zeta &= 0,\\
(x-x_1)W'_\xi + (y-y_1)W'_\eta + (z-z_1)W'_\zeta &= 0;
\end{aligned}$$

car les premiers membres de ces trois équations sont identiques à U, V, W.

En éliminant $(x-x_1)$, $(y-y_1)$, $(z-z_1)$, nous obtenons l'équation d'une surface du troisième degré en x, y, z,

$$\begin{vmatrix} U'_\xi & U'_\eta & U'_\zeta \\ V'_\xi & V'_\eta & V'_\zeta \\ W'_\xi & W'_\eta & W'_\zeta \end{vmatrix} = 0,$$

qui passe par les sept points d'intersection autres que M_1 des trois quadriques données. En considérant ξ, η, ζ comme des coordonnées courantes, on obtient une autre surface du troisième degré qui passe par le milieu des vingt-huit cordes communes aux trois quadriques.

Il est clair, d'ailleurs, que l'on obtiendrait la même équation en cherchant le lieu géométrique des centres (ξ, η, ζ) des quadriques qui passent par les huit points M, et dont l'équation générale est

$$\lambda U + \mu V + \nu W = 0.$$

Donc *les milieux des vingt-huit cordes communes à trois quadriques appartiennent à une surface du troisième ordre qui est le lieu des centres des quadriques passant par les huit points d'intersection des trois premières.*

Il est à remarquer que cette surface du troisième degré reste invariable si l'on regarde comme arbitraires les termes constants de U, V, W; elle est, par conséquent, *le lieu géométrique des milieux des vingt-huit cordes communes à trois quadriques quelconques dont les équations diffèrent de celles de* U, V, W, *par leurs termes constants respectifs.*