

MÉMOIRES DE LA S. M. F.

PHILIPPE CASSOU-NOGUES

Classes d'idéaux de l'algèbre d'un groupe abélien

Mémoires de la S. M. F., tome 37 (1974), p. 23-32

<http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1974__37__23_0>

© Mémoires de la S. M. F., 1974, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mémoires de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Memoires/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CLASSES D'IDEAUX DE L'ALGÈBRE D'UN GROUPE ABELIEN

par

Philippe CASSOU-NOGUES

-:-:-:-

I. - INTRODUCTION.

Soit le groupe abélien fini G . L'extension des scalaires définit, par passage au quotient, un homomorphisme surjectif θ du groupe $\mathcal{C}(\mathbb{Z}[G])$ des classes d'isomorphismes de $\mathbb{Z}[G]$ -modules projectifs de rang 1 sur le groupe analogue $\mathcal{C}(\mathfrak{m})$ associé à l'ordre maximal \mathfrak{m} de la \mathbb{Q} -algèbre de groupe $\mathbb{Q}[G]$. On a souvent étudié le groupe $\mathcal{C}(\mathbb{Z}[G])$ [1], [2], et il est intéressant de rapprocher cette étude de celle du groupe $\mathcal{C}(\mathfrak{m})$, mieux connu en ce sens qu'il est produit direct des groupes de classes d'idéaux des extensions cyclotomiques qui apparaissent dans la décomposition de l'algèbre semi-simple $\mathbb{Q}[G]$ en facteurs simples. Il est donc utile d'étudier l'homomorphisme surjectif θ dont le noyau noté $D(G)$ est d'ordre fini $k(G)$. J.P. Serre [10] a montré que ce groupe est isomorphe au groupe quotient

$$(1) \quad (\mathfrak{m}/F)^* / (\mathbb{Z}[G]/F)^* \cdot \text{Im } \mathfrak{m}^* .$$

Dans cette formule, on note F un idéal de $\mathbb{Z}[G]$, que l'on appellera conducteur, tel que $F\mathfrak{m} \subset \mathbb{Z}[G]$, \bar{F} l'idéal de \mathfrak{m} engendré par F , $(\mathfrak{m}/\bar{F})^*$ (resp. $(\mathbb{Z}[G]/F)^*$, resp. \mathfrak{m}^*) le groupe des unités de \mathfrak{m}/\bar{F} , (resp. $\mathbb{Z}[G]/F$, resp. \mathfrak{m}), $\text{Im } \mathfrak{m}^*$ l'image de \mathfrak{m}^* par la surjection canonique de \mathfrak{m} sur \mathfrak{m}/\bar{F} . On a une formule analogue à (1), si on remplace \mathfrak{m} par un ordre quelconque de $\mathbb{Q}[G]$ contenant $\mathbb{Z}[G]$. En utilisant cette formule (1) on retrouve le théorème de Dock-Sang-Rim [6] que l'on peut énoncer ainsi : "le groupe $D(G)$ est réduit à $\{1\}$ pour tout groupe G d'ordre p premier". A. Fröhlich [7] donne pour le groupe $D(G)$ une formule (2), il en déduit que $D(G)$ est un p -groupe pour tout p -groupe G , et il donne des formules explicites pour $k(G)$ pour des groupes d'exposant 2, 4, 6. S. Ullom, en utilisant la formule (2), étudie le groupe $D(G)$ lorsque le groupe G est cyclique d'ordre $2p^n$, il montre que dans ce cas $k(G) > 1$ lorsque G est d'ordre différent de 6, 10, 14 et

éventuellement 18 .

On peut donc se demander de façon générale quels sont les groupes G pour lesquels le groupe $D(G)$ est réduit à $\{1\}$. Nous montrons que ce sont les groupes d'ordre p premier (Théorème de Dock-Sang-Rim), les groupes cycliques d'ordre 4, 6, 8, 9, 10, 14 et le groupe non cyclique d'ordre 4 ; nous en déduisons les algèbres de groupes $\mathbb{Z}[G]$ qui n'ont qu'une classe, nous donnerons également une table de valeurs numériques pour $k(G)$ lorsque le groupe G est d'ordre $2q$, q premier ; enfin, nous indiquerons comment on peut retrouver un résultat récent de A. Fröhlich [8] " $k(G)$ tend vers l'infini avec l'ordre du groupe G " .

La façon générale de procéder consiste à décomposer l'algèbre $\mathbb{Q}[G]$ et à en déduire une décomposition de l'homomorphisme θ en produit d'homomorphismes de noyau séparément calculable par la formule (1). Nous donnerons quelques idées des démonstrations faites dans [4] et aussi indiquées dans [5] .

PROPOSITION 1. - Pour tout sous-groupe H du groupe G , $k(H)$ divise $k(G)$.

On montre [4] que pour tout sous-groupe H de G , la \mathbb{Q} -algèbre de groupe $\mathbb{Q}[H]$ est facteur direct de $\mathbb{Q}[G]$ et donc que $\mathbb{Q}[G]$ est isomorphe à un produit de \mathbb{Q} -algèbres $\mathbb{Q}[H] \times K$. La \mathbb{Q} -algèbre K se décompose en un produit de r extensions cyclotomiques $\prod_{i=1}^r \mathbb{Q}(\epsilon_i)$ et donc l'homomorphisme θ se décompose suivant le diagramme

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbb{C}(\mathbb{Z}[G]) & \xrightarrow{\varphi} & \mathbb{C}(\mathbb{Z}[H]) \times \prod_{i=1}^r \mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon_i]) \\
 \searrow \theta & & \downarrow \theta_H \qquad \downarrow 1 \\
 & & \mathbb{C}(\mathcal{M}_H) \times \prod_{i=1}^r \mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon_i]) \quad ;
 \end{array}$$

d'où la relation $k(G) = k(H) \cdot |\text{Ker } \varphi|$, et la proposition 1.

Tout groupe G est un p -groupe ou contient un sous-groupe dont l'ordre est produit de premiers distincts ; nous étudions $D(G)$ dans ces deux cas.

II. - ETUDE DU GROUPE D(G) ASSOCIE A UN GROUPE G D'ORDRE pq (p < q) .

Décomposons la \mathbb{Q} -algèbre de groupe $\mathbb{Q}[G]$ en produit d'extensions cyclotomiques et notons ϵ (resp. η) une racine primitive p-ième (resp. q-ième) de l'unité.

PROPOSITION 2. - La \mathbb{Q} -algèbre semi-simple $\mathbb{Q}[G]$ s'identifie au produit d'extensions cyclotomiques $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}(\eta) \times \mathbb{Q}(\epsilon) \times \mathbb{Q}(\eta, \epsilon)$, l'anneau des entiers de $\mathbb{Q}[G]$ s'identifie à l'anneau $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}[\eta] \times \mathbb{Z}[\epsilon] \times \mathbb{Z}[\eta, \epsilon]$ formé des éléments $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ tels que

$$\begin{cases} \alpha_1 \equiv \alpha_2 \pmod{(1-\eta)} \\ \alpha_3 \equiv \alpha_4 \pmod{(1-\eta)} \\ \alpha_1 \equiv \alpha_3 \pmod{(1-\epsilon)} \\ \alpha_3 \equiv \alpha_4 \pmod{(1-\epsilon)} \end{cases} .$$

La démonstration est presque immédiate.

Nous choisissons alors pour conducteur l'idéal principal de $\mathbb{Z}[G]$ engendré par l'élément $(pq, p(1-\eta), q(1-\epsilon), (1-\eta)(1-\epsilon))$ et nous utilisons la formule (1) qui prend finalement une forme simple :

PROPOSITION 3. - Le groupe D(G) associé à un groupe G d'ordre pq où p et q sont des premiers distincts est isomorphe au groupe quotient :

$$(\mathbb{Z}[\epsilon, \eta]/(1-\epsilon)(1-\eta))^* / \text{Im } \mathbb{Z}[\epsilon, \eta]^* .$$

Nous supposons maintenant p impair et nous notons f_q (resp. f_p) le plus petit entier positif tel que $p \stackrel{f_q}{\equiv} 1 \pmod{q}$ (resp. $q \stackrel{f_p}{\equiv} 1 \pmod{p}$), g_q (resp. g_p) l'entier défini par $g_q = (q-1)/f_q$ (resp. $g_p = (p-1)/f_p$).

COROLLAIRE. - Le nombre minimal de générateurs du groupe D(G) est majoré par $g_p + g_q$.

Nous pouvons également déduire de la proposition 3 des formules relativement explicites pour $k(G)$. L'ordre du groupe "numérateur" se calcule simplement et nous avons une expression de l'ordre du groupe "dénominateur" en faisant intervenir le sous-groupe de $\mathbb{Z}[\epsilon, \eta]^*$ des unités de la sous-extension réelle maximale de $\mathbb{Q}(\epsilon, \eta)$.

PROPOSITION 4. - L'ordre $k(G)$ du groupe $D(G)$ vérifie les égalités suivantes :

(i) Si $2 \mid f_p$ et $2 \mid f_q$,

$$k(G) = 2^{g_p + g_q - 1 - \alpha} \frac{g_p - 1}{p} \frac{g_q - 1}{q} \frac{f_{q/2+1}}{((p^{q/2+1})/2q)} g_q \frac{f_{p/2+1}}{((q^{p/2+1})/2p)} g_p w_1 ;$$

(ii) Si $2 \nmid f_p$ et $2 \mid f_q$,

$$k(G) = 2^{g_{p/2} + g_q - 1 - \alpha} \frac{g_{q/2} - 1}{p} \frac{g_q - 1}{q} \frac{f_{q/2+1}}{((p^{q/2+1})/2q)} g_q \frac{f_{p-1}}{((q^{p-1})/2p)} g_{p/2} w_2 .$$

(iii) Si $2 \mid f_p$ et $2 \nmid f_q$,

formule analogue ;

(iv) Si $2 \nmid f_p$ et $2 \nmid f_q$,

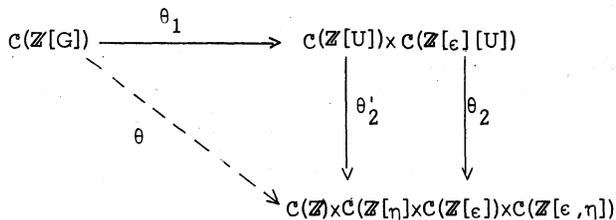
$$k(G) = 2^{g_{p/2} + g_{q/2} - 1 - \alpha} \frac{g_{q/2} - 1}{p} \frac{g_{p/2} - 1}{q} \frac{f_{q-1}}{((p^{q-1})/2q)} g_{q/2} \frac{f_{p-1}}{((q^{p-1})/2p)} g_{p/2} w_4 .$$

Dans ces formules, w_1, w_2, w_3, w_4 , sont des entiers qui divisent respectivement $(p^{q/2-1}) \frac{g_p}{(q^{p/2-1})} g_p, (p^{q/2-1}) \frac{g_q}{(q^{p-1})} g_{p/2}, (p^{q-1}) \frac{g_{q/2}}{(q^{p/2-1})} g_p, (p^{q-1}) \frac{g_{q/2}}{(q^{p-1})} g_{p/2}$ et l'exposant de 2 est ≥ 0 .

Remarque : Notons ψ_p (resp. ψ_q) l'homomorphisme du groupe $\mathbb{Z}[\epsilon, \eta]^*$ dans le groupe $(\mathbb{Z}[\eta]/p)^*$ (resp. $(\mathbb{Z}[\epsilon]/q)^*$) et G_ϵ (resp. G_η) le sous-groupe de $\mathbb{Z}[\epsilon, \eta]^*$ des éléments congrus à 1 mod(1- ϵ) (resp. (1- η)). Le calcul (cf. proposition 3) du groupe $\text{Im } \mathbb{Z}(\epsilon, \eta)^*$ nous permet d'écrire les égalités

$$\begin{aligned} k(G) &= [(\mathbb{Z}[\eta]/p)^* : \psi_p(\mathbb{Z}[\epsilon, \eta]^*)][(\mathbb{Z}[\epsilon]/q)^* : \psi_q(G_\epsilon)] = a_p b_q \\ &= [(\mathbb{Z}[\epsilon]/q)^* : \psi_q(\mathbb{Z}[\epsilon, \eta]^*)][(\mathbb{Z}[\eta]/p)^* : \psi_p(G_\eta)] = a_q b_p . \end{aligned}$$

Désignons par U le sous-groupe d'ordre q de G ; l'homomorphisme θ se décompose suivant le diagramme :



l'homomorphisme θ'_2 est un isomorphisme, on montre que [4] $|\ker \theta'_1| = b_p$ et $|\ker \theta'_2| = a_q$. Si nous supposons maintenant $p \neq 2$, nous obtenons des propositions analogues aux deux précédentes mais simplifiées.

PROPOSITION 3'. - Le groupe $D(G)$ associé à un groupe G d'ordre $2q$ est isomorphe au groupe quotient : $(\mathbb{Z}[\eta]/2)^*/\text{Im } \mathbb{Z}[\eta]^*$.

Cette proposition a été indépendamment obtenue par S. Ullom et Reiner [12].

COROLLAIRE. - Le groupe $D(G)$ vérifie les propriétés suivantes :

- (i) Si $g_q = 1$, le groupe $D(G)$ est cyclique ;
- (ii) Si $q \neq 17$ et f_q pair, $D(G)$ cyclique implique $g_q = 1$;
- (iii) Si f_q est impair, $D(G)$ cyclique implique $g_q = 2$;
- (si $q = 17$, f_q est pair, $D(G)$ est cyclique et $g_q = 2$).

PROPOSITION 4'. - L'ordre $k(G)$ du groupe $D(G)$ vérifie les égalités suivantes :

- (i) Si $2 \nmid f_q$, $k(G) = q^{g_q-1} \frac{f_q}{((2^{q/2}+1)/q)} q^{g_q} w$
- (ii) Si $2 \nmid f_q$, $k(G) = q^{g_q/2-1} \frac{f_q}{((2^{q-1})/q)} q^{g_q/2} w$

où w désigne l'indice de l'image du groupe des unités B^* de la sous-extension réelle maximale de la q -ième extension cyclotomique dans le groupe $(B/2B)^*$.

Les propositions 4 et 4' nous donnent un diviseur de $k(G)$, ceci nous permet de montrer que les seuls groupes G d'ordre pq tels que $k(G) = 1$ sont les groupes d'ordre 6, 10, 14, ce qui généralise [11]. Nous calculons $k(G)$ pour $p = 2$ et $3 \leq q \leq 29$ et nous calculons un diviseur de $k(G)$ pour $p = 2$, $31 \leq q \leq 101$; ces résultats sont résumés en tables données à la fin.

Lorsque le groupe G est d'ordre $p_1 \dots p_n$ où p_1, \dots, p_n sont n premiers distincts et que ϵ_{p_i} désigne une racine primitive p_i -ième de l'unité, nous obtenons :

PROPOSITION 5. - $k(G) = [(\mathbb{Z}[\epsilon_{p_1}, \dots, \epsilon_{p_n}]/(1-\epsilon_{p_1}) \dots (1-\epsilon_{p_n}))^* / \text{Im } \mathbb{Z}[\epsilon_{p_1}, \dots, \epsilon_{p_n}]^* \prod_{G' \subsetneq G} k(G')]$.

III. - GROUPES POUR LESQUELS $k(G)$ EST EGAL A 1 .

Nous déterminons les p -groupes G pour lesquels $k(G) = 1$.

PROPOSITION 6. - Les p -groupes G pour lesquels le groupe $D(G)$ associé est réduit à 1 sont :

- (i) Les groupes cycliques d'ordre p premier.
- (ii) Les groupes cycliques d'ordre 4, 8, 9 .
- (iii) Le groupe non cyclique d'ordre 4 .

Un p -groupe G d'ordre non premier contient un sous-groupe G' d'ordre p^2 cyclique ou non et $k(G')$ divise $k(G)$ (proposition 1).

Soit le groupe G non cyclique d'ordre p^2 et H sous-groupe de G d'ordre p ; l'homomorphisme θ se décompose suivant le diagramme :

$$\begin{array}{ccc}
 \mathcal{C}(\mathbb{Z}[G]) & \xrightarrow{\theta_1} & \mathcal{C}(\mathbb{Z}[H]) \times \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon][H]) \\
 \searrow \theta & & \downarrow \theta'_2 \quad \downarrow \theta''_2 \\
 & & \mathcal{C}(\mathbb{Z}) \times \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon]) \times \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon])^D
 \end{array}$$

Donc $|\ker \theta_1|$ divise $k(G)$, et $\ker \theta_1$ est isomorphe au groupe quotient $F_p[H]^* / \text{Im } \mathbb{Z}[\varepsilon][H]^*$ grâce à la formule (1). On montre que si $p \neq 2$, alors une puissance de p divise $|\ker \theta_1|$, donc $k(G)$, en majorant l'ordre du groupe dénominateur dont le rang est donné par Highmann.

Soit le groupe G cyclique d'ordre p^2 ; désignons par ω une racine primitive p^2 -ième de l'unité et par H le sous-groupe d'ordre p de G . Nous obtenons grâce à la formule (1) l'isomorphisme de groupe :

$$D(G) \simeq F_p[H]^* \times F_p[H]^* / \Delta [\text{Im}(\mathbb{Z}[H]^* \times \mathbb{Z}[\omega]^*)]$$

où Δ désigne la diagonale du groupe produit $F_p[H]^* \times F_p[H]^*$. On montre ainsi que si $p \neq 2$ ou 3 alors p divise $k(G)$. On fait ensuite l'étude directe des cas particuliers $p = 2$ et $p = 3$ qui termine la démonstration de cette proposition.

Nous pouvons maintenant énoncer :

THEOREME 1. - Les groupes G pour lesquels le groupe $D(G)$ est réduit à $\{1\}$ sont : (i) les groupes d'ordre p premier,
 (ii) les groupes cycliques d'ordre 4, 6, 8, 9, 10, 14.
 (iii) le groupe non cyclique d'ordre 4 .

Le groupe des classes $C(\mathbb{Z}[G])$ est réduit à $\{1\}$ si et seulement si $k(G) = 1$ et les extensions cyclotomiques qui apparaissent dans la décomposition de $\mathbb{Q}[G]$ sont principales. H. Montgomery a récemment montré [9] que le nombre de classes du p -ième corps cyclotomique est plus grand que 1 pour $p \geq 23$.

THEOREME 2. - Les groupes G pour lesquels l'algèbre de groupe $\mathbb{Z}[G]$ n'a qu'une classe sont :

- (i) les groupes cycliques d'ordre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 17, 19
- (ii) le groupe non cyclique d'ordre 4.

IV. - ETUDE DE $k(G)$ LORSQUE L'ORDRE DU GROUPE G TEND VERS L'INFINI.

Les résultats numériques obtenus [7], [4], conduisent à penser que $k(G)$ tend vers l'infini lorsque l'ordre du groupe G tend vers l'infini. A. Fröhlich a récemment montré [7] que si G est un p -groupe où p est un nombre premier impair, alors $k(G)$ tend vers l'infini avec l'ordre de G . Une généralisation de la décomposition de θ en produit d'homomorphismes donnée dans III permet de retrouver ces résultats.

PROPOSITION 7. - L'ordre $k(G)$ du groupe $D(G)$ associé à un groupe G tend vers l'infini lorsque le nombre de diviseurs premiers de l'ordre de G tend vers l'infini.

Soient p_1, \dots, p_n les nombres premiers qui divisent l'ordre du groupe G , alors G contient un sous-groupe H d'ordre $p_1 \dots p_n$, $k(H)$ divise $k(G)$ et tend vers l'infini avec n (Proposition 5).

PROPOSITION 8. - L'ordre $k(G)$ du groupe $D(G)$ associé à un p -groupe G tend vers l'infini avec l'ordre de G .

Nous savons qu'il est suffisant de montrer cette proposition pour un p -groupe élémentaire ou un p -groupe cyclique. Or nous avons les deux proposi-

tions suivantes :

PROPOSITION 9. - L'ordre $k(G_n)$ du groupe $D(G_n)$ associé à un p-groupe élémentaire G_n d'ordre p^n est divisible par p^{α_n} où α_n est un entier qui vérifie l'égalité $2(p-1)^2 \alpha_n = (n-1)p^{n+1} - 3p^n - np^{n-1} + (2n+1)p - 2n + 3$.

Comme on connaît $k(G_n)$ pour $p = 2$ [7], on peut supposer p impair. Si l'on désigne par ϵ une racine primitive p -ième de l'unité et si le groupe G_n est produit de n sous-groupes H_i d'ordre p , on décompose l'homomorphisme θ_n suivant le diagramme :

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbb{C}(\mathbb{Z}[G_n]) & \xrightarrow{\varphi_n} & \mathbb{C}(\mathbb{Z}[H_1 \dots H_{n-1}]) \times \mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon][H_1 \dots H_{n-1}]) \\
 & \searrow \theta_n & \downarrow \theta_{n-1} \qquad \qquad \downarrow \psi_{n-1} \\
 & & \mathbb{C}(M_{n-1}) \quad \times \quad \mathbb{C}(M')
 \end{array}$$

on en déduit la relation : $k(G_n) = k(G_{n-1}) | \ker \varphi_n | | \ker \psi_{n-1} |$.

L'homomorphisme ψ_{n-1} se décompose également :

$$\mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon][H_1 \dots H_{n-1}]) \xrightarrow{p \text{ fois}} \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon][H_1 \dots H_{n-2}]) \\ \vdots \\ \mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon][H_1 \dots H_{n-2}]) \end{array} \right\} \xrightarrow{p \text{ fois}} \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon]) \\ \vdots \\ \mathbb{C}(\mathbb{Z}[\epsilon]) \end{array} \right\}$$

PROPOSITION 10. - L'ordre $k(G_n)$ du groupe $D(G_n)$ associé à un p-groupe cyclique G_n d'ordre p^n est divisible par p^{n-1} lorsque p est un premier impair différent de 3.

Remarque : Si $p = 2$ (resp. $p = 3$) $k(G_n)$ est divisible par 2^{n-3} (resp. 3^{n-2}).

Table 1. - Cette table donne $k(G)$ pour un groupe G d'ordre $2q$ où q est un nombre premier impair vérifiant $3 \leq q \leq 29$, puis $q = 37, 53, 59$.

q	f_q	g_q	$k(G)$
3	2	1	1
5	4	1	1
7	3	2	1
11	10	1	3
13	12	1	5
17	8	2	17

(suite de la table 1)

q	f_q	g_q	k(G)
19	18	1	3^3
23	11	2	89
29	28	1	$5 \cdot 113$
37	36	1	$5 \cdot 13 \cdot 109$
53	52	1	$5 \cdot 157 \cdot 1613$
59	58	1	$3 \cdot 3033169$

Table 2. Dans cette table sont résumées les valeurs $k(G)$ pour un groupe G d'ordre 2^n avec $1 \leq n \leq 4$; un certain nombre de ces valeurs ont été aussi trouvées par Fröhlich [7]

G	Structure de G	k(G)
2	(2)	1
4	(2^2)	1
	(2, 2)	1
8	(2^3)	1
	$(2^2, 2)$	2
	(2, 2, 2)	2
16	(2^4)	2
	$(2^3, 2)$	2^3
	$(2^2, 2^2)$	2^6
	$(2^2, 2, 2)$	2^6
	(2, 2, 2, 2)	2^6

-:-:-:-

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BASS H. - Algebraic K-theory. Benjamin, New-York (1968).
- [2] BASS H. - Topics in algebraic K-theory. Tata Institute, Bombay (1966).
- [3] BASS H. et MURPHY M.P. - Grothendieck groups and Picard groups of abelian group ring. Ann. of Math. 86 (1967) pp. 16-73.
- [4] CASSOU-NOGUES Ph. - Classes d'idéaux de l'algèbre d'un groupe abélien. Doctorat de Spécialité, polycopié, Bordeaux, 1972.

- [5] CASSOU-NOGUES Ph. - Note aux C.R. Acad. Sc. Paris, (à paraître).
- [6] DOCK SANG RIM. - Modules over finite groups. Ann. of Math. (2) 46 (1940) pp. 231-248.
- [7] FRÖHLICH A. - On the class group of integral group rings of finite abelian groups. Mathematika 16 (1969) pp. 143-152.
- [8] FRÖHLICH A. - On the class group of integral group rings of finite abelian groups. Mathematika 19 (1972) pp. 51-56.
- [9] MONTGOMERY M. - Séminaire de théorie des nombres de Bordeaux (à paraître).
- [10] SERRE J.P. - Modules projectifs et espaces fibrés à fibre vectorielle. Séminaire Dubreil (1957-1958) exp.23 pp. 1-17.
- [11] ULLOM S. - A note on the class groups of integral group rings of some cyclic groups. Mathematika 17 (1970) pp. 79-81.
- [12] ULLOM S. et REINER I. - Class groups of integral group rings. Trans. Amer. Math. Soc., 170 (1972) pp. 1-30.

-:-:-

E.R.A.- C.N.R.S. n° 362
U.E.R. de Mathématiques et Informatique
351, cours de la Libération
33405 TALENCE