PRÉFACE

Ce volume réunit les textes des conférences données lors des journées annuelles organisées par le Centre de Mathématiques de l'École polytechnique au mois de mai 1993.

Les journées X-UPS 93 ont eu pour thème l'arithmétique et ses applications à la théorie de codes.

La théorie des codes est un sujet relativement jeune (et pour cause) et c'est seulement récemment que l'on s'est aperçu que des résultats difficiles d'arithmétique et de géométrie algébrique ont des conséquences intéressantes dans ce domaine (codes de Goppa).

Nous avons essayé au cours de ces journées de rassembler divers aspects de ces questions.

Le texte de G. Lachaud fait partie de la publication de la Société Mathématique de France consacrée à la journée annuelle « Codage et transmission de l'information », Paris, janvier 1988. Il n'est pas reproduit ici, mais a été distribué durant les journées. Ce texte présente les aspects algébriques de la théorie du codage.

Il est prolongé par le texte de M. Martin-Deschamps qui en développe l'aspect « géométrie algébrique », en utilisant notamment le *théorème de Riemann-Roch.*

Le texte de M. Tsfasman montre les analogies de la théorie des codes avec le problème de *l'empilement des sphères* : comment trouver des empilements (packings) très denses. Ce texte contient aussi (dans son chapitre II) une introduction claire à la théorie des corps de nombres. On pourra, pour plus de détails, consulter le livre de P. Samuel [1] et celui de J. P. Serre [2]. On y trouvera de plus l'analogie avec celle des corps de fonctions rationnelles. Ces théories permettent de construire des réseaux dans $\mathbb{R}^n$ correspondant à des empilements denses à partir de corps de nombres ou de fonctions. On pourra consulter pour plus de détails la bibliographie donnée à la fin de ce texte, notamment le beau livre de Tsfasman et Vladut [3].

Le texte de M. Raynaud est une introduction rapide et condensée à la géométrie algébrique sur un corps commutatif quelconque. Il s'agit de comprendre les propriétés des courbes algébriques, analogues des surfaces de Riemann lorsque le corps est $\mathbb{C}$. Y est énoncé notamment le théorème de Riemann-Roch.

Enfin le texte de C. Houzel fait l'historique des « conjectures de Weil ». Ce texte est d'un accès plus difficile. On pourra notamment se référer aux textes de Tsfasman (chapitre II) et Raynaud pendant sa lecture.

On « code » le nombre de points d'une courbe algébrique sur un corps fini ($\mathbb{F}_p$ par exemple) ainsi que le nombre de points de cette courbe sur les $\mathbb{F}_{p^m}$, sous la forme d'une fonction génératrice : c'est la fonction zêta de la courbe. On peut lui donner une forme tout à fait analogue à la classique fonction zêta de Riemann ($\zeta(s) = \sum 1/n^s$). Beaucoup de propriétés de la courbe se lisent sur cette fonction, du fait de l'équation fonctionnelle qu'elle vérifie. Ce sont ces propriétés qui sont utilisées notamment en théorie des codes (« bornes de Weil »).

On trouvera à la fin des textes de Raynaud et Houzel un aperçu des développements ultérieurs.

Nous tenons à remercier les conférenciers pour l'important travail qu'ils ont fourni. Nous remercions aussi G. Lachaud qui nous a permis d'utiliser le beau texte de la conférence qu'il avait donnée à la journée annuelle de la S.M.F. en 1988 et qui nous a utilement guidé pour la préparation de ces journées. Enfin nous remercions C. François, C. Harmide et P. Truc pour la frappe des manuscrits.

Nicole Berline et Claude Sabbah

Bibliographie succincte

[1] P. Samuel – *Théorie algébrique des nombres*, coll. Méthodes, Hermann, Paris, 1967.
[2] J.-P. Serre – *Corps locaux*, Hermann, Paris, 1968.
[3] M.A. Tsfasman & S.G. Vladut – *Algebraic-geometric codes*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1991.