

---

# CALCUL EXPLICITE DE CERTAINES CELLULES DE KAZHDAN-LUSZTIG POUR LE TYPE $A_{n-1}$

*par*

Nicolas Jacon

---

**Résumé.** — The aim of this paper is to give an explicit characterization of the Kazhdan-Lusztig cells which contains the elements with maximal length in parabolic subgroups of  $\mathfrak{S}_n$ .

## Table des matières

Introduction.....	1
1. Cellules de Kazhdan-Lusztig pour le groupe symétrique, correspondance de Robinson-Schensted.....	1
2. Calcul explicite.....	3
Références.....	6

## Introduction

Soit  $W$  un groupe de Coxeter. Dans [KL], Kazhdan et Lusztig ont donné un moyen de partitionner  $W$  en “cellules à gauche”. Ces cellules jouent un rôle fondamental par exemple dans la théorie des représentations des algèbres de Hecke et des groupes de Lie (voir par exemple [Lu2]). Dans le cas du groupe symétrique, groupe qui nous intéresse ici (c’est à dire lorsque  $W = A_{n-1}$  avec  $n \in \mathbb{N}$ ), la correspondance de Robinson-Schensted fournit un algorithme relativement simple pour la détermination de ces cellules. Cependant, il pourrait être intéressant de déterminer explicitement l’ensemble des éléments appartenant à une cellule donnée.

Le but de cette note est de résoudre ce problème pour une certaine classe de cellules : les cellules contenant un élément de longueur maximal dans un sous-groupe parabolique de la forme  $\mathfrak{S}_\lambda$  où  $\lambda$  est une partition de  $n$ . Dans la première partie, nous rappelons la définition de ces cellules (pour le type  $A_{n-1}$ ) et de la correspondance de Robinson-Schensted. Puis, nous déterminons explicitement la forme des cellules ci-dessus, la preuve du théorème principal (Théorème 2.3) étant élémentaire et purement combinatoire.

### 1. Cellules de Kazhdan-Lusztig pour le groupe symétrique, correspondance de Robinson-Schensted

Nous introduisons dans cette partie la relation d’équivalence  $\sim_L$  permettant de définir les cellules de Kazhdan-Lusztig dans le cadre du groupe symétrique. Dans le cadre général des groupes de Coxeter, cette relation fait appel à la théorie de Kazhdan-Lusztig et en particulier à la base de Kazhdan-Lusztig associée à l’algèbre de Hecke du groupe de Coxeter (voir [KL]). Cependant, dans le cadre qui nous intéresse ici, Kazhdan et Lusztig ont montré que cette relation se définit

complètement élémentairement à l'aide de la correspondance de Robinson-Schensted (voir par exemple [Ar]).

Soit  $n \in \mathbb{N}$  et soit  $\mathfrak{S}_n$  le groupe symétrique en  $n$  éléments. Pour  $i \in \{1, \dots, n-1\}$ , nous désignons par  $s_i$  la transposition  $(i \ i+1)$ . Alors  $\mathfrak{S}_n$  a une présentation par :

- générateurs :  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n-1}\}$  ;
- relations :

$$\begin{aligned} s_i^2 &= 1 && \text{pour } i = 1, \dots, n-1 \\ s_i s_{i+1} s_i &= s_i s_{i+1} s_i && \text{pour } i = 1, \dots, n-2 \\ s_j s_i &= s_i s_j && \text{pour } |i-j| > 1. \end{aligned}$$

Nous allons maintenant introduire la relation d'équivalence  $\sim_L$ . Soit  $l : \mathfrak{S}_n \rightarrow \mathbb{N}$  la fonction longueur usuelle définie sur  $\mathfrak{S}_n$ . Soit  $w \in \mathfrak{S}_n$ , alors l'ensemble de descente (à gauche) de  $w$  est l'ensemble suivant :

$$L(w) = \{s \in S \mid l(sw) < l(w)\}.$$

Soit maintenant  $x$  et  $y$  deux éléments de  $\mathfrak{S}_n$  et soit  $s \in S$ , on écrit  $x \sim_{L,s} w$  si et seulement si :

- $x = sw$ ,  $l(sw) = l(w) + 1$  et  $L(w) \not\subset L(x)$ ,
- ou  $w = sx$ ,  $l(sx) = l(x) + 1$  et  $L(x) \not\subset L(w)$ .

La relation d'équivalence  $\sim_L$  est alors la clôture transitive de la relation  $\sim_{L,s}$  c'est à dire que l'on a  $x \sim_L y$  si et seulement si il existe des éléments  $x_0 = x$ ,  $x_1, \dots, x_{r-1}$ ,  $x_r = y$  de  $\mathfrak{S}_n$  et  $s_{j_0}, s_{j_1}, \dots, s_{j_{r-1}}$  des éléments de  $S$  tels que  $x_i \sim_{L,s_{j_i}} x_{i+1}$  pour  $i = 0, \dots, r-1$ . Les classes d'équivalence de  $\sim_L$  sont appelées les cellules (à gauche) de Kazhdan-Lusztig. Elles permettent entre autres de construire les représentations irréductibles de l'algèbre de Hecke de type  $A_{n-1}$ .

Un critère agréable permet de vérifier si deux éléments de  $\mathfrak{S}_n$  sont dans la même cellule : c'est la correspondance de Robinson-Schensted (voir [Fu] pour un exposé détaillé de cette correspondance et de ses applications). Pour donner cette correspondance, introduisons quelques notations. Soit  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_r)$  une partition de rang  $n$  (tel que  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r$ ). Le diagramme de Young de  $\lambda$  est l'ensemble

$$D(\lambda) = \{(i, j) \in \mathbb{N}_{>0} \times \mathbb{N}_{>0} \mid 1 \leq j \leq \lambda_i\}.$$

Les éléments du diagramme de  $\lambda$  sont appelés les boîtes de  $\lambda$ .

On associe maintenant à chaque élément  $w \in \mathfrak{S}_n$  une paire de tableaux de Young standard  $(P(w), Q(w))$  de même forme  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_r)$ , une partition de  $n$  (c'est à dire que les tableaux  $P(w)$  et  $Q(w)$  de forme  $\lambda$  sont remplis par les entiers  $\{1, \dots, n\}$  de telle sorte que les coefficients sont disposés en ordre croissant dans chaque ligne de gauche à droite et dans chaque colonne de haut en bas).

**Exemple 1.1.** — Ci-dessous un tableau standard de forme  $\lambda = (4, 2, 2, 1, 1)$

1	3	7	10
2	4		
5	6		
8			
9			

Au départ,  $P(w)$  et  $Q(w)$  sont vides. Pour tout  $i = 1, \dots, n$ , on insère récursivement sur les lignes de  $P(w)$  l'entier  $w(i)$  de façon à obtenir un tableau standard. Si tous les entiers situés sur la première ligne de  $P(w)$  sont inférieurs à  $w(i)$ , on insère  $w(i)$  sur la première ligne. Sinon, on remplace le plus petit entier  $j$  supérieur à  $w(i)$  par  $w(i)$  et on insère  $j$  sur la ligne suivante. Le processus débute sur la première ligne et s'arrête lorsque l'entier inséré ne prend la place d'aucun autre. Parallèlement, on note dans  $Q(w)$  l'ordre d'apparition des boîtes. On obtient une application

qui est en fait une bijection :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_n &\rightarrow \bigcup_{\lambda \in \Pi_n} T_\lambda \times T_\lambda \\ w &\mapsto (P(w), Q(w)) \end{aligned}$$

où  $T_\lambda$  désigne l'ensemble des tableaux standard de forme  $\lambda$  et  $\Pi_n$  l'ensemble des partitions de  $n$ .

**Exemple 1.2.** — Ci-dessous la correspondance de Robinson-Schensted pour  $\mathfrak{S}_3$ .

$$\begin{aligned} (P(1), Q(1)) &= \left( \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \right) & (P(s_2 s_1), Q(s_2 s_1)) &= \left( \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \right) \\ (P(s_1), Q(s_1)) &= \left( \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \right) & (P(s_1 s_2), Q(s_1 s_2)) &= \left( \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \end{array} \right) \\ (P(s_2), Q(s_2)) &= \left( \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \end{array} \right) & (P(s_1 s_2 s_1), Q(s_1 s_2 s_1)) &= \left( \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \right) \end{aligned}$$

Finalement, deux éléments  $w_1$  et  $w_2$  sont dans la même cellule à gauche si et seulement si  $Q(w_1) = Q(w_2)$ . Ceci fournit donc un algorithme très efficace pour tester si deux éléments sont dans la même cellule.

## 2. Calcul explicite

Nous gardons les notations adoptées dans les sections précédentes auxquelles nous ajoutons les suivantes. Pour  $i \leq j < n$ , nous notons

$$r_{(i)}^{(j)} := s_j s_{j-1} \dots s_i$$

et

$$w_{(i)}^{(j)} := s_i s_{i+1} s_i \dots s_j s_{j-1} \dots s_i = r_{(i)}^{(i)} r_{(i)}^{(i+1)} \dots r_{(i)}^{(j)}.$$

Considérons une partition  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$  de  $n$  (où on suppose que  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ ). Soit  $\mathfrak{S}_\lambda$  le sous groupe parabolique de  $\mathfrak{S}_n$  correspondant. Il est engendré par la partie  $\{s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_k}\}$  de  $S$  où l'ensemble  $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$  est obtenu en enlevant les entiers  $\lambda_1, \lambda_1 + \lambda_2, \dots, \sum_{j=1}^{p-1} \lambda_j$  de  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Soit maintenant  $w_\lambda$  l'élément de longueur maximale dans  $\mathfrak{S}_\lambda$ . Il est bien connu que :

$$w_\lambda = w_{(1)}^{(\lambda_1-1)} w_{(\lambda_1+1)}^{(\lambda_1+\lambda_2-1)} \dots w_{(\sum_{i=1}^j \lambda_i+1)}^{(\sum_{i=1}^{j+1} \lambda_i-1)} \dots w_{(\sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i+1)}^{(n-1)}.$$

Notons  $\Gamma_\lambda$  la cellule (à gauche) contenant l'élément  $w_\lambda$ . Le but de cette note est de déterminer explicitement cet ensemble  $\Gamma_\lambda$ . Par [Lu, 5.26.1] (résultat de Barbasch et Vogan, généralisé par Geck dans [Ge]), il existe une partie  $X_\lambda$  de  $\mathfrak{S}_n$  vérifiant :

$$\Gamma_\lambda = \{x w_\lambda \mid x \in X_\lambda\},$$

et tel que pour tout  $x \in X_\lambda$ , on a  $l(x w_\lambda) = l(x) + l(w_\lambda)$ .

**Lemme 2.1.** — Soit  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$  une partition de  $n$ . Soit  $j \in [1, p-1]$  tel que  $\lambda_j \neq \lambda_{j+1}$ . Alors :

$$r_{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)}^{(n-1)} \in X_\lambda.$$

*Preuve.* — On construit pour  $w_\lambda$  et  $r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_\lambda$  les tableaux de Young  $Q(w_\lambda)$  et  $Q(r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_\lambda)$  donnés par la correspondance de Robinson-Schensted. On obtient dans les deux cas le même tableau. Ceci prouve que ces deux éléments sont dans la même cellule à gauche.  $\square$

Nous avons maintenant le résultat suivant :

**Lemme 2.2.** — *Soit  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$  une partition de  $n$ , on suppose que  $\lambda_j \neq \lambda_{j+1}$  pour  $j \in [1, p-1]$ , alors :*

$$r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_\lambda = w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1\right)}.$$

*Preuve.* — On a :

$$w_\lambda = w_{(1)}^{(\lambda_1-1)} w_{(\lambda_1+1)}^{(\lambda_1+\lambda_2-1)} \dots w_{\left(\sum_{i=1}^{j+1} \lambda_i-1\right)} \dots w_{\left(\sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i+1\right)}^{(n-1)}.$$

On obtient donc :

$$r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_\lambda = w_{(1)}^{(\lambda_1-1)} \dots w_{\left(\sum_{i=1}^{j-2} \lambda_i+1\right)}^{(\lambda_1-1)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1\right)}^{(\lambda_1-1)} \dots w_{\left(\sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i+1\right)}^{(n-1)}.$$

En utilisant les relations de  $\mathfrak{S}_n$ , on obtient :

$$r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i-1\right)} = w_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i-2\right)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1\right)}.$$

De plus, on a :

$$r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1\right)} w_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i-1\right)} \dots w_{\left(\sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i+1\right)}^{(n-1)} = w_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1\right)} w_{\left(\sum_{i=1}^{j+2} \lambda_i-1\right)} \dots w_{\left(\sum_{i=1}^{p-1} \lambda_i+1\right)}^{(n-1)}.$$

On en déduit, par récurrence :

$$r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_\lambda = w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1\right)},$$

ce qui conclut la preuve.  $\square$

Nous pouvons maintenant énoncer le théorème principal :

**Théorème 2.3.** — *Soit  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$  une partition de  $n$ . En utilisant les notations introduites ci-dessus, on a :*

$$X_\lambda = \bigcup_{j=1}^p X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)},$$

en prenant comme convention :  $r_{(i)}^{(j)} = 1$  si  $j < i$  et  $X_{(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)} = \{0\}$  si  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$  n'est pas une partition.

*Preuve.* — On commence par montrer que si  $(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)$  est une partition de  $n-1$ , on a :

$$X_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} \subset X_{(\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_p)}.$$

Soit donc  $x \in X_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)}$ , d'après le lemme 2.2, on a :

$$r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i\right)} w_\lambda = w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)} r^{(n-1)}_{\left(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1\right)}.$$

Il suit donc :

$$xr^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} w_\lambda = xw_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)} r^{(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1)}.$$

Par définition, il existe une suite  $(s_{i_l})_{l=1, \dots, m}$  d'éléments de  $\{s_1, \dots, s_{n-2}\}$  (le système de générateurs de  $\mathfrak{S}_{n-1}$ ) telle que :

$$w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)} \sim_{L, s_{i_1}} \dots \sim_{L, s_{i_m}} xw_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)}$$

On peut composer par  $r^{(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1)}$  à droite car les éléments  $s_{i_l}$  intervenant dans les équivalences sont dans  $\mathfrak{S}_{n-1}$ , on obtient donc :

$$\begin{aligned} w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)} r^{(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1)} &\sim_{L, s_{i_1}} \dots \\ &\dots \sim_{L, s_{i_m}} xw_{(\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_j-1, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_p)} r^{(\sum_{i=1}^{j-1} \lambda_i+1)} \end{aligned}$$

En utilisant le lemme 2.2, il suit :

$$r^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_p)} \sim_{L, s_{i_1}} \dots \sim_{L, s_{i_m}} xr^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_p)}.$$

Or, d'après le lemme 2.1, on a :

$$r^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} \in X_\lambda,$$

il suit donc :

$$w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_p)} \sim_L r^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_p)},$$

d'où :

$$w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_p)} \sim_L xr^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} w_{(\lambda_1, \dots, \lambda_p)}.$$

On a donc montré :

$$\bigcup_{j=1}^p X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)} r^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} \subset X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)}.$$

Notons également que les éléments de  $\bigcup_{j=1}^p X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)} r^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)}$  sont tous distincts. On conclut

la preuve par cardinalité : le cardinal des cellules  $\Gamma_\lambda$  correspond aux dimensions des représentations irréductibles de  $\mathfrak{S}_n$ . On a :

$$|\Gamma_\lambda| = |X_\lambda|.$$

D'après [Fu, 4.3.8], on a :

$$|X_\lambda| = \sum_{j=1}^p |X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)}|,$$

avec  $|X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)}| = 0$  si  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)$  n'est pas une partition. Il suit donc :

$$\bigcup_{j=1}^p X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{j-1}, \dots, \lambda_p)} r^{(\sum_{i=1}^j \lambda_i)} = X_{(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)}$$

ce qu'il fallait montrer.  $\square$

Le corollaire suivant va maintenant nous donner la forme explicite des éléments composant la cellule  $\Gamma_\lambda$ . Notons que la donnée de ce type de cellules suffit pour construire toutes les représentations irréductibles de  $\mathfrak{S}_n$ . Introduisons quelques notations supplémentaires. Soit  $\lambda$  une partition de  $n$  avec  $n_1(\lambda)$  parts égales à 1,  $n_2(\lambda)$  parts égales à 2,  $\dots, n_r(\lambda)$  égales à  $r$ . On notera alors  $\lambda = (1^{n_1(\lambda)}, \dots, (i-1)^{n_{i-1}(\lambda)}, i^{n_i(\lambda)}, \dots, r^{n_r(\lambda)})$ . De plus, si  $n_k(\lambda) \neq 0$ , on notera  $\lambda^{(i)}$  la partition

$(1^{n_1(\lambda)}, \dots, (i-1)^{n_{i-1}(\lambda)+1}, i^{n_i(\lambda)-1}, \dots, r^{n_r(\lambda)})$  de  $n-1$ . Le résultat suivant est une conséquence direct du Théorème 2.3.

**Corollaire 2.4.** — Soit  $\lambda = (1^{n_1(\lambda)}, \dots, (i-1)^{n_{i-1}(\lambda)}, i^{n_i(\lambda)}, \dots, r^{n_r(\lambda)})$  une partition de  $n$ . Soit  $X_\lambda$  comme dans le Théorème 2.3. Alors,  $x \in X_\lambda$  si et seulement si, il existe une suite d'entiers  $i_j \in [1, r]$  avec  $j = 2, \dots, n$  vérifiant  $n_{i_j}(\lambda^{(i_{j+1}, \dots, i_n)}) \neq 0$  et :

$$x = r_{\left(\sum_{k=i_2}^r kn_k(\lambda^{(i_3, i_4, \dots, i_n)})\right)}^{(1)} r_{\left(\sum_{k=i_3}^r kn_k(\lambda^{(i_4, i_5, \dots, i_n)})\right)}^{(2)} \cdots \\ \cdots r_{\left(\sum_{k=i_{n-1}}^r kn_k(\lambda^{(i_n)})\right)}^{(n-2)} r_{\left(\sum_{k=i_n}^r kn_k(\lambda)\right)}^{(n-1)}.$$

$y \in \Gamma_\lambda$  si et seulement si il existe une suite d'entiers  $i_j \in [1, r]$  avec  $j = 2, \dots, n$  vérifiant :

$$y = r_{\left(\sum_{k=i_2}^r kn_k(\lambda^{(i_3, i_4, \dots, i_n)}) - i_2 + 1\right)}^{(1)} r_{\left(\sum_{k=i_3}^r kn_k(\lambda^{(i_4, i_5, \dots, i_n)}) - i_3 + 1\right)}^{(2)} \cdots \\ \cdots r_{\left(\sum_{k=i_{n-1}}^r kn_k(\lambda^{(i_n)}) - i_{n-1} + 1\right)}^{(n-2)} r_{\left(\sum_{k=i_n}^r kn_k(\lambda) - i_1 + 1\right)}^{(n-1)}.$$

### Références

- [Ar] S. Ariki, *Robinson-Schensted correspondence and left cells*, Comb. meth. in rep. theory (Kyoto, 1998), Adv. Studies in Pure Math., **28**, 2000.
- [Fu] W. Fulton, *Young tableaux*, London Math. Soc. Student Texts, **35**, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [Ge] M. Geck, *On the induction of Kazhdan-Lusztig cells*, Bull. London. Math. Soc., 608–614, **35**, 2003.
- [KL] D. Kazhdan, G. Lusztig, *Representations of Coxeter groups and Hecke algebras*, Invent. Math. **53**, 1979.
- [Lu] G. Lusztig, *Left cells in Weyl groups. Lie group representations*, I, 99–111, Lecture Notes in Math., **1024**, Springer, Berlin, 1983.
- [Lu2] G. Lusztig, *Intersection chomology methods in representation theory*, Proceedings of the International Congress of Mathematics, Kyoto, Japan, (I. Satake, ed.), Springer-Verlag, 1991, 155–174, 1990.

---

9 novembre 2006

NICOLAS JACON, UFR Sciences et techniques - 16, route de Gray - 25 030 Besançon cedex.  
E-mail : [jacon@math.univ-fcomte.fr](mailto:jacon@math.univ-fcomte.fr)