

BULLETIN DE LA S. M. F.

L. LECORNU

Sur l'herpolhodie

Bulletin de la S. M. F., tome 34 (1906), p. 40-41

http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1906__34__40_0

© Bulletin de la S. M. F., 1906, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR L'HERPOLHODIE;

PAR M. L. LECORNU.

L'absence de points d'inflexion dans l'herpolhodie s'établit aisément de la manière suivante :

Soient A, B, C les moments d'inertie principaux du solide relativement à son point fixe O ($A > B > C$); h , la constante des forces vives; k , l'axe résultant des moments des quantités de mouvement. L'équation, par rapport aux directions principales, du cône décrit par l'axe instantané est

$$A(k^2 - Ah)x^2 + B(k^2 - Bh)y^2 + C(k^2 - Ch)z^2 = 0.$$

Le vecteur OE ayant pour composantes

$$\lambda = A(k^2 - Ah)p, \quad \mu = B(k^2 - Bh)q, \quad \nu = C(k^2 - Ch)r$$

est normal au cône, pour la génératrice $\frac{x}{p}, \frac{y}{q}, \frac{z}{r}$ coïncidant avec l'axe instantané. Cherchons la vitesse absolue de l'extrémité E de ce vecteur. La vitesse relative aux axes mobiles a pour projection sur Ox

$$A(k^2 - Ah)\frac{dp}{dt} = (k^2 - Ah)(B - C)qr.$$

La vitesse d'entraînement a pour projection sur la même direction

$$qv - r\mu = [C(k^2 - Ch) - B(k^2 - Bh)]qr.$$

La vitesse absolue a pour projection la somme des deux précédentes, c'est-à-dire

$$(B - C)(B + C - A)hqr.$$

Le vecteur OE est également normal au cône de sommet O contenant l'herpolhodie. Si celle-ci présentait une inflexion, la direction de OE serait momentanément stationnaire et, par suite, la vitesse absolue de E aurait la direction de OE; d'où les rela-

tions :

$$\frac{A p^2(k^2 - Ah)}{(B - C)(B + C - A)} = \frac{B q^2(k^2 - Bh)}{(C - A)(C + A - B)} = \frac{C r^2(k^2 - Ch)}{(A - B)(A + B - C)}.$$

Or on sait que $B + C - A$, $A + B - C$, $k^2 - Ch$ sont positifs, tandis que $k^2 - Ah$ est négatif. On arrive donc à une impossibilité, qui démontre la proposition.

L'absence de rebroussements s'établit plus facilement encore. Pour qu'il y ait rebroussement il faut que la vitesse angulaire de OE soit infinie : car, en excluant le cas particulier où la rotation s'effectue autour d'un axe principal et où l'herpolhodie se réduit, comme l'on sait, à un point, le chemin élémentaire parcouru par le pôle sur cette courbe est toujours du même ordre que dt . Comme la vitesse de E est finie, il faut que OE soit nul; d'où

$$(k^2 - Ah)p = 0, \quad (k^2 - Bh)q = 0, \quad (k^2 - Ch)r = 0.$$

Deux au moins des binomes $k^2 - Ah$, $k^2 - Bh$, $k^2 - Ch$ étant différents de zéro, il faut que deux des composantes p , q , r de la rotation soient nulles, c'est-à-dire que, contrairement à l'hypothèse, la rotation s'effectue autour de l'une des directions principales. La conclusion est que, pour une herpolhodie non réduite à un point, il ne peut y avoir de rebroussements.
