SUR QUELQUES

INÉGALITÉS DE LA LONGITUDE DE LA LUNE,

PAR M. H. ANDOYER,

Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Toulouse.

1. Amené par des considérations théoriques à étudier les séries qui représentent les coefficients des principales inégalités de la longitude de la Lune, je n'ai pas tardé à reconnaître que les résultats que je trouvais cessaient de concorder avec ceux donnés par Delaunay, à partir du huitième ordre inclusivement. Les coefficients sur lesquels porte le désaccord résultent donc uniquement, dans l'œuvre de Delaunay, du Chapitre X de sa Théorie du mouvement de la Lune, intitulé : *Recherches supplémentaires sur la longitude de la Lune;* c'est dans ce Chapitre seul, en effet, que sont calculés les termes dont l'ordre est supérieur au septième.

En conséquence, je me propose simplement, dans ce Mémoire, de publier les résultats que j'ai obtenus en calculant, avec la même approximation que Delaunay, les coefficients des inégalités de la longitude de la Lune qui ne dépendent que du rapport des moyens mouvements du Soleil et de la Lune, ainsi que de la première puissance de l'excentricité de la Lune; je donne aussi, dans les mêmes conditions, la partie du mouvement du périgée lunaire qui ne dépend que du rapport des moyens mouvements du Soleil et de la Lune.

Ces résultats ont été obtenus concordants par l'emploi de deux méthodes absolument distinctes, ce qui donne toute la garantie désirable pour leur exactitude. J'exposerai successivement ces deux méthodes, dont la première m'est propre, et dont la seconde est empruntée, avec des modifications de nulle importance, au beau Mémoire : *Researches in the lunar theory*, publié par M. G.-W. Hill, au tome I de l'*American Journal of Mathematics*.

Je dois, d'ailleurs, adresser ici mes vifs remerciements à M. Saint-Blancat, de l'Observatoire de Toulouse, qui a bien voulu m'aider à déterminer exactement l'un des nombres les plus pénibles à obtenir.

2. Le problème que je me propose de résoudre peut être énoncé ainsi :

Étudier le mouvement de la Lune sous l'action de la Terre et du Soleil seuls, en supposant en outre : 1° *que l'on néglige les dimensions de ces trois corps;* 2° *que la masse* M *de la Lune est absolument négligeable, et que celle de la Terre,* M_0, *est négligeable en comparaison de celle du Soleil,* M'; 3° *que le Soleil décrit, d'un mouvement uniforme, une circonférence autour de la Terre;* 4° *que le mouvement de la Lune s'effectue dans le plan de cette circonférence;* 5° *enfin, que l'on néglige le rapport des dimensions des orbites de la Lune et du Soleil.*

Dans ces conditions, soit choisi comme plan du mouvement le plan des xy, les axes de coordonnées ayant des directions fixes et l'origine O étant la Terre. Soient r et v le rayon vecteur et la longitude de la Lune; a' le rayon vecteur constant du Soleil et $N' = n't + v'_0$ sa longitude, n' et v'_0 étant des constantes, t représentant le temps; soit enfin f le coefficient d'attraction. La fonction des forces dont dépend le mouvement étudié est alors, en posant $H = v - N'$,

$$fM\left\{\frac{M+M_0}{r} + M'\left[(a'^2+r^2-2a'r\cos H)^{-\frac{1}{2}} - \frac{r\cos H}{a'^2}\right]\right\}.$$

Or $fM' = n'^2 a'^3$ en vertu des hypothèses faites; j'appelle n le moyen mouvement de la Lune, et je détermine a par la condition

$$f(M+M_0) = n^2 a^3;$$

l'expression de la fonction des forces deviendra, en ne conservant que les termes qui contiennent les coordonnées de la Lune et qui sont indépendants du rapport $\frac{r}{a'}$,

$$M\left[\frac{n^2 a^3}{r} + \frac{n'^2 r^2}{4}(1+3\cos 2H)\right].$$

Les équations du mouvement sont donc, en employant la forme de Lagrange, et représentant les dérivées à l'aide d'accents,

$$r'' - r v'^2 + \frac{n^2 a^3}{r^2} - \frac{n'^2 r}{2}(1 + 3\cos 2\mathrm{H}) = 0,$$

$$2 r' v' + r(v'' + \tfrac{3}{2} n'^2 \sin 2\mathrm{H}) = 0.$$

Je vais éliminer r entre ces deux équations, et j'obtiendrai ainsi l'équation différentielle qui détermine la seule longitude.

Différentiant la seconde équation, il vient

$$2 v' r'' + r'(3 v'' + \tfrac{3}{2} n'^2 \sin 2\mathrm{H}) + r[v''' + 3 n'^2 (v' - n')\cos 2\mathrm{H}] = 0.$$

Entre ces trois équations, j'élimine r, r', r'' en considérant $\frac{n^2 a^3}{r^3}$ comme une constante; on obtient aisément

$$\begin{aligned}4 v'^2 \frac{n^2 a^3}{r^3} = {} & 2 v' v''' - 3 v''^2 + 4 v'^4 + 2 n'^2 v'^2 - \tfrac{9}{8} n'^4 \\ & - 6 n'^2 v'' \sin 2\mathrm{H} + 6 n'^2 v'(2 v' - n')\cos 2\mathrm{H} + \tfrac{9}{8} n'^4 \cos 4\mathrm{H}.\end{aligned}$$

Je prends les dérivées logarithmiques, et je remarque que, en vertu de la seconde des équations du mouvement, on a

$$-\frac{r'}{r} = \frac{v'' + \frac{3}{2} n'^2 \sin 2\mathrm{H}}{2 v'};$$

r se trouve alors complètement éliminé, et l'on obtient finalement l'équation suivante ne contenant plus que la longitude et ses dérivées

$$\begin{aligned}0 = {} & v'^2 v^{\mathrm{IV}} + v'^4 v'' - \tfrac{11}{2} v' v'' v''' - \tfrac{3}{2} n'^2 v'^2 v'' + \tfrac{21}{4} v''^3 + \tfrac{171}{32} n'^4 v'' \\ & + n'^2 \sin 2\mathrm{H}(-\tfrac{33}{2} v'^4 + 18 n' v'^3 - \tfrac{33}{4} n'^2 v'^2 - \tfrac{21}{4} v' v''' + \tfrac{111}{8} v''^2 + \tfrac{243}{128} n'^4) \\ & + n'^2 \cos 2\mathrm{H}(-15 v'^2 v'' + \tfrac{27}{2} n' v' v'') \\ & + n'^4 \sin 4\mathrm{H}(-9 v'^2 + \tfrac{45}{8} n' v') \\ & + n'^4 \cos 4\mathrm{H}(-\tfrac{171}{32} v'') \\ & + n'^6 \sin 6\mathrm{H}(-\tfrac{81}{128}).\end{aligned}$$

3. Conformément à la méthode générale que j'ai exposée dans mon Mémoire *Sur les formules générales de la Mécanique céleste,* publié au t. IV des *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse,* je vais intégrer cette équation par la méthode des coefficients indéterminés de la façon suivante.

Soit $\mathrm{N} = nt + v_0$, v_0 étant une constante arbitraire, n le moyen mouvement de la Lune qui joue aussi le rôle de constante arbitraire d'intégration;

je fais $K = N - N'$, et soit G un argument, déterminé par la suite des opérations mêmes, de la forme $gt + \varpi$, ϖ étant une constante arbitraire, g un coefficient convenablement déterminé. On pourra alors poser $v = N + \lambda$, λ étant une série de la forme suivante

$$\lambda = \Sigma \lambda_{p,q} \sin(pK + qG),$$

où je supposerai que p et q peuvent prendre toutes les valeurs entières possibles (les valeurs de p étant d'ailleurs nécessairement paires, puisque les multiples pairs de H figurent seuls dans l'équation), et où l'on aura, en outre, pour la symétrie et la commodité des calculs,

$$\lambda_{-p,-q} = -\lambda_{p,q}.$$

Ces coefficients $\lambda_{p,q}$ seront fournis par l'application de la méthode des coefficients indéterminés, ainsi que je vais le faire voir. Ils dépendront d'ailleurs d'une constante arbitraire nouvelle (correspondant à l'excentricité), et que je prendrai égale au coefficient $\lambda_{0,1}$ de $\sin G$; appelant ε cette constante, on aura donc $\lambda_{0,1} = \varepsilon$. Alors chacun des autres coefficients $\lambda_{p,q}$ est de la forme

$$\lambda_{p,q} = \varepsilon^{|q|}(\lambda_{p,q}^{(0)} + \lambda_{p,q}^{(2)}\varepsilon^2 + \lambda_{p,q}^{(4)}\varepsilon^4 + \ldots),$$

les $\lambda_{p,q}^{(i)}$ étant eux-mêmes des séries ordonnées suivant les puissances du rapport m des moyens mouvements du Soleil et de la Lune.

De même, la quantité g est de la forme

$$g = n(g_0 + g_2\varepsilon^2 + g_4\varepsilon^4 + \ldots),$$

les g_i étant des séries analogues aux $\lambda_{p,q}^{(i)}$.

J'ajoute d'ailleurs qu'en disant que les formules qui sont ainsi fournies vérifient les équations du mouvement, j'entends simplement que le calcul peut être poussé assez loin pour que, après substitution de ces formules dans les équations, les résidus soient d'un ordre aussi élevé qu'on voudra par rapport aux quantités m et ε, considérées comme petites du premier ordre.

Comme je l'ai dit plus haut, je me propose simplement ici de calculer avec la même approximation que Delaunay g_0, les $\lambda_{p,0}^{(0)}$ et les $\lambda_{p,\pm 1}^{(0)}$.

4. L'équation dont dépend λ est aisée à former. Remplaçant v par $N + \lambda$ et, par suite, H par $K + \lambda$ dans l'équation qui donne v, il viendra, en dé-

veloppant le tout par rapport aux puissances de λ et de ses dérivées,

$$
\begin{aligned}
0 = {} & n^2\lambda^{\mathrm{IV}} + \lambda''\left(n^4 - \tfrac{3}{2}n^2n'^2 + \tfrac{171}{32}n'^4\right) \\
& + 2n\lambda'\lambda^{\mathrm{IV}} - \tfrac{11}{2}n\lambda''\lambda''' + \lambda'\lambda''(4n^3 - 3nn'^2) \\
& + \lambda'^2\lambda^{\mathrm{IV}} - \tfrac{11}{2}\lambda'\lambda''\lambda''' + \tfrac{21}{4}\lambda''^3 + \lambda'^2\lambda''\left(6n^2 - \tfrac{3}{2}n'^2\right) + 4n\lambda'^3\lambda'' + \lambda'^4\lambda'' \\
& + n'^6 \sin 6\mathrm{K}\left[-\tfrac{81}{128} + \tfrac{729}{64}\lambda^2 + \ldots\ldots\ldots\right] \\
& + n'^6 \cos 6\mathrm{K}\left[-\tfrac{243}{64}\lambda + \tfrac{729}{32}\lambda^3 + \ldots\ldots\ldots\right] \\
& + n'^4 \sin 4\mathrm{K}\Big[-9n^2 + \tfrac{45}{8}nn' + \lambda'\left(-18n + \tfrac{45}{8}n'\right) \\
& \qquad + \tfrac{171}{8}\lambda\lambda'' - 9\lambda'^2 + \lambda^2(72n^2 - 45nn') + \lambda^2\lambda'(144n - 45n') \\
& \qquad - 57\lambda^3\lambda'' + 72\lambda^2\lambda'^2 + \lambda^4(-96n^2 + 60nn') + \ldots\ldots\ldots\Big] \\
& + n'^4 \cos 4\mathrm{K}\Big[-\tfrac{171}{32}\lambda'' + \lambda\left(-36n^2 + \tfrac{45}{2}nn'\right) + \lambda\lambda'\left(-72n + \tfrac{45}{2}n'\right) \\
& \qquad + \tfrac{171}{4}\lambda^2\lambda'' - 36\lambda\lambda'^2 + \lambda^3(96n^2 - 60nn') \\
& \qquad + \lambda^3\lambda'(192n - 60n') + \ldots\ldots\ldots\Big] \\
& + n'^2 \sin 2\mathrm{K}\Big[-\tfrac{33}{2}n^4 + 18n^3n' - \tfrac{33}{4}n^2n'^2 + \tfrac{243}{128}n'^4 \\
& \qquad - \tfrac{21}{4}n\lambda''' + \lambda'\left(-66n^3 + 54n^2n' - \tfrac{33}{2}nn'^2\right) \\
& \qquad - \tfrac{21}{4}\lambda'\lambda''' + \tfrac{111}{8}\lambda''^2 + \lambda\lambda''(30n^2 - 27nn') \\
& \qquad + \lambda'^2\left(-99n^2 + 54nn' - \tfrac{33}{4}n'^2\right) \\
& \qquad + \lambda^2\left(33n^4 - 36n^3n' + \tfrac{33}{2}n^2n'^2 - \tfrac{243}{64}n'^4\right) \\
& \qquad + \tfrac{21}{2}n\lambda^2\lambda''' + \lambda\lambda'\lambda''(60n - 27n') + \lambda'^3(-66n + 18n') \\
& \qquad + \lambda^2\lambda'(132n^3 - 108n^2n' + 33nn'^2) \\
& \qquad + \tfrac{21}{2}\lambda^2\lambda'\lambda''' - \tfrac{111}{4}\lambda^2\lambda''^2 + 30\lambda\lambda'^2\lambda'' + \lambda^3\lambda''(-20n^2 + 18nn') \\
& \qquad - \tfrac{33}{2}\lambda'^4 + \lambda^2\lambda'^2\left(198n^2 - 108nn' + \tfrac{33}{2}n'^2\right) \\
& \qquad + \lambda^4\left(-11n^4 + 12n^3n' - \tfrac{11}{2}n^2n'^2 + \tfrac{81}{64}n'^4\right) \\
& \qquad - \tfrac{7}{2}n\lambda^4\lambda''' + \lambda^3\lambda'\lambda''(-40n + 18n') + \lambda^2\lambda'^3(132n - 36n') \\
& \qquad + \lambda^4\lambda'(-44n^3 + 36n^2n' - 11nn'^2) + \ldots\ldots\ldots\Big] \\
& + n'^2 \cos 2\mathrm{K}\Big[\lambda''\left(-15n^2 + \tfrac{27}{2}nn'\right) \\
& \qquad + \lambda\left(-33n^4 + 36n^3n' - \tfrac{33}{2}n^2n'^2 + \tfrac{243}{64}n'^4\right) \\
& \qquad - \tfrac{21}{2}n\lambda\lambda''' + \lambda'\lambda''\left(-30n + \tfrac{27}{2}n'\right) \\
& \qquad + \lambda\lambda'(-132n^3 + 108n^2n' - 33nn'^2) \\
& \qquad - \tfrac{21}{2}\lambda\lambda'\lambda''' + \tfrac{111}{4}\lambda\lambda''^2 - 15\lambda'^2\lambda'' + \lambda^2\lambda''(30n^2 - 27nn') \\
& \qquad + \lambda\lambda'^2\left(-198n^2 + 108nn' - \tfrac{33}{2}n'^2\right) \\
& \qquad + \lambda^3\left(22n^4 - 24n^3n' + 11n^2n'^2 - \tfrac{81}{32}n'^4\right) \\
& \qquad + 7n\lambda^3\lambda''' + \lambda^2\lambda'\lambda''(60n - 27n') + \lambda\lambda'^3(-132n + 36n' \\
& \qquad + \lambda^3\lambda'(88n^3 - 72n^2n' + 22nn'^2) \\
& \qquad + 7\lambda^3\lambda'\lambda''' - \tfrac{37}{2}\lambda^3\lambda''^2 + 30\lambda^2\lambda'^2\lambda'' + \lambda^4\lambda''(-10n^2 + 9nn') \\
& \qquad - 33\lambda\lambda'^4 + \lambda^3\lambda'^2(132n^2 - 72nn' + 11n'^2) \\
& \qquad + \lambda^5\left(-\tfrac{22}{5}n^4 + \tfrac{24}{5}n^3n' - \tfrac{11}{5}n^2n'^2 + \tfrac{81}{160}n'^4\right) + \ldots\ldots\ldots\Big]
\end{aligned}
$$

5. Je remplace maintenant, dans cette équation, λ par sa valeur, que je supposerai écrite, pour plus de simplicité, sous la forme $\Sigma\lambda_p \sin V_p$; puis je développe le résultat de la substitution suivant les sinus des arguments V_p.

Le coefficient de $\sin V_p$ (V_p étant un argument quelconque) doit être égalé à zéro, ce qui donne l'équation générale écrite ci-dessous, propre à déterminer par approximations successives chacun des coefficients λ_p.

Dans cette équation, on a désigné par $k_p n$ le coefficient du temps dans l'argument V_p, de façon que le rapport $\frac{n'}{n} = m$ des moyens mouvements du Soleil et de la Lune figure seul à la place de n et n'. En outre, le premier membre se compose de plusieurs parties dont les unes ne correspondent qu'à certaines valeurs indiquées de V_p, et dont les autres sont les sommes des termes correspondant à toutes les permutations distinctes possibles d'arguments V_{p_1}, V_{p_2}, ... vérifiant des conditions indiquées.

L'équation s'écrit alors sous la forme suivante, claire d'elle-même en vertu des explications qui précèdent,

$$0 = \lambda_p\left[k_p^4 + k_p^2\left(-1 + \tfrac{3}{2}m^2 - \tfrac{171}{32}m^4\right)\right]$$

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{V}_p = \pm 2\mathbf{K}) & \pm m^2\left(-\frac{33}{4} + 9m - \frac{33}{8}m^2 + \frac{243}{256}m^4\right) \\[4pt]
\mathbf{V}_p = \pm 4\mathbf{K}) & \pm m^4\left(-\frac{9}{2} + \frac{45}{16}m\right) \\[4pt]
\mathbf{V}_p = \pm 6\mathbf{K}) & \pm m^6\left(-\frac{81}{256}\right) \\[4pt]
\mathbf{V}_{p_1} + \mathbf{V}_{p_2} + \ldots = \mathbf{V}_p) & + \Sigma\Big\{\lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\left[2k_{p_1}k_{p_2}^4 - \frac{11}{2}k_{p_1}^2 k_{p_2}^3 + k_{p_1}k_{p_2}^2(-4 + 3m^2)\right] \\
& \quad + \lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\Big[k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}^4 - \frac{11}{2}k_{p_1}k_{p_2}^2 k_{p_3}^3 \\
& \qquad\qquad + \frac{21}{4}k_{p_1}^2 k_{p_2}^2 k_{p_3}^2 + k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}^2\left(-6 + \frac{3}{2}m^2\right)\Big] \\
& \quad + \lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\lambda_{p_4}\left(-4k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}k_{p_4}^2\right) \\
& \quad + \lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\lambda_{p_4}\lambda_{p_5}\left(-k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}k_{p_4}k_{p_5}^2\right)\Big\} \\[4pt]
\mathbf{V}_{p_1} + \mathbf{V}_{p_2} + \ldots = \mathbf{V}_p \mp 6\mathbf{K}) & + m^6\Sigma\Big\{-\frac{243}{128}\lambda_{p_1} \mp \frac{729}{128}\lambda_{p_1}\lambda_{p_2} - \frac{729}{64}\lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3} + \ldots\Big\} \\[4pt]
\mathbf{V}_{p_1} + \mathbf{V}_{p_2} + \ldots = \mathbf{V}_p \mp 4\mathbf{K}) & + m^4\Sigma\Big\{\lambda_{p_1}\left[\frac{171}{64}k_{p_1}^2 \pm k_{p_1}\left(-9 + \frac{45}{16}m\right) - 18 + \frac{45}{4}m\right] \\
& \quad + \lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\Big[\pm\frac{171}{16}k_{p_1}^2 \mp \frac{9}{2}k_{p_1}k_{p_2} \\
& \qquad\qquad + k_{p_1}\left(-36 + \frac{45}{4}m\right) \pm \left(-36 + \frac{45}{2}m\right)\Big] \\
& \quad + \lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\Big[\frac{171}{8}k_{p_1}^2 - 18k_{p_1}k_{p_2} \\
& \qquad\qquad \pm k_{p_1}\left(-72 + \frac{45}{2}m\right) - 48 + 30m\Big] \\
& \quad + \lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\lambda_{p_4}\Big[\pm\frac{57}{2}k_{p_1}^2 \mp 36k_{p_1}k_{p_2} \\
& \qquad\qquad + k_{p_1}(-96 + 30m) \pm (-48 + 30m)\Big] \\
& \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Big\}
\end{array}$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{V}_{p_1}+\mathbf{V}_{p_2}+\ldots=\mathbf{V}_p\mp\mathbf{2K})\qquad & + m^2\Sigma\Big\{\lambda_{p_1}\Big[\pm\tfrac{21}{8}k_{p_1}^3+k_{p_1}^2\big(\tfrac{15}{2}-\tfrac{27}{4}m\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}\big(-33+27m-\tfrac{33}{4}m^2\big)\\
&\qquad-\tfrac{33}{2}+18m-\tfrac{33}{4}m^2+\tfrac{243}{128}m^4\Big]\\
&+\lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\Big[\pm\tfrac{21}{8}k_{p_1}k_{p_2}^3\mp\tfrac{111}{16}k_{p_1}^2k_{p_2}^2\\
&\qquad+\tfrac{21}{4}k_{p_1}^3+k_{p_1}k_{p_2}^2\big(15-\tfrac{27}{4}m\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}^2\big(15-\tfrac{27}{2}m\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}k_{p_2}\big(-\tfrac{99}{2}+27m-\tfrac{33}{8}m^2\big)\\
&\qquad+k_{p_1}\big(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2\big)\\
&\qquad\pm\big(-\tfrac{33}{2}+18m-\tfrac{33}{4}m^2+\tfrac{243}{128}m^4\big)\Big]\\
&+\lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\Big[\tfrac{21}{4}k_{p_1}k_{p_2}^3-\tfrac{111}{8}k_{p_1}^2k_{p_2}^2+\tfrac{15}{2}k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}^2\\
&\qquad\pm\tfrac{21}{4}k_{p_1}^3\pm k_{p_1}k_{p_2}^2\big(30-\tfrac{27}{2}m\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}\big(-33+9m\big)\\
&\qquad+k_{p_1}^2\big(15-\tfrac{27}{2}m\big)\\
&\qquad+k_{p_1}k_{p_2}\big(-99+54m-\tfrac{33}{4}m^2\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}\big(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2\big)\\
&\qquad-11+12m-\tfrac{11}{2}m^2+\tfrac{81}{64}m^4\Big]\\
&+\lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\lambda_{p_4}\Big[\pm\tfrac{21}{4}k_{p_1}k_{p_2}^3\mp\tfrac{111}{8}k_{p_1}^2k_{p_2}^2\pm15k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}^2\\
&\qquad\mp\tfrac{33}{4}k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}k_{p_4}\\
&\qquad+\tfrac{7}{2}k_{p_1}^3+k_{p_1}k_{p_2}^2\big(30-\tfrac{27}{2}m\big)\\
&\qquad+k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}\big(-66+18m\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}^2\big(10-9m\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}k_{p_2}\big(-99+54m-\tfrac{33}{4}m^2\big)\\
&\qquad+k_{p_1}\big(-44+36m-11m^2\big)\\
&\qquad\pm\big(-\tfrac{11}{2}+6m-\tfrac{11}{4}m^2+\tfrac{81}{128}m^4\big)\Big]\\
&+\lambda_{p_1}\lambda_{p_2}\lambda_{p_3}\lambda_{p_4}\lambda_{p_5}\Big[\tfrac{7}{2}k_{p_1}k_{p_2}^3-\tfrac{37}{4}k_{p_1}^2k_{p_2}^2+15k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}^2\\
&\qquad-\tfrac{33}{2}k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}k_{p_4}\\
&\qquad\pm\tfrac{7}{4}k_{p_1}^3\pm k_{p_1}k_{p_2}^2\big(20-9m\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}k_{p_2}k_{p_3}\big(-66+18m\big)\\
&\qquad+k_{p_1}^2\big(5-\tfrac{9}{2}m\big)\\
&\qquad+k_{p_1}k_{p_2}\big(-66+36m-\tfrac{11}{2}m^2\big)\\
&\qquad\pm k_{p_1}\big(-22+18m-\tfrac{11}{2}m^2\big)\\
&\qquad-\tfrac{11}{5}+\tfrac{12}{5}m-\tfrac{11}{10}m^2+\tfrac{81}{320}m^4\Big]\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\Big\}.
\end{aligned}
$$

6. Un coup d'œil jeté sur cette équation montre tout de suite que $\lambda_{p,0}^{(0)}$ est d'ordre $|p|$ par rapport à m, et que $\lambda_{p,1}^{(0)}$ est d'ordre p par rapport à m si p est positif, d'ordre $-p-1$ si p est négatif.

Appliquant alors l'équation précédente et utilisant la remarque qui précède, on obtient immédiatement les formules qui sont écrites ci-dessous pour déterminer les quantités que j'ai en vue avec l'approximation que j'ai déjà indiquée et qui est celle de Delaunay.

Dans ces formules, les termes utiles sont seuls écrits; j'indique en même temps jusqu'à quel ordre *inclusivement* elles permettent de calculer les inconnues sans qu'il soit nécessaire de les compléter; d'ailleurs, dans les résultats, je n'ai pas toujours atteint cet ordre, puisque je m'en tiens à l'approximation de Delaunay.

On a ainsi, en posant $\mu = 1 - m$ pour simplifier l'écriture,

$\lambda_{2,0}^{(0)}$ jusqu'au neuvième ordre :

$$
\begin{aligned}
0 = \; & \lambda_{2,0}^{(0)}[16\mu^4 + \mu^2(-4 + 6m^2 - \tfrac{171}{8}m^4)] \\
& + m^2[-\tfrac{33}{4} + 9m - \tfrac{33}{8}m^2 + \tfrac{243}{256}m^4] \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}[1600\mu^5 + \mu^3(-64 + 48m^2)] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^3[-1296\mu^6 + \mu^4(-96 + 24m^2)] \\
& + m^4\lambda_{2,0}^{(0)}[-\tfrac{171}{16}\mu^2 + \mu(-18 + \tfrac{45}{8}m) + 18 - \tfrac{45}{4}m] \\
& + m^2\lambda_{4,0}^{(0)}[-168\mu^3 + \mu^2(120 - 108m) \\
& \qquad + \mu(132 - 108m + 33m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
& + m^2(\lambda_{2,0}^{(0)})^2[375\mu^4 + \mu^3(162 - 54m) + \mu^2(-378 + 270m - \tfrac{33}{2}m^2) \\
& \qquad + \mu(-132 + 108m - 33m^2) + \tfrac{99}{2} - 54m + \tfrac{99}{4}m^2 - \tfrac{729}{128}m^4] \\
& + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$\lambda_{4,0}^{(0)}$ jusqu'au onzième ordre :

$$
\begin{aligned}
0 = \; & \lambda_{4,0}^{(0)}[256\mu^4 + \mu^2(-16 + 24m^2 - \tfrac{171}{2}m^4)] \\
& + m^4[-\tfrac{9}{2} + \tfrac{45}{16}m] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^2[-112\mu^5 + \mu^3(-32 + 24m^2)] \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{6,0}^{(0)}[8160\mu^5 + \mu^3(-192 + 144m^2)] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{4,0}^{(0)}[-8832\mu^6 + \mu^4(-768 + 192m^2)] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^4[-256\mu^5] \\
& + m^6\lambda_{2,0}^{(0)}[\tfrac{243}{128}] \\
& + m^4(\lambda_{2,0}^{(0)})^2[-\tfrac{243}{2}\mu^2 + 72 - 45m] \\
& + m^2\lambda_{2,0}^{(0)}[21\mu^3 + \mu^2(30 - 27m) \\
& \qquad + \mu(-66 + 54m - \tfrac{33}{2}m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
& + m^2\lambda_{6,0}^{(0)}[-567\mu^3 + \mu^2(270 - 243m) \\
& \qquad + \mu(198 - 162m + \tfrac{99}{2}m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
& + m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}[1776\mu^4 + \mu^3(1044 - 432m) + \mu^2(-600 + 540m) \\
& \qquad + \mu(-264 + 216m - 66m^2) + 66 - 72m + 33m^2 - \tfrac{243}{32}m^4]
\end{aligned}
$$

$$+ m^2(\lambda_{2,0}^{(0)})^3[852\mu^4 + \mu^3(-1092 + 360m) + \mu^2(-912 + 540m - 66m^2)$$
$$+ \mu(264 - 216m + 66m^2) + 22 - 24m + 11m^2 - \tfrac{81}{32}m^4]$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$\lambda_{6,0}^{(0)}$ jusqu'au neuvième ordre :

$$\begin{aligned}
0 = \;& \lambda_{6,0}^{(0)}[1296\mu^4 + \mu^2(-36 + 54m^2 - \tfrac{1539}{8}m^4)] \\
& + m^6[-\tfrac{81}{256}] \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}[-960\mu^5 + \mu^3(-192 + 144m^2)] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^3[48\mu^6 + \mu^4(-96 + 24m^2)] \\
& + m^4\lambda_{2,0}^{(0)}[\tfrac{171}{16}\mu^2 + \mu(-18 + \tfrac{45}{8}m) - 18 + \tfrac{45}{4}m)] \\
& + m^2\lambda_{4,0}^{(0)}[168\mu^3 + \mu^2(120 - 108m) \\
& \qquad + \mu(-132 + 108m - 33m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
& + m^2(\lambda_{2,0}^{(0)})^2[-69\mu^4 + \mu^3(162 - 54m) + \mu^2(-138 + 54m - \tfrac{33}{2}m^2) \\
& \qquad + \mu(-132 + 108m - 33m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
& + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

g_0 jusqu'au dixième ordre (en faisant $V_p = G$ et remarquant que $\lambda_{0,1}^{(0)} = 1$) :

$$\begin{aligned}
0 = \;& g_0^4 + g_0^2(-1 + \tfrac{3}{2}m^2 - \tfrac{171}{32}m^4) \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[-4\mu(2\mu - g_0)^4 - 22\mu^2(2\mu - g_0)^3 \\
& \qquad + 44\mu^3(2\mu - g_0)^2 + 32\mu^4(2\mu - g_0) \\
& \qquad + \mu(2\mu - g_0)^2(8 - 6m^2) + \mu^2(2\mu - g_0)(-16 + 12m^2)] \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,1}^{(0)}[4\mu(2\mu + g_0)^4 + 22\mu^2(2\mu + g_0)^3 \\
& \qquad - 44\mu^3(2\mu + g_0)^2 - 32\mu^4(2\mu + g_0) \\
& \qquad + \mu(2\mu + g_0)^2(-8 + 6m^2) + \mu^2(2\mu + g_0)(16 - 12m^2)] \\
& + \lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{4,-1}^{(0)}[-8\mu(4\mu - g_0)^4 - 88\mu^2(4\mu - g_0)^3 \\
& \qquad + 352\mu^3(4\mu - g_0)^2 + 512\mu^4(4\mu - g_0) \\
& \qquad + \mu(4\mu - g_0)^2(16 - 12m^2) + \mu^2(4\mu - g_0)(-64 + 48m^2)] \\
& + \lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{4,1}^{(0)}[8\mu(4\mu + g_0)^4 + 88\mu^2(4\mu + g_0)^3 \\
& \qquad - 352\mu^3(4\mu + g_0)^2 - 512\mu^4(4\mu + g_0) \\
& \qquad + \mu(4\mu + g_0)^2(-16 + 12m^2) + \mu^2(4\mu + g_0)(64 - 48m^2)] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^2[8\mu^2 g_0^4 - 680\mu^4 g_0^2 + \mu^2 g_0^2(-48 + 12m^2)] \\
& + (\lambda_{4,0}^{(0)})^2[32\mu^2 g_0^4 - 10880\mu^4 g_0^2 + \mu^2 g_0^2(-192 + 48m^2)] \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[-16\mu^2(2\mu - g_0)^4 - 88\mu^3(2\mu - g_0)^3 \\
& \qquad + 2896\mu^4(2\mu - g_0)^2 + 1600\mu^5(2\mu - g_0) \\
& \qquad + \mu^2(2\mu - g_0)^2(96 - 24m^2) + \mu^3(2\mu - g_0)(-192 + 48m^2)]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+ \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,1}^{(0)}[16\mu^2(2\mu+g_0)^4+88\mu^3(2\mu+g_0)^3\\
&\qquad -2896\mu^4(2\mu+g_0)^2-1600\mu^5(2\mu+g_0)\\
&\qquad +\mu^2(2\mu+g_0)^2(-96+24m^2)+\mu^3(2\mu+g_0)(192-48m^2)]\\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{4,-1}^{(0)}[-4\mu^2(4\mu-g_0)^4-44\mu^3(4\mu-g_0)^3\\
&\qquad -164\mu^4(4\mu-g_0)^2-112\mu^5(4\mu-g_0)\\
&\qquad +\mu^2(4\mu-g_0)^2(24-6m^2)+\mu^3(4\mu-g_0)(-96+24m^2)]\\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{4,1}^{(0)}[4\mu^2(4\mu+g_0)^4+44\mu^3(4\mu+g_0)^3\\
&\qquad +164\mu^4(4\mu+g_0)^2+112\mu^5(4\mu+g_0)\\
&\qquad +\mu^2(4\mu+g_0)^2(-24+6m^2)+\mu^3(4\mu+g_0)(96-24m^2)]\\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{4,0}^{(0)}[-384\mu^3g_0^2]\\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^3\lambda_{2,-1}^{(0)}[96\mu^3(2\mu-g_0)^2-192\mu^4(2\mu-g_0)]\\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^3\lambda_{2,1}^{(0)}[-96\mu^3(2\mu+g_0)^2+192\mu^4(2\mu+g_0)]\\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^4[-96\mu^4g_0^2]\\
&+ m^4\lambda_{4,-1}^{(0)}[-\tfrac{171}{64}(4\mu-g_0)^2+(4\mu-g_0)(-9+\tfrac{45}{16}m)+18-\tfrac{45}{4}m]\\
&+ m^4\lambda_{4,1}^{(0)}[\tfrac{171}{64}(4\mu+g_0)^2+(4\mu+g_0)(9-\tfrac{45}{16}m)-18+\tfrac{45}{4}m]\\
&+ m^4\lambda_{4,0}^{(0)}[-\tfrac{171}{8}g_0^2-342\mu^2+\mu(-288+90m)+144-90m]\\
&+ m^4\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[\tfrac{171}{16}(2\mu-g_0)^2-18\mu(2\mu-g_0)+\tfrac{171}{4}\mu^2\\
&\qquad +(2\mu-g_0)(36-\tfrac{45}{4}m)+\mu(72-\tfrac{45}{2}m)-72+45m]\\
&+ m^4\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,1}^{(0)}[-\tfrac{171}{16}(2\mu+g_0)^2+18\mu(2\mu+g_0)-\tfrac{171}{4}\mu^2\\
&\qquad +(2\mu+g_0)(-36+\tfrac{45}{4}m)+\mu(-72+\tfrac{45}{2}m)+72-45m]\\
&+ m^4(\lambda_{2,0}^{(0)})^2[\tfrac{171}{4}g_0^2+198\mu^2+\mu(576-180m)-288+180m]\\
&+ m^2\lambda_{2,-1}^{(0)}[\tfrac{21}{8}(2\mu-g_0)^3+(2\mu-g_0)^2(-\tfrac{15}{2}+\tfrac{27}{4}m)\\
&\qquad +(2\mu-g_0)(-33+27m-\tfrac{33}{4}m^2)+\tfrac{33}{2}-18m+\tfrac{33}{4}m^2-\tfrac{243}{128}m^4]\\
&+ m^2\lambda_{2,1}^{(0)}[-\tfrac{21}{8}(2\mu+g_0)^3+(2\mu+g_0)^2(\tfrac{15}{2}-\tfrac{27}{4}m)\\
&\qquad +(2\mu+g_0)(33-27m+\tfrac{33}{4}m^2)-\tfrac{33}{2}+18m-\tfrac{33}{4}m^2+\tfrac{243}{128}m^4]\\
&+ m^2\lambda_{2,0}^{(0)}[111\mu^2g_0^2+\mu g_0^2(60-27m)+84\mu^3\\
&\qquad +g_0^2(-30+27m)+\mu^2(-120+108m)\\
&\qquad +\mu(-264+216m-66m^2)+66-72m+33m^2-\tfrac{243}{32}m^4]\\
&+ m^2\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[-\tfrac{21}{2}\mu(2\mu-g_0)^3-222\mu^2(2\mu-g_0)^2-168\mu^3(2\mu-g_0)\\
&\qquad +\tfrac{21}{4}(2\mu-g_0)^3+\mu(2\mu-g_0)^2(-60+27m)\\
&\qquad +\mu^2(2\mu-g_0)(240-108m)-336\mu^3
\end{aligned}
$$

$$+(2\mu-g_0)^2(15-\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu(2\mu-g_0)(396-216m+33m^2)+\mu^2(240-216m)$$
$$+(2\mu-g_0)(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(264-216m+66m^2)$$
$$-33+36m-\tfrac{33}{2}m^2+\tfrac{243}{64}m^4]$$
$$+m^2\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,1}^{(0)}[\tfrac{21}{2}\mu(2\mu+g_0)^3+222\mu^2(2\mu+g_0)^2+168\mu^3(2\mu+g_0)$$
$$-\tfrac{21}{4}(2\mu+g_0)^3+\mu(2\mu+g_0)^2(60-27m)$$
$$+\mu^2(2\mu+g_0)(-240+108m)+336\mu^3$$
$$+(2\mu+g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu(2\mu+g_0)(-396+216m-33m^2)+\mu^2(-240+216m)$$
$$+(2\mu+g_0)(66-54m+\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(-264+216m-66m^2)$$
$$+33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4]$$
$$+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,-1}^{(0)}[\tfrac{21}{4}\mu(4\mu-g_0)^3+\tfrac{111}{2}\mu^2(4\mu-g_0)^2+21\mu^3(4\mu-g_0)$$
$$+\tfrac{21}{4}(4\mu-g_0)^3+\mu(4\mu-g_0)^2(-30+\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu^2(4\mu-g_0)(60-27m)-42\mu^3$$
$$+(4\mu-g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu(4\mu-g_0)(-198+108m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu^2(-60+54m)$$
$$+(4\mu-g_0)(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(132-108m+33m^2)$$
$$+33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4]$$
$$+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,1}^{(0)}[-\tfrac{21}{4}\mu(4\mu+g_0)^3-\tfrac{111}{2}\mu^2(4\mu+g_0)^2-21\mu^3(4\mu+g_0)$$
$$-\tfrac{21}{4}(4\mu+g_0)^3+\mu(4\mu+g_0)^2(30-\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu^2(4\mu+g_0)(-60+27m)+42\mu^3$$
$$+(4\mu+g_0)^2(15-\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu(4\mu+g_0)(198-108m+\tfrac{33}{2}m^2)+\mu^2(60-54m)$$
$$+(4\mu+g_0)(66-54m+\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(-132+108m-33m^2)$$
$$-33+36m-\tfrac{33}{2}m^2+\tfrac{243}{64}m^4]$$
$$+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}[1350\mu^2g_0^2+5232\mu^4+\mu g_0^2(120-54m)+\mu^3(216+432m)$$
$$+g_0^2(-60+54m)+\mu^2(-4368+2808m-264m^2)$$
$$+\mu(-528+432m-132m^2)+132-144m+66m^2-\tfrac{243}{16}m^4]$$
$$+m^2(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{2,-1}^{(0)}[\tfrac{21}{2}\mu(2\mu-g_0)^3-201\mu^2(2\mu-g_0)^2+162\mu^3(2\mu-g_0)-474\mu^4$$
$$-\tfrac{63}{4}(2\mu-g_0)^3+\mu(2\mu-g_0)^2(60-27m)$$
$$+\mu^2(2\mu-g_0)(-756+270m)+\mu^3(324-108m)$$
$$+(2\mu-g_0)^2(15-\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu(2\mu-g_0)(-396+216m-33m^2)$$
$$+\mu^2(1308-756m+99m^2)$$
$$+(2\mu-g_0)(198-162m+\tfrac{99}{2}m^2)+\mu(-264+216m-66m^2)$$
$$-33+36m-\tfrac{33}{2}m^2+\tfrac{243}{64}m^4]$$

$$\begin{aligned}
&+ m^2(\lambda^{(0)}_{2,0})^2\lambda^{(0)}_{2,1}\big[-\tfrac{21}{2}\mu(2\mu+g_0)^3+201\mu^2(2\mu+g_0)^2-162\mu^3(2\mu+g_0)+474\mu^4\\
&\qquad+\tfrac{63}{4}(2\mu+g_0)^3+\mu(2\mu+g_0)^2(-60+27m)\\
&\qquad+\mu^2(2\mu+g_0)(756-270m)+\mu^3(-324+108m)\\
&\qquad+(2\mu+g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad+\mu(2\mu+g_0)(396-216m+33m^2)\\
&\qquad+\mu^2(-1308+756m-99m^2)\\
&\qquad+(2\mu+g_0)(-198+162m-\tfrac{99}{2}m^2)+\mu(264-216m+66m^2)\\
&\qquad+33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4\big]\\
&+ m^2(\lambda^{(0)}_{2,0})^3\big[-786\mu^2g_0^2-3480\mu^4\\
&\qquad+\mu g_0^2(-120+54m)+\mu^3(-4296+1296m)\\
&\qquad+g_0^2(60-54m)+\mu^2(2304-1512m+132m^2)\\
&\qquad+\mu(528-432m+132m^2)-132+144m-66m^2+\tfrac{243}{16}m^4\big]\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

$\lambda^{(0)}_{2,-1}$ jusqu'au huitième ordre :

$$\begin{aligned}
0 = {}&\lambda^{(0)}_{2,-1}\big[(2\mu-g_0)^4+(2\mu-g_0)^2(-1+\tfrac{3}{2}m^2-\tfrac{171}{32}m^4)\big]\\
&+\lambda^{(0)}_{2,0}\big[-4\mu g_0^4-22\mu^2g_0^3+44\mu^3g_0^2+32\mu^4g_0\\
&\qquad+\mu g_0^2(8-6m^2)+\mu^2g_0(-16+12m^2)\big]\\
&+\lambda^{(0)}_{4,0}\lambda^{(0)}_{2,1}\big[-8\mu(2\mu+g_0)^4-88\mu^2(2\mu+g_0)^3\\
&\qquad+352\mu^3(2\mu+g_0)^2+512\mu^4(2\mu+g_0)\\
&\qquad+\mu(2\mu+g_0)^2(16-12m^2)+\mu^2(2\mu+g_0)(-64+48m^2)\big]\\
&+\lambda^{(0)}_{2,0}\lambda^{(0)}_{4,-1}\big[4\mu(4\mu-g_0)^4+22\mu^2(4\mu-g_0)^3\\
&\qquad-44\mu^3(4\mu-g_0)^2-32\mu^4(4\mu-g_0)\\
&\qquad+\mu(4\mu-g_0)^2(-8+6m^2)+\mu^2(4\mu-g_0)(16-12m^2)\big]\\
&+\lambda^{(0)}_{4,0}\lambda^{(0)}_{6,-1}\big[8\mu(6\mu-g_0)^4+88\mu^2(6\mu-g_0)^3\\
&\qquad-352\mu^3(6\mu-g_0)^2-512\mu^4(6\mu-g_0)\\
&\qquad+\mu(6\mu-g_0)^2(-16+12m^2)+\mu^2(6\mu-g_0)(64-48m^2)\big]\\
&+\lambda^{(0)}_{2,0}\lambda^{(0)}_{4,0}\big[-16\mu^2g_0^4-88\mu^3g_0^3+2896\mu^4g_0^2+1600\mu^5g_0\\
&\qquad+\mu^2g_0^2(96-24m^2)+\mu^3g_0(-192+48m^2)\big]\\
&+(\lambda^{(0)}_{2,0})^2\lambda^{(0)}_{2,-1}\big[8\mu^2(2\mu-g_0)^4-680\mu^4(2\mu-g_0)^2\\
&\qquad+\mu^2(2\mu-g_0)^2(-48+12m^2)\big]\\
&+(\lambda^{(0)}_{4,0})^2\lambda^{(0)}_{2,-1}\big[32\mu^2(2\mu-g_0)^4-10880\mu^4(2\mu-g_0)^2\\
&\qquad+\mu^2(2\mu-g_0)^2(-192+48m^2)\big]\\
&+(\lambda^{(0)}_{2,0})^2\lambda^{(0)}_{2,1}\big[-4\mu^2(2\mu+g_0)^4-44\mu^3(2\mu+g_0)^3\\
&\qquad-164\mu^4(2\mu+g_0)^2-112\mu^5(2\mu+g_0)\\
&\qquad+\mu^2(2\mu+g_0)^2(24-6m^2)+\mu^3(2\mu+g_0)(-96+24m^2)\big]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{4,-1}^{(0)}[16\mu^2(4\mu-g_0)^4+88\mu^3(4\mu-g_0)^3\\
&\qquad-2896\mu^4(4\mu-g_0)^2-1600\mu^5(4\mu-g_0)\\
&\qquad+\mu^2(4\mu-g_0)^2(-96+24m^2)+\mu^3(4\mu-g_0)(192-48m^2)]\\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{6,-1}^{(0)}[4\mu^2(6\mu-g_0)^4+44\mu^3(6\mu-g_0)^3\\
&\qquad+164\mu^4(6\mu-g_0)^2+112\mu^5(6\mu-g_0)\\
&\qquad+\mu^2(6\mu-g_0)^2(-24+6m^2)+\mu^3(6\mu-g_0)(96-24m^2)]\\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^3[96\mu^3g_0^2-192\mu^4g_0]\\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[-384\mu^3(2\mu-g_0)^2]\\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^3\lambda_{4,-1}^{(0)}[-96\mu^3(4\mu-g_0)^2+192\mu^4(4\mu-g_0)]\\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^4\lambda_{2,-1}^{(0)}[-96\mu^4(2\mu-g_0)^2]\\
&+m^4\lambda_{2,1}^{(0)}[-\tfrac{171}{64}(2\mu+g_0)^2+(2\mu+g_0)(-9+\tfrac{45}{16}m)+18-\tfrac{45}{4}m]\\
&+m^4\lambda_{6,-1}^{(0)}[\tfrac{171}{64}(6\mu-g_0)^2+(6\mu-g_0)(9-\tfrac{45}{16}m)-18+\tfrac{45}{4}m]\\
&+m^4\lambda_{2,0}^{(0)}[\tfrac{171}{16}g_0^2-18\mu g_0+\tfrac{171}{4}\mu^2+g_0(36-\tfrac{45}{4}m)+\mu(72-\tfrac{45}{2}m)-72+45m]\\
&+m^4\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[-\tfrac{171}{8}(2\mu-g_0)^2-342\mu^2+\mu(-288+90m)+144-90m]\\
&+m^4\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,-1}^{(0)}[-\tfrac{171}{16}(4\mu-g_0)^2+18\mu(4\mu-g_0)-\tfrac{171}{4}\mu^2\\
&\qquad+(4\mu-g_0)(-36+\tfrac{45}{4}m)+\mu(-72+\tfrac{45}{2}m)+72-45m]\\
&+m^4(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{2,-1}^{(0)}[\tfrac{171}{4}(2\mu-g_0)^2+198\mu^2+\mu(576-180m)-288+180m]\\
&+m^2[\tfrac{21}{8}g_0^3+g_0^2(-\tfrac{15}{2}+\tfrac{27}{4}m)\\
&\qquad+g_0(-33+27m-\tfrac{33}{4}m^2)+\tfrac{33}{2}-18m+\tfrac{33}{4}m^2-\tfrac{243}{128}m^4]\\
&+m^2\lambda_{4,-1}^{(0)}[-\tfrac{21}{8}(4\mu-g_0)^3+(4\mu-g_0)^2(\tfrac{15}{2}-\tfrac{27}{4}m)\\
&\qquad+(4\mu-g_0)(33-27m+\tfrac{33}{4}m^2)-\tfrac{33}{2}+18m-\tfrac{33}{4}m^2+\tfrac{243}{128}m^4]\\
&+m^2\lambda_{4,0}^{(0)}[-\tfrac{21}{2}\mu g_0^3-222\mu^2g_0^2-168\mu^3g_0\\
&\qquad+\tfrac{21}{4}g_0^3+\mu g_0^2(-60+27m)+\mu^2g_0(240-108m)-336\mu^3\\
&\qquad+g_0^2(15-\tfrac{27}{2}m)+\mu g_0(396-216m+33m^2)+\mu^2(240-216m)\\
&\qquad+g_0(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(264-216m+66m^2)\\
&\qquad-33+36m-\tfrac{33}{2}m^2+\tfrac{243}{64}m^4]\\
&+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[111\mu^2(2\mu-g_0)^2+\mu(2\mu-g_0)^2(60-27m)+84\mu^3\\
&\qquad+(2\mu-g_0)^2(-30+27m)+\mu^2(-120+108m)\\
&\qquad+\mu(-264+216m-66m^2)+66-72m+33m^2-\tfrac{243}{32}m^4]\\
&+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,1}^{(0)}[\tfrac{21}{4}\mu(2\mu+g_0)^3+\tfrac{111}{2}\mu^2(2\mu+g_0)^2+21\mu^3(2\mu+g_0)\\
&\qquad+\tfrac{21}{4}(2\mu+g_0)^3+\mu(2\mu+g_0)^2(-30+\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad+\mu^2(2\mu+g_0)(60-27m)-42\mu^3\\
&\qquad+(2\mu+g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad+\mu(2\mu+g_0)(-198+108m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu^2(-60+54m)\\
&\qquad+(2\mu+g_0)(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(132-108m+33m^2)\\
&\qquad+33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ m^2\lambda^{(0)}_{4,0}\lambda^{(0)}_{4,-1}\big[\tfrac{21}{2}\mu(4\mu-g_0)^3+222\mu^2(4\mu-g_0)^2+168\mu^3(4\mu-g_0)\\
&\qquad -\tfrac{21}{4}(4\mu-g_0)^3+\mu(4\mu-g_0)^2(60-27m)\\
&\qquad +\mu^2(4\mu-g_0)(-240+108m)+336\mu^3\\
&\qquad +(4\mu-g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad +\mu(4\mu-g_0)(-396+216m-33m^2)+\mu^2(-240+216m)\\
&\qquad +(4\mu-g_0)(66-54m+\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(-264+216m-66m^2)\\
&\qquad +33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4\big]\\
&+ m^2\lambda^{(0)}_{2,0}\lambda^{(0)}_{6,-1}\big[-\tfrac{21}{4}\mu(6\mu-g_0)^3-\tfrac{111}{2}\mu^2(6\mu-g_0)^2-21\mu^3(6\mu-g_0)\\
&\qquad -\tfrac{21}{4}(6\mu-g_0)^3+\mu(6\mu-g_0)^2(30-\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad +\mu^2(6\mu-g_0)(-60+27m)+42\mu^3\\
&\qquad +(6\mu-g_0)^2(15-\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad +\mu(6\mu-g_0)(198-108m+\tfrac{33}{2}m^2)+\mu^2(60-54m)\\
&\qquad +(6\mu-g_0)(66-54m+\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(-132+108m-33m^2)\\
&\qquad -33+36m-\tfrac{33}{2}m^2+\tfrac{243}{64}m^4\big]\\
&+ m^2(\lambda^{(0)}_{2,0})^2\big[\tfrac{21}{2}\mu g_0^3-201\mu^2 g_0^2+162\mu^3 g_0-474\mu^4\\
&\qquad -\tfrac{63}{4}g_0^3+\mu g_0^2(60-27m)\\
&\qquad +\mu^2 g_0(-756+270m)+\mu^3(324-108m)\\
&\qquad +g_0^2(15-\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad +\mu g_0(-396+216m-33m^2)+\mu^2(1308-756m+99m^2)\\
&\qquad +g_0(198-162m+\tfrac{99}{2}m^2)+\mu(-264+216m-66m^2)\\
&\qquad -33+36m-\tfrac{33}{2}m^2+\tfrac{243}{64}m^4\big]\\
&+ m^2\lambda^{(0)}_{2,0}\lambda^{(0)}_{4,0}\lambda^{(0)}_{2,-1}\big[1350\mu^2(2\mu-g_0)^2+5232\mu^4\\
&\qquad +\mu(2\mu-g_0)^2(120-54m)+\mu^3(216+432m)\\
&\qquad +(2\mu-g_0)^2(-60+54m)+\mu^2(-4368+2808m-264m^2)\\
&\qquad +\mu(-528+432m-132m^2)+132-144m+66m^2-\tfrac{243}{16}m^4\big]\\
&+ m^2(\lambda^{(0)}_{2,0})^2\lambda^{(0)}_{4,-1}\big[-\tfrac{21}{2}\mu(4\mu-g_0)^3+201\mu^2(4\mu-g_0)^2-162\mu^3(4\mu-g_0)+474\mu^4\\
&\qquad +\tfrac{63}{4}(4\mu-g_0)^3+\mu(4\mu-g_0)^2(-60+27m)\\
&\qquad +\mu^2(4\mu-g_0)(756-270m)+\mu^3(-324+108m)\\
&\qquad +(4\mu-g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)\\
&\qquad +\mu(4\mu-g_0)(396-216m+33m^2)\\
&\qquad +\mu^2(-1308+756m-99m^2)\\
&\qquad +(4\mu-g_0)(-198+162m-\tfrac{99}{2}m^2)+\mu(264-216m+66m^2)\\
&\qquad +33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4\big]\\
&+ m^2(\lambda^{(0)}_{2,0})^3\lambda^{(0)}_{2,-1}\big[-786\mu^2(2\mu-g_0)^2-3480\mu^4\\
&\qquad +\mu(2\mu-g_0)^2(-120+54m)+\mu^3(-4296+1296m)\\
&\qquad +(2\mu-g_0)^2(60-54m)+\mu^2(2304-1512m+132m^2)\\
&\qquad +\mu(528-432m+132m^2)-132+144m-66m^2+\tfrac{243}{16}m^4\big]\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$\lambda_{2,1}^{(0)}$ jusqu'au huitième ordre :

$$\begin{aligned}
0 = \;& \lambda_{2,1}^{(0)}[(2\mu+g_0)^4+(2\mu+g_0)^2(-1+\tfrac{3}{2}m^2-\tfrac{171}{32}m^4)] \\
&+\lambda_{2,0}^{(0)}[4\mu g_0^4-22\mu^2g_0^3-44\mu^3g_0^2+32\mu^4g_0 \\
&\qquad +\mu g_0^2(-8+6m^2)+\mu^2g_0(-16+12m^2)] \\
&+\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[-8\mu(2\mu-g_0)^4-88\mu^2(2\mu-g_0)^3 \\
&\qquad +352\mu^3(2\mu-g_0)^2+512\mu^4(2\mu-g_0) \\
&\qquad +\mu(2\mu-g_0)^2(16-12m^2)+\mu^2(2\mu-g_0)(-64+48m^2)] \\
&+\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,1}^{(0)}[4\mu(4\mu+g_0)^4+22\mu^2(4\mu+g_0)^3 \\
&\qquad -44\mu^3(4\mu+g_0)^2-32\mu^4(4\mu+g_0) \\
&\qquad +\mu(4\mu+g_0)^2(-8+6m^2)+\mu^2(4\mu+g_0)(16-12m^2)] \\
&+\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}[16\mu^2g_0^4-88\mu^3g_0^3-2896\mu^4g_0^2+1600\mu^5g_0 \\
&\qquad +\mu^2g_0^2(-96+24m^2)+\mu^3g_0(-192+48m^2)] \\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{2,-1}^{(0)}[-4\mu^2(2\mu-g_0)^4-44\mu^3(2\mu-g_0)^3 \\
&\qquad -164\mu^4(2\mu-g_0)^2-112\mu^5(2\mu-g_0) \\
&\qquad +\mu^2(2\mu-g_0)^2(24-6m^2)+\mu^3(2\mu-g_0)(-96+24m^2)] \\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{2,1}^{(0)}[8\mu^2(2\mu+g_0)^4-680\mu^4(2\mu+g_0)^2+\mu^2(2\mu+g_0)^2(-48+12m^2)] \\
&+(\lambda_{2,0}^{(0)})^3[-96\mu^3g_0^2-192\mu^4g_0] \\
&+m^4\lambda_{2,-1}^{(0)}[-\tfrac{171}{64}(2\mu-g_0)^2+(2\mu-g_0)(-9+\tfrac{45}{16}m)+18-\tfrac{45}{4}m] \\
&+m^4\lambda_{2,0}^{(0)}[-\tfrac{171}{16}g_0^2-18\mu g_0-\tfrac{171}{4}\mu^2 \\
&\qquad +g_0(36-\tfrac{45}{4}m)+\mu(-72+\tfrac{45}{2}m)+72-45m] \\
&+m^2[\tfrac{21}{8}g_0^3+g_0^2(\tfrac{15}{2}-\tfrac{27}{4}m) \\
&\qquad +g_0(-33+27m-\tfrac{33}{4}m^2)-\tfrac{33}{2}+18m-\tfrac{33}{4}m^2+\tfrac{243}{128}m^4] \\
&+m^2\lambda_{4,1}^{(0)}[-\tfrac{21}{8}(4\mu+g_0)^3+(4\mu+g_0)^2(\tfrac{15}{2}-\tfrac{27}{4}m) \\
&\qquad +(4\mu+g_0)(33-27m+\tfrac{33}{4}m^2)-\tfrac{33}{2}+18m-\tfrac{33}{4}m^2+\tfrac{243}{128}m^4] \\
&+m^2\lambda_{4,0}^{(0)}[-\tfrac{21}{2}\mu g_0^3+222\mu^2g_0^2-168\mu^3g_0 \\
&\qquad +\tfrac{21}{4}g_0^3+\mu g_0^2(60-27m)+\mu^2g_0(240-108m)+336\mu^3 \\
&\qquad +g_0^2(-15+\tfrac{27}{2}m)+\mu g_0(396-216m+33m^2)+\mu^2(-240+216m) \\
&\qquad +g_0(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(-264+216m-66m^2) \\
&\qquad +33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4] \\
&+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[\tfrac{21}{4}\mu(2\mu-g_0)^3+\tfrac{111}{2}\mu^2(2\mu-g_0)^2+21\mu^3(2\mu-g_0) \\
&\qquad +\tfrac{21}{4}(2\mu-g_0)^3+\mu(2\mu-g_0)^2(-30+\tfrac{27}{2}m) \\
&\qquad +\mu^2(2\mu-g_0)(60-27m)-42\mu^3 \\
&\qquad +(2\mu-g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m) \\
&\qquad +\mu(2\mu-g_0)(-198+108m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu^2(-60+54m) \\
&\qquad +(2\mu-g_0)(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(132-108m+33m^2) \\
&\qquad +33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4)] \\
&+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,1}^{(0)}[111\mu^2(2\mu+g_0)^2+\mu(2\mu+g_0)^2(60-27m)+84\mu^3 \\
&\qquad +(2\mu+g_0)^2(-30+27m)+\mu^2(-120+108m) \\
&\qquad +\mu(-264+216m-66m^2)+66-72m+33m^2-\tfrac{243}{32}m^4]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ m^2(\lambda_{2,0}^{(0)})^2[\tfrac{21}{2}\mu g_0^3 + 201\mu^2 g_0^2 + 162\mu^3 g_0 + 474\mu^4 \\
&\qquad - \tfrac{63}{4}g_0^3 + \mu g_0^2(-60 + 27m) \\
&\qquad + \mu^2 g_0(-756 + 270m) + \mu^3(-324 + 108m) \\
&\qquad + g_0^2(-15 + \tfrac{27}{2}m) \\
&\qquad + \mu g_0(-396 + 216m - 33m^2) + \mu^2(-1308 + 756m - 99m^2) \\
&\qquad + g_0(198 - 162m + \tfrac{99}{2}m^2) + \mu(264 - 216m + 66m^2) \\
&\qquad + 33 - 36m + \tfrac{33}{2}m^2 - \tfrac{243}{64}m^4] \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

$\lambda_{4,-1}^{(0)}$ jusqu'au septième ordre :

$$\begin{aligned}
0 = {} & \lambda_{4,-1}^{(0)}[(4\mu - g_0)^4 + (4\mu - g_0)^2(-1 + \tfrac{3}{2}m^2 - \tfrac{171}{32}m^4)] \\
&+ \lambda_{4,0}^{(0)}[-8\mu g_0^4 - 88\mu^2 g_0^3 + 352\mu^3 g_0^2 + 512\mu^4 g_0 \\
&\qquad + \mu g_0^2(16 - 12m^2) + \mu^2 g_0(-64 + 48m^2)] \\
&+ \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[4\mu(2\mu - g_0)^4 - 22\mu^2(2\mu - g_0)^3 \\
&\qquad - 44\mu^3(2\mu - g_0)^2 + 32\mu^4(2\mu - g_0) \\
&\qquad + \mu(2\mu - g_0)^2(-8 + 6m^2) + \mu^2(2\mu - g_0)(-16 + 12m^2)] \\
&+ \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{6,-1}^{(0)}[4\mu(6\mu - g_0)^4 + 22\mu^2(6\mu - g_0)^3 \\
&\qquad - 44\mu^3(6\mu - g_0)^2 - 32\mu^4(6\mu - g_0) \\
&\qquad + \mu(6\mu - g_0)^2(-8 + 6m^2) + \mu^2(6\mu - g_0)(16 - 12m^2)] \\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^2[-4\mu^2 g_0^4 - 44\mu^3 g_0^3 - 164\mu^4 g_0^2 - 112\mu^5 g_0 \\
&\qquad + \mu^2 g_0^2(24 - 6m^2) + \mu^3 g_0(-96 + 24m^2)] \\
&+ \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[16\mu^2(2\mu - g_0)^4 - 88\mu^3(2\mu - g_0)^3 \\
&\qquad - 2896\mu^4(2\mu - g_0)^2 + 1600\mu^5(2\mu - g_0) \\
&\qquad + \mu^2(2\mu - g_0)^2(-96 + 24m^2) + \mu^3(2\mu - g_0)(-192 + 48m^2)] \\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{4,-1}^{(0)}[8\mu^2(4\mu - g_0)^4 - 680\mu^4(4\mu - g_0)^2 + \mu^2(4\mu - g_0)^2(-48 + 12m^2)] \\
&+ (\lambda_{2,0}^{(0)})^3\lambda_{2,-1}^{(0)}[-96\mu^3(2\mu - g_0)^2 - 192\mu^4(2\mu - g_0)] \\
&+ m^4[-\tfrac{171}{64}g_0^2 + g_0(-9 + \tfrac{45}{16}m) + 18 - \tfrac{45}{4}m] \\
&+ m^4\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}[-\tfrac{171}{16}(2\mu - g_0)^2 - 18\mu(2\mu - g_0) - \tfrac{171}{4}\mu^2 \\
&\qquad + (2\mu - g_0)(36 - \tfrac{45}{4}m) + \mu(-72 + \tfrac{45}{2}m) + 72 - 45m] \\
&+ m^2\lambda_{2,-1}^{(0)}[\tfrac{21}{8}(2\mu - g_0)^3 + (2\mu - g_0)^2(\tfrac{15}{2} - \tfrac{27}{4}m) \\
&\qquad + (2\mu - g_0)(-33 + 27m - \tfrac{33}{4}m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
&+ m^2\lambda_{6,-1}^{(0)}[-\tfrac{21}{8}(6\mu - g_0)^3 + (6\mu - g_0)^2(\tfrac{15}{2} - \tfrac{27}{4}m) \\
&\qquad + (6\mu - g_0)(33 - 27m + \tfrac{33}{4}m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
&+ m^2\lambda_{2,0}^{(0)}[\tfrac{21}{4}\mu g_0^3 + \tfrac{111}{2}\mu^2 g_0^2 + 21\mu^3 g_0 \\
&\qquad + \tfrac{21}{4}g_0^3 + \mu g_0^2(-30 + \tfrac{27}{2}m) + \mu^2 g_0(60 - 27m) - 42\mu^3 \\
&\qquad + g_0^2(-15 + \tfrac{27}{2}m) + \mu g_0(-198 + 108m - \tfrac{33}{2}m^2) + \mu^2(-60 + 54m) \\
&\qquad + g_0(-66 + 54m - \tfrac{33}{2}m^2) + \mu(132 - 108m + 33m^2) \\
&\qquad + 33 - 36m + \tfrac{33}{2}m^2 - \tfrac{243}{64}m^4]
\end{aligned}$$

$$+ m^2\lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,-1}^{(0)}\big[-\tfrac{21}{2}\mu(2\mu-g_0)^3+222\mu^2(2\mu-g_0)^2-168\mu^3(2\mu-g_0)$$
$$+\tfrac{21}{4}(2\mu-g_0)^3+\mu(2\mu-g_0)^2(60-27m)$$
$$+\mu^2(2\mu-g_0)(240-108m)+336\mu^3$$
$$+(2\mu-g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu(2\mu-g_0)(396-216m+33m^2)+\mu^2(-240+216m)$$
$$+(2\mu-g_0)(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(-264+216m-66m^2)$$
$$+33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4\big]$$
$$+ m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,-1}^{(0)}\big[111\mu^2(4\mu-g_0)^2+\mu(4\mu-g_0)^2(60-27m)+84\mu^3$$
$$+(4\mu-g_0)^2(-30+27m)+\mu^2(-120+108m)$$
$$+\mu(-264+216m-66m^2)+66-72m+33m^2-\tfrac{243}{32}m^4\big]$$
$$+ m^2(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{2,-1}^{(0)}\big[\tfrac{21}{2}\mu(2\mu-g_0)^3+201\mu^2(2\mu-g_0)^2+162\mu^3(2\mu-g_0)+474\mu^4$$
$$-\tfrac{63}{4}(2\mu-g_0)^3+\mu(2\mu-g_0)^2(-60+27m)$$
$$+\mu^2(2\mu-g_0)(-756+270m)+\mu^3(-324+108m)$$
$$+(2\mu-g_0)^2(-15+\tfrac{27}{2}m)$$
$$+\mu(2\mu-g_0)(-396+216m-33m^2)$$
$$+\mu^2(-1308+756m-99m^2)$$
$$+(2\mu-g_0)(198-162m+\tfrac{99}{2}m^2)+\mu(264-216m+66m^2)$$
$$+33-36m+\tfrac{33}{2}m^2-\tfrac{243}{64}m^4\big]$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$\lambda_{4,1}^{(0)}$ jusqu'au sixième ordre :

$$0=\lambda_{4,1}^{(0)}\big[(4\mu+g_0)^4+(4\mu+g_0)^2(-1+\tfrac{3}{2}m^2-\tfrac{171}{32}m^4)\big]$$
$$+\lambda_{4,0}^{(0)}\big[8\mu g_0^4-88\mu^2g_0^3-352\mu^3g_0^2+512\mu^4g_0$$
$$+\mu g_0^2(-16+12m^2)+\mu^2g_0(-64+48m^2)\big]$$
$$+\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,1}^{(0)}\big[4\mu(2\mu+g_0)^4-22\mu^2(2\mu+g_0)^3$$
$$-44\mu^3(2\mu+g_0)^2+32\mu^4(2\mu+g_0)$$
$$+\mu(2\mu+g_0)^2(-8+6m^2)+\mu^2(2\mu+g_0)(-16+12m^2)\big]$$
$$+(\lambda_{2,0}^{(0)})^2\big[4\mu^2g_0^4-44\mu^3g_0^3+164\mu^4g_0^2-112\mu^5g_0$$
$$+\mu^2g_0^2(-24+6m^2)+\mu^3g_0(-96+24m^2)\big]$$
$$+m^4\big[\tfrac{171}{64}g_0^2+g_0(-9+\tfrac{45}{16}m)-18+\tfrac{45}{4}m\big]$$
$$+m^2\lambda_{2,1}^{(0)}\big[\tfrac{21}{8}(2\mu+g_0)^3+(2\mu+g_0)^2(\tfrac{15}{2}-\tfrac{27}{4}m)$$
$$+(2\mu+g_0)(-33+27m-\tfrac{33}{4}m^2)-\tfrac{33}{2}+18m-\tfrac{33}{4}m^2+\tfrac{243}{128}m^4\big]$$
$$+m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\big[\tfrac{21}{4}\mu g_0^3-\tfrac{111}{2}\mu^2g_0^2+21\mu^3g_0$$
$$+\tfrac{21}{4}g_0^3+\mu g_0^2(30-\tfrac{27}{2}m)+\mu^2g_0(60-27m)+42\mu^3$$
$$+g_0^2(15-\tfrac{27}{2}m)+\mu g_0(-198+108m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu^2(60-54m)$$
$$+g_0(-66+54m-\tfrac{33}{2}m^2)+\mu(-132+108m-33m^2)$$
$$-33+36m-\tfrac{33}{2}m^2+\tfrac{243}{64}m^4\big]$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$\lambda_{6,\pm 1}^{(0)}$ jusqu'au huitième ordre (deux formules sont ainsi réunies en une seule) :

$$
\begin{aligned}
o = {} & \lambda_{6,\pm 1}^{(0)}[(6\mu \pm g_0)^4 + (6\mu \pm g_0)^2(-1 + \tfrac{3}{2}m^2 - \tfrac{171}{32}m^4)] \\
& + \lambda_{6,0}^{(0)}[\pm 12\mu g_0^4 - 198\mu^2 g_0^3 \mp 1188\mu^3 g_0^2 + 2592\mu^4 g_0 \\
& \qquad \pm \mu g_0^2(-24 + 18m^2) + \mu^2 g_0(-144 + 108m^2)] \\
& + \lambda_{4,0}^{(0)}\lambda_{2,\pm 1}^{(0)}[8\mu(2\mu \pm g_0)^4 - 88\mu^2(2\mu \pm g_0)^3 \\
& \qquad - 352\mu^3(2\mu \pm g_0)^2 + 512\mu^4(2\mu \pm g_0) \\
& \qquad + \mu(2\mu \pm g_0)^2(-16 + 12m^2) + \mu^2(2\mu \pm g_0)(-64 + 48m^2)] \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,\pm 1}^{(0)}[4\mu(4\mu \pm g_0)^4 - 22\mu^2(4\mu \pm g_0)^3 \\
& \qquad - 44\mu^3(4\mu \pm g_0)^2 + 32\mu^4(4\mu \pm g_0) \\
& \qquad + \mu(4\mu \pm g_0)^2(-8 + 6m^2) + \mu^2(4\mu \pm g_0)(-16 + 12m^2)] \\
& + \lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{4,0}^{(0)}[\pm 16\mu^2 g_0^4 - 264\mu^3 g_0^3 \pm 1136\mu^4 g_0^2 - 960\mu^5 g_0 \\
& \qquad \pm \mu^2 g_0^2(-96 + 24m^2) + \mu^3 g_0(-576 + 144m^2)] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^2\lambda_{2,\pm 1}^{(0)}[4\mu^2(2\mu \pm g_0)^4 - 44\mu^3(2\mu \pm g_0)^3 \\
& \qquad + 164\mu^4(2\mu \pm g_0)^2 - 112\mu^5(2\mu \pm g_0) \\
& \qquad + \mu^2(2\mu \pm g_0)^2(-24 + 6m^2) + \mu^3(2\mu \pm g_0)(-96 + 24m^2)] \\
& + (\lambda_{2,0}^{(0)})^3[\mp 32\mu^3 g_0^2 - 192\mu^4 g_0] \\
& + m^6[\mp \tfrac{243}{128}] \\
& + m^4\lambda_{2,\pm 1}^{(0)}[\tfrac{171}{64}(2\mu \pm g_0)^2 + (2\mu \pm g_0)(-9 + \tfrac{45}{16}m) - 18 + \tfrac{45}{4}m] \\
& + m^4\lambda_{2,0}^{(0)}[\pm \tfrac{171}{16}g_0^2 - 18\mu g_0 \pm \tfrac{171}{4}\mu^2 \\
& \qquad + g_0(-36 + \tfrac{45}{4}m) \pm \mu(-72 + \tfrac{45}{2}m) \pm (-72 + 45m)] \\
& + m^2\lambda_{4,\pm 1}^{(0)}[\tfrac{21}{8}(4\mu \pm g_0)^3 + (4\mu \pm g_0)^2(\tfrac{15}{2} - \tfrac{27}{4}m) \\
& \qquad + (4\mu \pm g_0)(-33 + 27m - \tfrac{33}{4}m^2) - \tfrac{33}{2} + 18m - \tfrac{33}{4}m^2 + \tfrac{243}{128}m^4] \\
& + m^2\lambda_{4,0}^{(0)}[\tfrac{21}{2}\mu g_0^3 \mp 222\mu^2 g_0^2 + 168\mu^3 g_0 \\
& \qquad + \tfrac{21}{4}g_0^3 \pm \mu g_0^2(60 - 27m) + \mu^2 g_0(240 - 108m) \pm 336\mu^3 \\
& \qquad \pm g_0^2(15 - \tfrac{27}{2}m) \\
& \qquad + \mu g_0(-396 + 216m - 33m^2) \pm \mu^2(240 - 216m) \\
& \qquad + g_0(-66 + 54m - \tfrac{33}{2}m^2) \pm \mu(-264 + 216m - 66m^2) \\
& \qquad \pm (-33 + 36m - \tfrac{33}{2}m^2 + \tfrac{243}{64}m^4)] \\
& + m^2\lambda_{2,0}^{(0)}\lambda_{2,\pm 1}^{(0)}[\tfrac{21}{4}\mu(2\mu \pm g_0)^3 - \tfrac{111}{2}\mu^2(2\mu \pm g_0)^2 + 21\mu^3(2\mu \pm g_0) \\
& \qquad + \tfrac{21}{4}(2\mu \pm g_0)^3 + \mu(2\mu \pm g_0)^2(30 - \tfrac{27}{2}m) \\
& \qquad + \mu^2(2\mu \pm g_0)(60 - 27m) + 42\mu^3 \\
& \qquad + (2\mu \pm g_0)^2(15 - \tfrac{27}{2}m) \\
& \qquad + \mu(2\mu \pm g_0)(-198 + 108m - \tfrac{33}{2}m^2) + \mu^2(60 - 54m) \\
& \qquad + (2\mu \pm g_0)(-66 + 54m - \tfrac{33}{2}m^2) + \mu(-132 + 108m - 33m^2) \\
& \qquad - 33 + 36m - \tfrac{33}{2}m^2 + \tfrac{243}{64}m^4]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
+ m^2 (\lambda_{2,0}^{(0)})^2 [& \tfrac{21}{2} \mu g_0^3 \mp 81 \mu^2 g_0^2 + 162 \mu^3 g_0 \mp 138 \mu^4 \\
& + \tfrac{21}{4} g_0^3 \pm \mu g_0^2 (60 - 27 m) + \mu^2 g_0 (-276 + 54 m) \pm \mu^3 (324 - 108 m) \\
& \pm g_0^2 (15 - \tfrac{27}{2} m) \\
& + \mu g_0 (-396 + 216 m - 33 m^2) \pm \mu^2 (-276 + 108 m - 33 m^2) \\
& + g_0 (-66 + 54 m - \tfrac{33}{2} m^2) \pm \mu (-264 + 216 m - 66 m^2) \\
& \pm (-33 + 36 m - \tfrac{33}{2} m^2 + \tfrac{243}{64} m^4)] \\
+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

7. La résolution de ces équations par la méthode des approximations successives fournit aisément les valeurs des inconnues développées suivant les puissances de m. On trouvera plus loin ces valeurs qu'il est inutile de transcrire ici : elles sont, en effet, identiques à celles que fournit la deuxième méthode que j'ai employée et que je vais exposer maintenant. Comme je l'ai déjà dit, d'ailleurs, cette méthode n'est que le développement de celle donnée par M. Hill dans son Mémoire : *Researches in the lunar theory* (*American Journal of Mathematics*, t. I). Toutefois, pour plus de clarté, je vais en reprendre l'exposition dès le début et sous une forme un peu différente, qui me permettra d'appliquer aisément les procédés de résolution qui m'ont déjà servi.

Le problème à résoudre est le même que précédemment. Je prends les équations du mouvement sous leur forme habituelle (*voir* mon Mémoire, déjà cité)

$$
\frac{1}{2} \frac{d^2(r^2)}{dt^2} - \frac{f(\mathrm{M}+\mathrm{M}_0)}{r} - 2\int (d\mathrm{R}) - r \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial r} = 0,
$$

$$
\frac{dv^2}{dt^2} - \frac{1}{r} \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{f(\mathrm{M}+\mathrm{M}_0)}{r^3} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial r} = 0,
$$

où, comme on l'a déjà vu, et en gardant toutes les notations déjà employées,

$$
\mathrm{R} = \frac{n'^2 r^2}{4} (1 + 3 \cos 2\mathrm{H}) \qquad \text{et} \qquad (d\mathrm{R}) = \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial r} dr + \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial v} dv.
$$

J'élimine f entre ces deux équations; il vient, en représentant les dérivées à l'aide d'accents,

$$
2 r r'' + r'^2 - r^2 v'^2 - 2 \int (d\mathrm{R}) - 2 r \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial r} = 0.
$$

Comme les coordonnées du Soleil ne figurent dans R que par N', à cause de $\mathrm{H} = v - \mathrm{N}'$, on a

$$
\int (d\mathrm{R}) = \mathrm{R} - \tfrac{3}{2} n'^3 \int r^2 \sin 2\mathrm{H}\, dt.
$$

D'ailleurs, on a toujours l'équation employée antérieurement

$$\frac{d}{dt}(r^2 v') + \tfrac{3}{2} n'^2 r^2 \sin 2\mathrm{H} = 0,$$

de sorte que celle déjà obtenue peut s'écrire finalement sous la forme

$$2rr'' + r'^2 - r^2 v'^2 - 2n' r^2 v' - \tfrac{3}{2} n'^2 r^2 (1 + 3\cos 2\mathrm{H}) = \text{const.}$$

Ce sont ces deux dernières équations que je vais utiliser.

Je fais toujours $v = \mathrm{N} + \lambda$ et je remplace r et v par

$$x = r\cos\lambda,$$
$$y = r\sin\lambda,$$

de sorte que les nouvelles inconnues sont les coordonnées rectangulaires de la Lune dans son mouvement relatif par rapport à des axes mobiles, $\mathrm{O}x$ étant la position moyenne du rayon vecteur de la Lune.

Les équations deviennent alors

$$\frac{d}{dt}[n(x^2 + y^2) + xy' - x'y] + 3n'^2 xy\cos 2\mathrm{K} + \tfrac{3}{2} n'^2 (x^2 - y^2)\sin 2\mathrm{K} = 0,$$

$$2(xx'' + yy'') + x'^2 + y'^2 - 2(n + n')(xy' - x'y)$$
$$- (x^2 + y^2)(n^2 + 2nn' + \tfrac{3}{2} n'^2) - \tfrac{9}{2} n'^2 (x^2 - y^2)\cos 2\mathrm{K} + 9n'^2 xy\sin 2\mathrm{K} = \text{const.}$$

8. On peut développer x et y comme j'ai développé λ dans la première méthode ; je pose donc

$$x = \alpha(1 + \Sigma x_p \cos \mathrm{V}_p),$$
$$y = \alpha \Sigma y_p \sin \mathrm{V}_p,$$

les V_p étant les mêmes arguments que précédemment (0 exclu), et la symétrie des séries étant toujours supposée conservée. Le terme constant, α, dans x est une constante arbitraire qui s'introduit comme conséquence de la méthode employée : on la déterminerait aisément en revenant aux équations primitives. D'ailleurs, il y a une autre constante arbitraire véritable (correspondant à l'excentricité) que j'appellerai η et que je prendrai égale au coefficient de $\sin \mathrm{G}$ dans $\frac{y}{\alpha}$, de sorte que $y_{0,1} = \eta$.

Alors les coefficients $x_{p,q}$, $y_{p,q}$ seront de la forme

$$x_{p,q} = \eta^{|q|}(x_{p,q}^{(0)} + x_{p,q}^{(2)}\eta^2 + x_{p,q}^{(4)}\eta^4 + \ldots),$$
$$y_{p,q} = \eta^{|q|}(y_{p,q}^{(0)} + y_{p,q}^{(2)}\eta^2 + y_{p,q}^{(4)}\eta^4 + \ldots),$$

les $x_{p,q}^{(i)}$, $y_{p,q}^{(i)}$ étant analogues aux $\lambda_{p,q}^{(i)}$. De même, g sera de la forme

$$g = n(g_{(0)} + g_{(2)}\eta^2 + g_{(4)}\eta^4 + g_{(6)}\eta^6 + \ldots),$$

les $g_{(i)}$ étant analogues aux g_i; $g_{(0)}$ doit, d'ailleurs, coïncider avec g_0, de sorte que j'écrirai simplement g_0 partout.

Je substitue maintenant ces valeurs dans les deux équations; le résultat se développe, pour la première, suivant les sinus des arguments V_p et, pour la deuxième, suivant les cosinus des mêmes angles. J'égale alors à zéro les coefficients de $\sin V_p$ et $\cos V_p$ dans ces deux résultats de substitution (la valeur o de V_p étant exclue), et j'obtiens les deux équations suivantes, que l'on comprendra comme celle qui donne λ_p

$$\begin{aligned}
&(\mathbf{V}_{p_1}+\mathbf{V}_{p_2}=\mathbf{V}_p) && \Sigma[k_p(k_{p_1}-k_{p_2})x_{p_1}y_{p_2}+k_p(y_{p_1}y_{p_2}-x_{p_1}x_{p_2})]\\
&(\mathbf{V}_{p_1}+\mathbf{V}_{p_2}=\mathbf{V}_p\mp 2\mathbf{K}) && \quad + m^2\Sigma[\tfrac{3}{2}x_{p_1}y_{p_2}\pm\tfrac{3}{4}(y_{p_1}y_{p_2}+x_{p_1}x_{p_2})]=0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(\mathbf{V}_{p_1}+\mathbf{V}_{p_2}=\mathbf{V}_p) && \Sigma[(k_{p_1}k_{p_2}-k_p^2-1-2m-\tfrac{3}{2}m^2)(y_{p_1}y_{p_2}-x_{p_1}x_{p_2})\\
& && \qquad\qquad -2(1+m)(k_{p_1}-k_{p_2})x_{p_1}y_{p_2}]\\
&(\mathbf{V}_{p_1}+\mathbf{V}_{p_2}=\mathbf{V}_p\mp 2\mathbf{K}) && \quad + m^2\Sigma[\tfrac{9}{4}(y_{p_1}y_{p_2}+x_{p_1}x_{p_2})\pm\tfrac{9}{2}x_{p_1}y_{p_2}]=0.
\end{aligned}$$

Dans ces équations, V_{p_1} et V_{p_2} peuvent prendre la valeur o : il est clair, d'ailleurs, que, si $V_{p_1}=0$, on doit faire $x_{p_1}=1$, $y_{p_1}=0$.

Dans la première ligne de chacune de ces équations, je mets en évidence les termes qui proviennent de la combinaison $\left.\begin{matrix}V_{p_1}\\ V_{p_2}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}0\\ V_p\end{matrix}\right.$; puis, entre les équations ainsi écrites, j'élimine x_p mis en évidence : j'obtiens l'équation suivante propre à déterminer y_p

$$k_p^2(k_p^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)y_p = \left\{\begin{aligned}
&\left(\begin{matrix}\mathbf{V}_{p_1}+\mathbf{V}_{p_2}=\mathbf{V}_p\\ \mathbf{V}_{p_1},\mathbf{V}_{p_2}\neq 0\end{matrix}\right) && 2k_p\Sigma\tfrac{1}{2}k_{p_1}k_{p_2}(y_{p_1}y_{p_2}-x_{p_1}x_{p_2})\\
& && \quad + k_p(k_p^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)\Sigma(k_{p_1}-k_{p_2})x_{p_1}y_{p_2}\\
&(\mathbf{V}_{p_1}+\mathbf{V}_{p_2}=\mathbf{V}_p\mp 2\mathbf{K}) && \quad + m^2[\tfrac{9}{2}k_p\pm\tfrac{3}{2}(k_p^2+1+2m+\tfrac{3}{2}m^2)]\\
& && \quad\times\Sigma(\tfrac{1}{2}y_{p_1}y_{p_2}+\tfrac{1}{2}x_{p_1}x_{p_2}\pm x_{p_1}y_{p_2}).
\end{aligned}\right.$$

Quant à x_p, je reprendrai, pour le déterminer, la première des deux équations obtenues plus haut en l'écrivant sous la forme

$$
\begin{aligned}
x_p = {} & -\frac{k_p}{2} y_p \\
& + \left\{
\begin{array}{ll}
\left(\begin{array}{l} V_{p_1}+V_{p_2}=V_p \\ V_{p_1}, V_{p_2} \quad \neq 0 \end{array}\right) & \tfrac{1}{2}\Sigma(k_{p_1}-k_{p_2})x_{p_1}y_{p_2}+\Sigma\tfrac{1}{2}(y_{p_1}y_{p_2}-x_{p_1}x_{p_2}) \\
(V_{p_1}+V_{p_2}=V_p \mp 2K) & \pm \dfrac{3}{4}\dfrac{m^2}{k_p}\Sigma(\tfrac{1}{2}y_{p_1}y_{p_2}+\tfrac{1}{2}x_{p_1}x_{p_2}\pm x_{p_1}y_{p_2}).
\end{array}
\right.
\end{aligned}
$$

Telles sont les deux équations fondamentales que je vais appliquer; on voit, d'ailleurs, avec quelle facilité le calcul relatif à x_p pourra être achevé quand on aura fait celui qui donne y_p, les mêmes quantités se reproduisant dans les deux équations.

9. Si maintenant on remarque que

$$\lambda = \text{arc tang}\frac{y}{x} = \text{arc tang}\frac{\Sigma y_p \sin V_p}{1+\Sigma x_p \cos V_p},$$

on obtient aisément la relation suivante pour déterminer λ_p

$$
\begin{aligned}
\lambda_p = {} & y_p \\
& + \left\{
\begin{array}{ll}
\left(\begin{array}{l} V_{p_1}+V_{p_2}+\ldots=V_p \\ V_{p_1}, V_{p_2}, \ldots, \neq 0 \end{array}\right) &
\Sigma \left\{ \begin{array}{r}
-x_{p_1}y_{p_2}+\frac{1}{3}y_{p_1}y_{p_2}y_{p_3}-x_{p_1}y_{p_2}y_{p_3}y_{p_4}+\frac{1}{5}y_{p_1}y_{p_2}y_{p_3}y_{p_4}y_{p_5}+\ldots \\
+\; x_{p_1}x_{p_2}y_{p_3}-x_{p_1}x_{p_2}x_{p_3}y_{p_4}+2x_{p_1}x_{p_2}y_{p_3}y_{p_4}y_{p_5} \\
+\; x_{p_1}x_{p_2}x_{p_3}x_{p_4}y_{p_5}
\end{array} \right\}.
\end{array}
\right.
\end{aligned}
$$

Cette relation déterminera en particulier la relation qui existe entre ε et η; si l'on fait $\frac{\varepsilon}{\eta} = \sigma$, σ sera de la forme

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_2\varepsilon^2 + \sigma_4\varepsilon^4 + \ldots.$$

10. Les coefficients que je me propose de déterminer sont, comme précédemment, ceux de la forme $x_{p,0}^{(0)}$, $y_{p,0}^{(0)}$, $x_{p,\pm 1}^{(0)}$, $y_{p,\pm 1}^{(0)}$ et, en outre, g_0; on fera d'ailleurs, sur l'ordre de ces coefficients, les mêmes remarques que celles faites sur l'ordre de $\lambda_{p,0}^{(0)}$, $\lambda_{p,\pm 1}^{(0)}$; les conclusions seront les mêmes.

On peut alors écrire les équations suivantes, dans lesquelles les termes utiles figurent seuls : j'indique en même temps jusqu'à quel ordre elles permettent de calculer les inconnues sans qu'il soit nécessaire de les compléter.

$y_{2,0}^{(0)}$, $x_{2,0}^{(0)}$, $\lambda_{2,0}^{(0)}$ jusqu'au neuvième ordre :

$$\begin{aligned}
&4\mu^2(4\mu^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)y_{2,0}^{(0)}\\
&\quad = 32\mu^3(y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)})-12\mu^2(4\mu^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)(x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\qquad + m^2(9\mu+6\mu^2+\tfrac{3}{2}+3m+\tfrac{9}{4}m^2)[\tfrac{1}{2}-(y_{2,0}^{(0)})^2+(x_{2,0}^{(0)})^2]\\
&\qquad + m^2(9\mu-6\mu^2-\tfrac{3}{2}-3m-\tfrac{9}{4}m^2)[x_{4,0}^{(0)}-y_{4,0}^{(0)}+\tfrac{1}{2}(y_{2,0}^{(0)})^2+\tfrac{1}{2}(x_{2,0}^{(0)})^2-x_{2,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}]\\
&\qquad + \ldots\ldots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{2,0}^{(0)} &= -\mu y_{2,0}^{(0)}-3\mu(x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})-(y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)})\\
&\quad + \frac{3m^2}{8\mu}[\tfrac{1}{2}-(y_{2,0}^{(0)})^2+(x_{2,0}^{(0)})^2]\\
&\quad - \frac{3m^2}{8\mu}[x_{4,0}^{(0)}-y_{4,0}^{(0)}+\tfrac{1}{2}(y_{2,0}^{(0)})^2+\tfrac{1}{2}(x_{2,0}^{(0)})^2-x_{2,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}]\\
&\quad + \ldots\ldots
\end{aligned}$$

$$\lambda_{2,0}^{(0)} = y_{2,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}[-(y_{2,0}^{(0)})^2+(x_{2,0}^{(0)})^2]+\ldots$$

$y_{4,0}^{(0)}$, $x_{4,0}^{(0)}$, $\lambda_{4,0}^{(0)}$ jusqu'au onzième ordre :

$$\begin{aligned}
&16\mu^2(16\mu^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)y_{4,0}^{(0)}\\
&\quad = 16\mu^3[(y_{2,0}^{(0)})^2-(x_{2,0}^{(0)})^2]+96\mu^3(y_{2,0}^{(0)}y_{6,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{6,0}^{(0)})\\
&\qquad - 32\mu^2(16\mu^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)(x_{2,0}^{(0)}y_{6,0}^{(0)}+x_{6,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\qquad + m^2(18\mu+24\mu^2+\tfrac{3}{2}+3m+\tfrac{9}{4}m^2)\\
&\qquad\quad \times(x_{2,0}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}-y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}-x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\qquad + m^2(18\mu-24\mu^2-\tfrac{3}{2}-3m-\tfrac{9}{4}m^2)\\
&\qquad\quad \times(x_{6,0}^{(0)}-y_{6,0}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}-x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\qquad + \ldots\ldots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{4,0}^{(0)} &= -2\mu y_{4,0}^{(0)}-4\mu(x_{2,0}^{(0)}y_{6,0}^{(0)}+x_{6,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\quad + \tfrac{1}{2}[(y_{2,0}^{(0)})^2-(x_{2,0}^{(0)})^2]-(y_{2,0}^{(0)}y_{6,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{6,0}^{(0)})\\
&\quad + \frac{3m^2}{16\mu}(x_{2,0}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}-y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}-x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\quad - \frac{3m^2}{16\mu}(x_{6,0}^{(0)}-y_{6,0}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}-x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\quad + \ldots\ldots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{4,0}^{(0)} &= y_{4,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{6,0}^{(0)}+x_{6,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}\\
&\quad + 2y_{4,0}^{(0)}[-(y_{2,0}^{(0)})^2+(x_{2,0}^{(0)})^2]+2x_{2,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}[(y_{2,0}^{(0)})^2-(x_{2,0}^{(0)})^2]+\ldots
\end{aligned}$$

$y_{6,0}^{(0)}$, $x_{6,0}^{(0)}$, $\lambda_{6,0}^{(0)}$ jusqu'au neuvième ordre :

$$\begin{aligned}
&36\mu^2(36\mu^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)y_{6,0}^{(0)}\\
&\quad=96\mu^3(y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)})+12\mu^2(36\mu^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)(-x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&\qquad+m^2(27\mu+54\mu^2+\tfrac{3}{2}+3m+\tfrac{9}{4}m^2)\\
&\qquad\quad\times[x_{4,0}^{(0)}+y_{4,0}^{(0)}+\tfrac{1}{2}(y_{2,0}^{(0)})^2+\tfrac{1}{2}(x_{2,0}^{(0)})^2+x_{2,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}]\\
&\qquad+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{6,0}^{(0)}=&-3\mu y_{6,0}^{(0)}+\mu(-x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})+y_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}x_{4,0}^{(0)}\\
&+\frac{m^2}{8\mu}(x_{4,0}^{(0)}+y_{4,0}^{(0)}+\tfrac{1}{2}(y_{2,0}^{(0)})^2+\tfrac{1}{2}(x_{2,0}^{(0)})^2+x_{2,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)})\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

$$\lambda_{6,0}^{(0)}=y_{6,0}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{4,0}^{(0)}-x_{4,0}^{(0)}y_{2,0}^{(0)}+\tfrac{1}{3}(y_{2,0}^{(0)})^3+(x_{2,0}^{(0)})^2y_{2,0}^{(0)}+\ldots.$$

g_0 jusqu'au dixième ordre :

$$\begin{aligned}
&g_0^2(g_0^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)\\
&\quad=2g_0[\;2\mu(2\mu-g_0)(y_{2,0}^{(0)}y_{2,-1}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{2,-1}^{(0)})+2\mu(2\mu+g_0)(y_{2,0}^{(0)}y_{2,1}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{2,1}^{(0)})\\
&\qquad\quad+4\mu(4\mu-g_0)(y_{4,0}^{(0)}y_{4,-1}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}x_{4,-1}^{(0)})+4\mu(4\mu+g_0)(y_{4,0}^{(0)}y_{4,1}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}x_{4,1}^{(0)})]\\
&\qquad+g_0(g_0^2-1+\tfrac{3}{2}m^2)\\
&\qquad\quad\times[-(4\mu-g_0)(x_{2,0}^{(0)}y_{2,-1}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}x_{2,-1}^{(0)})-(4\mu+g_0)(x_{2,0}^{(0)}y_{2,1}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}x_{2,1}^{(0)})\\
&\qquad\quad-(8\mu-g_0)(x_{4,0}^{(0)}y_{4,-1}^{(0)}+y_{4,0}^{(0)}x_{4,-1}^{(0)})-(8\mu+g_0)(x_{4,0}^{(0)}y_{4,1}^{(0)}+y_{4,0}^{(0)}x_{4,1}^{(0)})]\\
&\qquad+m^2(\tfrac{9}{2}g_0+\tfrac{3}{2}g_0^2+\tfrac{3}{2}+3m+\tfrac{9}{4}m^2)\\
&\qquad\quad\times[x_{2,-1}^{(0)}-y_{2,-1}^{(0)}-y_{2,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{0,1}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}-y_{2,0}^{(0)}x_{0,1}^{(0)}\\
&\qquad\qquad-y_{2,0}^{(0)}y_{4,-1}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,-1}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{4,-1}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}x_{4,-1}^{(0)}\\
&\qquad\qquad-y_{4,0}^{(0)}y_{2,1}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}x_{2,1}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}y_{2,1}^{(0)}-y_{4,0}^{(0)}x_{2,1}^{(0)}]\\
&\qquad+m^2(\tfrac{9}{2}g_0-\tfrac{3}{2}g_0^2-\tfrac{3}{2}-3m-\tfrac{9}{4}m^2)\\
&\qquad\quad\times[x_{2,1}^{(0)}-y_{2,1}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{0,1}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}-y_{2,0}^{(0)}x_{0,1}^{(0)}\\
&\qquad\qquad-y_{4,0}^{(0)}y_{2,-1}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}x_{2,-1}^{(0)}+x_{4,0}^{(0)}y_{2,-1}^{(0)}-y_{4,0}^{(0)}x_{2,-1}^{(0)}\\
&\qquad\qquad-y_{2,0}^{(0)}y_{4,1}^{(0)}+x_{2,0}^{(0)}x_{4,1}^{(0)}-x_{2,0}^{(0)}y_{4,1}^{(0)}+y_{2,0}^{(0)}x_{4,1}^{(0)}]\\
&\qquad+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

$x_{0,1}^{(0)}$ jusqu'au septième ordre :

$$
\begin{aligned}
x_{0,1}^{(0)} = -\frac{g_0}{2} + \tfrac{1}{2}\big[& -(4\mu - g_0)(x_{2,0}^{(0)} y_{2,-1}^{(0)} + y_{2,0}^{(0)} x_{2,-1}^{(0)}) \\
& -(4\mu + g_0)(x_{2,0}^{(0)} y_{2,1}^{(0)} + y_{2,0}^{(0)} x_{2,1}^{(0)}) \\
& -(8\mu - g_0)(x_{4,0}^{(0)} y_{4,-1}^{(0)} + y_{4,0}^{(0)} x_{4,-1}^{(0)})\big] \\
& - y_{2,0}^{(0)} y_{2,-1}^{(0)} - x_{2,0}^{(0)} x_{2,-1}^{(0)} - y_{2,0}^{(0)} y_{2,1}^{(0)} - x_{2,0}^{(0)} x_{2,1}^{(0)} - y_{4,0}^{(0)} y_{4,-1}^{(0)} - x_{4,0}^{(0)} x_{4,-1}^{(0)} \\
& + \frac{3}{4}\frac{m^2}{g_0}(x_{2,-1}^{(0)} - y_{2,-1}^{(0)} - y_{2,0}^{(0)} + x_{2,0}^{(0)} x_{0,1}^{(0)} + x_{2,0}^{(0)} - y_{2,0}^{(0)} x_{0,1}^{(0)} \\
& \qquad - y_{2,0}^{(0)} y_{4,-1}^{(0)} + x_{2,0}^{(0)} x_{4,-1}^{(0)} - x_{2,0}^{(0)} y_{4,-1}^{(0)} + y_{2,0}^{(0)} x_{4,-1}^{(0)}) \\
& - \frac{3}{4}\frac{m^2}{g_0}(x_{2,1}^{(0)} - y_{2,1}^{(0)} + y_{2,0}^{(0)} + x_{2,0}^{(0)} x_{0,1}^{(0)} - x_{2,0}^{(0)} - y_{2,0}^{(0)} x_{0,1}^{(0)} \\
& \qquad - y_{4,0}^{(0)} y_{2,-1}^{(0)} + x_{4,0}^{(0)} x_{2,-1}^{(0)} + x_{4,0}^{(0)} y_{2,-1}^{(0)} - y_{4,0}^{(0)} x_{2,-1}^{(0)}) \\
& + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

σ_0 jusqu'au septième ordre :

$$\sigma_0 = \mathrm{A} + \mathrm{B}\, y_{-2,1}^{(0)} + \mathrm{B}' x_{-2,1}^{(0)} + \mathrm{C}\, y_{2,1}^{(0)} + \mathrm{C}' x_{2,1}^{(0)} + \mathrm{D}\, y_{-4,1}^{(0)} + \mathrm{D}' x_{-4,1}^{(0)} + \ldots,$$

en faisant

$$
\begin{aligned}
\mathrm{A} &= 1 + 2[(-y_{2,0}^{(0)})^2 + (x_{2,0}^{(0)})^2], \\
\mathrm{B} &= -x_{2,0}^{(0)} + 2(-y_{2,0}^{(0)} y_{4,0}^{(0)} + x_{2,0}^{(0)} x_{4,0}^{(0)}) + 3x_{2,0}^{(0)}[(y_{2,0}^{(0)})^2 - (x_{2,0}^{(0)})^2], \\
\mathrm{B}' &= -y_{2,0}^{(0)} + 2(x_{2,0}^{(0)} y_{4,0}^{(0)} - x_{4,0}^{(0)} y_{2,0}^{(0)}) + 3y_{2,0}^{(0)}[(y_{2,0}^{(0)})^2 - (x_{2,0}^{(0)})^2], \\
\mathrm{C} &= -x_{2,0}^{(0)}, \\
\mathrm{C}' &= y_{2,0}^{(0)}, \\
\mathrm{D} &= -x_{4,0}^{(0)} + (y_{2,0}^{(0)})^2 + (x_{2,0}^{(0)})^2, \\
\mathrm{D}' &= -y_{4,0}^{(0)} + 2x_{2,0}^{(0)} y_{2,0}^{(0)}.
\end{aligned}
$$

$y_{2,-1}^{(0)}$, $x_{2,-1}^{(0)}$, $\lambda_{2,-1}^{(0)}$ jusqu'au huitième ordre :

$$
\begin{aligned}
& (2\mu - g_0)^2[(2\mu - g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2]\, y_{2,-1}^{(0)} \\
& \quad = 2(2\mu - g_0)[2\mu g_0(y_{2,0}^{(0)} + x_{2,0}^{(0)} x_{0,1}^{(0)}) + 2\mu(4\mu - g_0)(y_{2,0}^{(0)} y_{4,-1}^{(0)} + x_{2,0}^{(0)} x_{4,-1}^{(0)}) \\
& \qquad\qquad + 4\mu(2\mu + g_0)(y_{4,0}^{(0)} y_{2,1}^{(0)} + x_{4,0}^{(0)} x_{2,1}^{(0)}) \\
& \qquad\qquad + 4\mu(6\mu - g_0)(y_{4,0}^{(0)} y_{6,-1}^{(0)} + x_{4,0}^{(0)} x_{6,-1}^{(0)})] \\
& \qquad + (2\mu - g_0)[(2\mu - g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2] \\
& \qquad \times [-(2\mu + g_0)(x_{2,0}^{(0)} + y_{2,0}^{(0)} x_{0,1}^{(0)}) - (6\mu - g_0)(x_{2,0}^{(0)} y_{4,-1}^{(0)} + y_{2,0}^{(0)} x_{4,-1}^{(0)}) \\
& \qquad\quad - (6\mu + g_0)(x_{4,0}^{(0)} y_{2,1}^{(0)} + y_{4,0}^{(0)} x_{2,1}^{(0)}) - (10\mu - g_0)(x_{4,0}^{(0)} y_{6,-1}^{(0)} + y_{4,0}^{(0)} x_{6,-1}^{(0)})]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ m^2\left[\tfrac{9}{2}(2\mu - g_0) + \tfrac{3}{2}(2\mu - g_0)^2 + \tfrac{3}{2} + 3m + \tfrac{9}{4}m^2\right]\\
&\quad\times\big(x^{(0)}_{0,1} - 1 - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1}\\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1}\\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{4,-1}\big)\\
&+ m^2\left[\tfrac{9}{2}(2\mu - g_0) - \tfrac{3}{2}(2\mu - g_0)^2 - \tfrac{3}{2} - 3m - \tfrac{9}{4}m^2\right]\\
&\quad\times\big(x^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{4,-1} + y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1}\\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1} + x^{(0)}_{4,0} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1}\\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{6,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{6,-1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{6,-1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{6,-1}\big)\\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^{(0)}_{2,-1} = &-\frac{2\mu - g_0}{2}y^{(0)}_{2,-1} + \tfrac{1}{2}\big[-(2\mu + g_0)(x^{(0)}_{2,0} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1})\\
&\qquad\qquad - (6\mu - g_0)(x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,-1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,-1})\\
&\qquad\qquad - (6\mu + g_0)(x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,1})\big]\\
&- y^{(0)}_{2,0} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1} - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,-1} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,1} - x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,1}\\
&+ \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{2\mu - g_0}\big(x^{(0)}_{0,1} - 1 - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1}\\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1}\big)\\
&- \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{2\mu - g_0}\big(x^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{4,-1} + y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1}\\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1} + x^{(0)}_{4,0} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1}\big)\\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\lambda^{(0)}_{2,-1} = \frac{1}{\sigma_0}\big(A y^{(0)}_{2,-1} + B y^{(0)}_{0,-1} + B' x^{(0)}_{0,-1} + C y^{(0)}_{4,-1} + C' x^{(0)}_{4,-1} + D y^{(0)}_{-2,-1} + D' x^{(0)}_{-2,-1} + \ldots\big).
$$

$y^{(0)}_{2,1}$, $x^{(0)}_{2,1}$, $\lambda^{(0)}_{2,1}$ jusqu'au huitième ordre :

$$
\begin{aligned}
&(2\mu + g_0)^2\left[(2\mu + g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2\right]y^{(0)}_{2,1}\\
&\quad = 2(2\mu + g_0)\big[2\mu g_0(y^{(0)}_{2,0} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1})\\
&\qquad\qquad + 4\mu(2\mu - g_0)(y^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,-1})\\
&\qquad\qquad + 2\mu(4\mu + g_0)(y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,1})\big]\\
&\qquad + (2\mu + g_0)\left[(2\mu + g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2\right]\\
&\qquad\quad\times\big[(2\mu - g_0)(x^{(0)}_{2,0} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1})\\
&\qquad\qquad - (6\mu - g_0)(x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,-1} + y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,-1}) - (6\mu + g_0)(x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,1})\big]\\
&\qquad + m^2\left[\tfrac{9}{2}(2\mu + g_0) + \tfrac{3}{2}(2\mu + g_0)^2 + \tfrac{3}{2} + 3m + \tfrac{9}{4}m^2\right]\\
&\qquad\quad\times\big(x^{(0)}_{0,1} + 1 - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1}\\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1}\big)
\end{aligned}
$$

$$+ m^2[\tfrac{9}{2}(2\mu+g_0) - \tfrac{3}{2}(2\mu+g_0)^2 - \tfrac{3}{2} - 3m - \tfrac{9}{4}m^2]$$
$$\times (x^{(0)}_{4,1} - y^{(0)}_{4,1} + y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1} - x^{(0)}_{4,0} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1}$$
$$+ y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1})$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x^{(0)}_{2,1} = -\frac{2\mu+g_0}{2}y^{(0)}_{2,1} + \tfrac{1}{2}[(2\mu-g_0)(x^{(0)}_{2,0} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1})$$
$$-(6\mu-g_0)(x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,-1} + y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,-1})$$
$$-(6\mu+g_0)(x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,1})]$$
$$+ y^{(0)}_{2,0} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1} - y^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,1} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,1}$$
$$+ \frac{3}{4}\frac{m^2}{2\mu+g_0}(x^{(0)}_{0,1} + 1 - y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1}$$
$$- y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1})$$
$$- \frac{3}{4}\frac{m^2}{2\mu+g_0}(x^{(0)}_{4,1} - y^{(0)}_{4,1} + y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1} - x^{(0)}_{4,0} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1}$$
$$+ y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,1})$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\lambda^{(0)}_{2,1} = \frac{1}{\sigma_0}(\mathrm{A}y^{(0)}_{2,1} + \mathrm{B}y^{(0)}_{0,1} + \mathrm{B}'x^{(0)}_{0,1} + \mathrm{C}y^{(0)}_{4,1} + \mathrm{C}'x^{(0)}_{4,1} + \mathrm{D}y^{(0)}_{-2,1} + \mathrm{D}'x^{(0)}_{-2,1} + \ldots).$$

$y^{(0)}_{4,-1}$, $x^{(0)}_{4,-1}$, $\lambda^{(0)}_{4,-1}$ jusqu'au septième ordre :

$$(4\mu-g_0)^2[(4\mu-g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2]y^{(0)}_{4,-1}$$
$$= 2(4\mu-g_0)[2\mu(2\mu-g_0)(y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1})$$
$$+ 4\mu g_0(y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1})$$
$$+ 2\mu(6\mu-g_0)(y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{6,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{6,-1})]$$
$$+ (4\mu-g_0)[(4\mu-g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2]$$
$$\times [g_0(x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,-1})$$
$$-(4\mu+g_0)(x^{(0)}_{4,0} + y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1}) - (8\mu-g_0)(x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{6,-1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{6,-1})]$$
$$+ m^2[\tfrac{9}{2}(4\mu-g_0) + \tfrac{3}{2}(4\mu-g_0)^2 + \tfrac{3}{2} + 3m + \tfrac{9}{4}m^2]$$
$$\times (x^{(0)}_{2,-1} + y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1} - x^{(0)}_{2,0} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{0,1}$$
$$- y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,-1})$$
$$+ m^2[\tfrac{9}{2}(4\mu-g_0) - \tfrac{3}{2}(4\mu-g_0)^2 - \tfrac{3}{2} - 3m - \tfrac{9}{4}m^2]$$
$$\times (x^{(0)}_{6,-1} - y^{(0)}_{6,-1} + y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,-1} - x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,-1}$$
$$+ y^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,-1})$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$
\begin{aligned}
x^{(0)}_{4,-1} = &-\frac{4\mu - g_0}{2}\, y^{(0)}_{4,-1} + \tfrac{1}{2}\big[g_0(x^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{2,-1}) \\
&\qquad\qquad - (4\mu + g_0)(x^{(0)}_{4,0} + y^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{0,1}) \\
&\qquad\qquad - (8\mu - g_0)(x^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{6,-1} + y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{6,-1})\big] \\
&+ y^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{4,0} - x^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{0,1} - y^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{6,-1} - x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{6,-1} \\
&+ \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{4\mu - g_0}\,(x^{(0)}_{2,-1} + y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{2,0} + x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{0,1} - x^{(0)}_{2,0} + y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{0,1} \\
&\qquad\qquad - y^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{4,-1}) \\
&- \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{4\mu - g_0}\,(x^{(0)}_{6,-1} - y^{(0)}_{6,-1} + y^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{4,-1} + x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{4,-1} - x^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{4,-1} - y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{4,-1} \\
&\qquad\qquad + y^{(0)}_{4,0} y^{(0)}_{2,-1} + x^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{2,-1} - x^{(0)}_{4,0} y^{(0)}_{2,-1} - y^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{2,-1}) \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\lambda^{(0)}_{4,-1} = \frac{1}{\sigma_0}(\mathrm{A}\, y^{(0)}_{4,-1} + \mathrm{B}\, y^{(0)}_{2,-1} + \mathrm{B}' x^{(0)}_{2,-1} + \mathrm{C}\, y^{(0)}_{6,-1} + \mathrm{C}' x^{(0)}_{6,-1} + \mathrm{D}\, y^{(0)}_{0,-1} + \mathrm{D}' x^{(0)}_{0,-1} + \ldots).
$$

$y^{(0)}_{4,1}$, $x^{(0)}_{4,1}$, $\lambda^{(0)}_{4,1}$ jusqu'au sixième ordre :

$$
\begin{aligned}
&(4\mu + g_0)^2\big[(4\mu + g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2} m^2\big]\, y^{(0)}_{4,1} \\
&\quad = 2(4\mu + g_0)\big[4\mu g_0 (y^{(0)}_{4,0} - x^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{0,1}) + 2\mu(2\mu + g_0)(y^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{2,1} - x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{2,1})\big] \\
&\qquad + (4\mu + g_0)\big[(4\mu + g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2} m^2\big] \\
&\qquad\quad \times \big[(4\mu - g_0)(x^{(0)}_{4,0} - y^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{0,1}) + g_0(-x^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{2,1})\big] \\
&\qquad + m^2\big[\tfrac{9}{2}(4\mu + g_0) + \tfrac{3}{2}(4\mu + g_0)^2 + \tfrac{3}{2} + 3m + \tfrac{9}{4} m^2\big] \\
&\qquad\quad \times (x^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,0} + x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{0,1} + x^{(0)}_{2,0} + y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{0,1}) \\
&\qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^{(0)}_{4,1} = &-\frac{4\mu + g_0}{2}\, y^{(0)}_{4,1} + \tfrac{1}{2}\big[(4\mu - g_0)(x^{(0)}_{4,0} - y^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{0,1}) \\
&\qquad\qquad + g_0(-x^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{2,1})\big] \\
&+ y^{(0)}_{4,0} - x^{(0)}_{4,0} x^{(0)}_{0,1} + y^{(0)}_{2,0} y^{(0)}_{2,1} - x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{2,1} \\
&+ \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{4\mu + g_0}(x^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,1} + y^{(0)}_{2,0} + x^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{0,1} + x^{(0)}_{2,0} + y^{(0)}_{2,0} x^{(0)}_{0,1}) \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\lambda^{(0)}_{4,1} = \frac{1}{\sigma_0}(\mathrm{A}\, y^{(0)}_{4,1} + \mathrm{B}\, y^{(0)}_{2,1} + \mathrm{B}' x^{(0)}_{2,1} + \mathrm{D}\, y^{(0)}_{0,1} + \mathrm{D}' x^{(0)}_{0,1} + \ldots).
$$

$y^{(0)}_{6,\pm 1}$, $x^{(0)}_{6,\pm 1}$, $\lambda^{(0)}_{6,\pm 1}$ jusqu'au huitième ordre :

$$
\begin{aligned}
&(6\mu \pm g_0)^2[(6\mu \pm g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2]\,y^{(0)}_{6,\pm 1}\\
&\quad = 2(6\mu \pm g_0)\big[6\mu g_0(y^{(0)}_{6,0} \mp x^{(0)}_{6,0}x^{(0)}_{0,1})\\
&\qquad\qquad + 2\mu(4\mu \pm g_0)(y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,\pm 1} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,\pm 1})\\
&\qquad\qquad + 4\mu(2\mu \pm g_0)(y^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} - x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,\pm 1})\big]\\
&\qquad + (6\mu \pm g_0)[(6\mu \pm g_0)^2 - 1 + \tfrac{3}{2}m^2]\\
&\qquad \times\big[\pm(6\mu \mp g_0)(x^{(0)}_{6,0} \mp y^{(0)}_{6,0}x^{(0)}_{0,1})\\
&\qquad\quad + (2\mu \pm g_0)(-x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,\pm 1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,\pm 1}) + (2\mu \mp g_0)(x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,\pm 1})\big]\\
&\qquad + m^2[\tfrac{9}{2}(6\mu \pm g_0) + \tfrac{3}{2}(6\mu \pm g_0)^2 + \tfrac{3}{2} + 3m + \tfrac{9}{4}m^2]\\
&\qquad \times(x^{(0)}_{4,\pm 1} + y^{(0)}_{4,\pm 1} \pm y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1} \pm x^{(0)}_{4,0} + y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1}\\
&\qquad\qquad + y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,\pm 1} + x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,\pm 1})\\
&\qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^{(0)}_{6,\pm 1} = -\frac{6\mu \pm g_0}{2}y^{(0)}_{6,\pm 1} &+ \tfrac{1}{2}\big[\pm(6\mu \mp g_0)(x^{(0)}_{6,0} \mp y^{(0)}_{6,0}x^{(0)}_{0,1})\\
&\quad + (2\mu \pm g_0)(-x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,\pm 1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,\pm 1})\\
&\quad + (2\mu \mp g_0)(x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} - y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,\pm 1})\big]\\
&\pm y^{(0)}_{6,0} - x^{(0)}_{6,0}x^{(0)}_{0,1} + y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,\pm 1} - x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,\pm 1} + y^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} - x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{2,\pm 1}\\
&+ \frac{3}{4}\,\frac{m^2}{6\mu \pm g_0}(x^{(0)}_{4,\pm 1} + y^{(0)}_{4,\pm 1} \pm y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1} \pm x^{(0)}_{4,0} + y^{(0)}_{4,0}x^{(0)}_{0,1}\\
&\qquad + y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,\pm 1} + x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{2,\pm 1} + y^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{2,\pm 1})\\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda^{(0)}_{6,\pm 1} = \frac{1}{\sigma_0}\Big\{&\mathbf{A}\,y^{(0)}_{6,\pm 1} + \mathbf{B}\,y^{(0)}_{4,\pm 1} + \mathbf{B}'x^{(0)}_{4,\pm 1} + \mathbf{D}\,y^{(0)}_{2,\pm 1} + \mathbf{D}'x^{(0)}_{2,\pm 1}\\
&+ y^{(0)}_{0,\pm 1}\big\{-x^{(0)}_{6,0} + 2(y^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{2,0}x^{(0)}_{4,0}) - x^{(0)}_{2,0}[3(y^{(0)}_{2,0})^2 + (x^{(0)}_{2,0})^2]\big\}\\
&+ x^{(0)}_{0,\pm 1}\big\{-y^{(0)}_{6,0} + 2(x^{(0)}_{2,0}y^{(0)}_{4,0} + x^{(0)}_{4,0}y^{(0)}_{2,0}) - y^{(0)}_{2,0}[(y^{(0)}_{2,0})^2 + 3(x^{(0)}_{2,0})^2]\big\}\\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\Big\}.
\end{aligned}
$$

11. Ces équations, résolues par la méthode des approximations successives, donnent les valeurs écrites ci-dessous des inconnues développées suivant les puissances de m; comme je l'ai dit, d'ailleurs, les valeurs des λ_p et de g_0 obtenues ainsi sont identiques à celles que fournit l'application de la première méthode. Enfin je fais remarquer encore une fois que les calculs ont été menés de façon à obtenir, dans les valeurs des λ_p et de g_0, la même approximation que Delaunay.

Voici les résultats :

$$y_{2,0}^{(0)} = \frac{11}{2^4} m^2 + \frac{59}{2^3 . 3} m^3 + \frac{893}{2^4 . 3^2} m^4 + \frac{2\,855}{2^3 . 3^3} m^5 + \frac{16\,671\,997}{2^{13} . 3^4} m^6$$
$$+ \frac{211\,202\,789}{2^{12} . 3^5 . 5} m^7 + \frac{8\,566\,343\,101}{2^{13} . 3^6 . 5^2} m^8 + \frac{15\,423\,753\,283}{2^{11} . 3^7 . 5^3} m^9 + \ldots,$$

$$x_{2,0}^{(0)} = -\frac{1}{2} m^2 - \frac{19}{2^2 . 3} m^3 - \frac{32}{3^2} m^4 - \frac{1\,475}{2^3 . 3^3} m^5 - \frac{8\,032\,171}{2^{13} . 3^4} m^6$$
$$- \frac{20\,354\,845}{2^{12} . 3^5} m^7 - \frac{949\,114\,763}{2^{13} . 3^6 . 5} m^8 - \frac{8\,300\,239\,033}{2^{12} . 3^7 . 5^2} m^9 + \ldots,$$

$$\lambda_{2,0}^{(0)} = \frac{11}{2^4} m^2 + \frac{59}{2^3 . 3} m^3 + \frac{893}{2^4 . 3^2} m^4 + \frac{2\,855}{2^3 . 3^3} m^5 + \frac{8\,304\,449}{2^{12} . 3^4} m^6$$
$$+ \frac{102\,859\,909}{2^{11} . 3^5 . 5} m^7 + \frac{3\,748\,175\,501^\star}{2^{12} . 3^6 . 5^2} m^8 - \frac{475\,281\,673^\star}{2^8 . 3^7 . 5^3} m^9 + \ldots;$$

$$y_{4,0}^{(0)} = \frac{25}{2^9} m^4 + \frac{371}{2^6 . 3 . 5} m^5 + \frac{104\,023}{2^8 . 3^2 . 5^2} m^6$$
$$+ \frac{5\,561\,611}{2^8 . 3^3 . 5^3} m^7 + \frac{5\,298\,846\,601}{2^{14} . 3^3 . 5^4} m^8 + \ldots,$$

$$x_{4,0}^{(0)} = \frac{25}{2^9} m^4 + \frac{811}{2^7 . 3 . 5} m^5 + \frac{121\,549}{2^8 . 3^2 . 5^2} m^6 + \frac{3\,421\,109}{2^7 . 3^3 . 5^3} m^7 + \ldots,$$

$$\lambda_{4,0}^{(0)} = \frac{201}{2^9} m^4 + \frac{649}{2^4 . 3 . 5} m^5 + \frac{647\,623}{2^8 . 3^2 . 5^2} m^6$$
$$+ \frac{31\,363\,361}{2^8 . 3^3 . 5^3} m^7 + \frac{82\,679\,012\,303^\star}{2^{14} . 3^4 . 5^4} m^8 + \ldots;$$

$$y_{6,0}^{(0)} = \frac{769}{2^{13} . 3} m^6 + \frac{157\,097}{2^{12} . 3 . 5 . 7} m^7 + \ldots,$$

$$x_{6,0}^{(0)} = \frac{299}{2^{13}} m^6 + \ldots,$$

$$\lambda_{6,0}^{(0)} = \frac{3\,715}{2^{12} . 3} m^6 + \frac{664\,571}{2^{11} . 3 . 5 . 7} m^7 + \ldots;$$

$$g_0 = 1 - \frac{3}{2^2} m^2 - \frac{225}{2^5} m^3 - \frac{4\,071}{2^7} m^4 - \frac{265\,493}{2^{11}} m^5$$
$$- \frac{12\,822\,631}{2^{13} . 3} m^6 - \frac{1\,273\,925\,965}{2^{16} . 3^2} m^7$$
$$- \frac{66\,702\,631\,253^\star}{2^{18} . 3^3} m^8 - \frac{29\,726\,828\,924\,189^\star}{2^{23} . 3^4} m^9 + \ldots,$$

$$x_{0,1}^{(0)} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2^3}m^2 + \frac{1\,035}{2^9}m^3 + \frac{12\,933}{2^{11}}m^4$$
$$+ \frac{618\,911}{2^{15}}m^5 + \frac{7\,187\,759}{2^{15}.3}m^6 + \frac{1\,235\,127\,413}{2^{20}.3}m^7 + \ldots,$$

$$\sigma_0 = 1 - \frac{75}{2^8}m^3 - \frac{3\,013}{2^{10}}m^4 - \frac{280\,879}{2^{14}}m^5$$
$$- \frac{10\,742\,201}{2^{14}.3^2}m^6 - \frac{3\,362\,079\,109}{2^{19}.3^3}m^7 + \ldots;$$

$$y_{2,-1}^{(0)} = \frac{15}{2^3}m + \frac{67}{2^3}m^2 + \frac{48\,761}{2^9.3}m^3 + \frac{470\,887}{2^9.3^2}m^4$$
$$+ \frac{128\,267\,143}{2^{14}.3^3}m^5 + \frac{2\,064\,622\,069}{2^{15}.3^4}m^6$$
$$+ \frac{6\,155\,897\,818\,717}{2^{21}.3^5.5}m^7 + \frac{53\,393\,048\,083\,583}{2^{18}.3^6.5^2}m^8 + \ldots,$$

$$x_{2,-1}^{(0)} = -\frac{15}{2^4}m - \frac{199}{2^6}m^2 - \frac{31\,721}{2^{10}.3}m^3 - \frac{311\,311}{2^{10}.3^2}m^4$$
$$- \frac{107\,695\,621}{2^{15}.3^3}m^5 - \frac{84\,717\,323}{2^{11}.3^4}m^6 - \frac{12\,352\,910\,703\,241}{2^{22}.3^5.5}m^7 + \ldots,$$

$$\lambda_{2,-1}^{(0)} = \frac{15}{2^3}m + \frac{263}{2^5}m^2 + \frac{48\,217}{2^9.3}m^3 + \frac{1\,880\,537}{2^{11}.3^2}m^4$$
$$+ \frac{130\,463\,405}{2^{14}.3^3}m^5 + \frac{4\,389\,108\,607}{2^{16}.3^4}m^6$$
$$+ \frac{1\,391\,770\,912\,969^*}{2^{21}.3^5}m^7 + \frac{389\,929\,802\,993\,113^*}{2^{23}.3^6.5}m^8 + \ldots;$$

$$y_{2,1}^{(0)} = \frac{7}{2^5}m^2 + \frac{17}{2^3.3}m^3 + \frac{1\,103}{2^6.3^2}m^4 + \frac{591\,361}{2^{12}.3^3}m^5$$
$$+ \frac{19\,835\,681}{2^{14}.3^4}m^6 + \frac{13\,208\,276\,009}{2^{18}.3^5.5}m^7 + \ldots,$$

$$x_{2,1}^{(0)} = \frac{5}{2^5}m^2 + \frac{85}{2^5.3}m^3 + \frac{6\,103}{2^8.3^2}m^4 + \frac{635\,765}{2^{12}.3^3}m^5$$
$$+ \frac{12\,445\,843}{2^{14}.3^4}m^6 + \frac{325\,461\,413}{2^{18}.3^5}m^7 + \ldots,$$

$$\lambda_{2,1}^{(0)} = \frac{17}{2^4}m^2 + \frac{169}{2^4.3}m^3 + \frac{9\,577}{2^7.3^2}m^4 + \frac{896\,417}{2^{11}.3^3}m^5$$
$$+ \frac{16\,232\,479}{2^{13}.3^4}m^6 + \frac{342\,449\,669^*}{2^{17}.3^5}m^7 + \ldots;$$

$$y^{(0)}_{4,-1} = \frac{105}{2^8} m^3 + \frac{1\,919}{2^9} m^4 + \frac{5\,241\,419}{2^{14}.3.5} m^5 + \frac{342\,843\,893}{2^{14}.3^2.5^2} m^6 + \frac{21\,387\,963\,091}{2^{19}.5^3} m^7 + \ldots,$$

$$x^{(0)}_{4,-1} = \frac{75}{2^8} m^3 + \frac{1\,353}{2^9} m^4 + \frac{3\,639\,257}{2^{14}.3.5} m^5 + \frac{40\,587\,119}{2^{13}.3.5^2} m^6 + \frac{459\,861\,461\,911}{2^{19}.3^3.5^3} m^7 + \ldots,$$

$$\lambda^{(0)}_{4,-1} = \frac{255}{2^7} m^3 + \frac{7\,701}{2^9} m^4 + \frac{619\,755}{2^{13}} m^5 + \frac{456\,153\,881}{2^{15}.3^2.5} m^6 + \frac{194\,906\,017\,201^*}{2^{18}.3^3.5^2} m^7 + \ldots;$$

$$y^{(0)}_{4,1} = \frac{167}{2^{10}} m^4 + \frac{9\,697}{2^9.3.5} m^5 + \frac{2\,680\,877}{2^{11}.3^2.5^2} m^6 + \ldots,$$

$$x^{(0)}_{4,1} = \frac{187}{2^{10}} m^4 + \frac{22}{3.5} m^5 + \ldots,$$

$$\lambda^{(0)}_{4,1} = \frac{309}{2^8} m^4 + \frac{15\,403}{2^7.3.5} m^5 + \frac{14\,881\,477}{2^{11}.3^2.5^2} m^6 + \ldots$$

$$y^{(0)}_{6,-1} = \frac{2\,505}{2^{13}} m^5 + \frac{374\,141}{2^{15}.3} m^6 + \ldots,$$

$$x^{(0)}_{6,-1} = \frac{2\,805}{2^{13}} m^5 + \ldots,$$

$$\lambda^{(0)}_{6,-1} = \frac{4\,635}{2^{11}} m^5 + \frac{603\,559}{2^{13}.3} m^6 + \ldots;$$

$$y^{(0)}_{6,1} = \frac{3\,971}{2^{13}.3} m^6 + \ldots,$$

$$x^{(0)}_{6,1} = \ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$\lambda^{(0)}_{6,1} = \frac{17\,111}{2^{12}.3} m^6 + \ldots;$$

. . . .

12. Dans ces formules, les nombres marqués d'un astérisque sont ceux qui diffèrent des coefficients correspondants donnés par Delaunay dans sa *Théorie de la Lune* (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XXVIII

et XXIX, sauf pour la valeur de g_0 que l'on trouve aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* t. LXXIV). Comme je l'ai annoncé au début, ce sont tous les coefficients qui correspondent (en tenant compte de l'excentricité) aux termes d'un ordre supérieur au septième, et qui, par suite, résultent du Chap. X de l'œuvre de Delaunay, intitulé : *Recherches supplémentaires sur la longitude de la Lune.*

Je ferai remarquer, en outre, que le coefficient de m^8 dans $\lambda_{2,0}^{(0)}$ se trouve donné exactement dans la *Théorie de la Lune* de de Pontécoulant, et qu'en transformant convenablement les résultats donnés par M. Hill dans le Mémoire que j'ai déjà cité, on retrouve les mêmes valeurs que ci-dessus pour les quantités $\lambda_{2,0}^{(0)}$, $\lambda_{4,0}^{(0)}$, $\lambda_{6,0}^{(0)}$.

Je me propose de continuer très prochainement ces recherches en considérant, d'une part, d'autres inégalités de la longitude de la Lune non moins importantes, et, d'autre part, en étudiant, au point de vue du calcul numérique, les formules et développements en série que l'on rencontre dans ce Mémoire.