

MÉMOIRES DE LA S. M. F.

P. K. J. DRAXL

Sommes de deux carrés qui ne sont pas sommes de trois carrés strictement positifs

Mémoires de la S. M. F., tome 37 (1974), p. 53

http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1974__37__53_0

© Mémoires de la S. M. F., 1974, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mémoires de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Memoires/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOMMES DE DEUX CARRES QUI NE SONT PAS SOMMES DE TROIS CARRES
STRICTEMENT POSITIFS

par

P. K. J. DRAXL

--:--:--

Soit B l'ensemble des nombres entiers strictement positifs qui peuvent s'écrire comme somme de deux carrés, mais non comme somme de trois carrés strictement positifs.

La motivation pour l'étude de B vient de la physique ; en effet, les nombres dans B apparaissent comme valeurs propres de certaines équations aux dérivées partielles avec conditions à la frontière.

On voit immédiatement que n appartient à B si, et seulement si,

$$n = 4^k \cdot n_0 \quad \text{avec} \quad n_0 \in B_0 = \{m \in B \mid 4 \nmid m\}$$

Donc, il suffit d'étudier l'ensemble B_0 . A ce propos, on démontre :

l'ensemble B_0 est fini, plus précisément, il se compose du nombre 25 et
(i) de l'ensemble des nombres m sans facteurs carrés et tels que le corps
 $\mathbb{Q}(\sqrt{-m})$ ne possède qu'une seule classe d'idéaux dans chaque genre.

Ceci entraîne :

(ii)
$$\sum_{n \in B, n \leq x} 1 = O(\log x)$$

Les démonstrations de (i) et (ii) dépendent essentiellement de la théorie des corps quadratiques imaginaires.

Un exposé détaillé paraîtra dans le volume du Journal de Crelle publié en l'honneur du 75e anniversaire de Helmut Hasse, en collaboration avec MM H.P. Baltés et E. Hilf sous le titre "Quadratsummen und gewisse Randwertprobleme der mathematischen Physik".

--:--:--

Universität Bielefeld
Fakultät für Mathematik
D-4800 BIELEFELD Postfach 8640, R.F.A.