

JEAN-ANDRÉ MARTI

**Remarques sur les suites d'unicité et
l'analyticité partielle**

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 6^e série, tome 1, n^o 1
(1992), p. 43-52

http://www.numdam.org/item?id=AFST_1992_6_1_1_43_0

© Université Paul Sabatier, 1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annaales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Remarques sur les suites d'unicité et l'analyticité partielle

JEAN-ANDRÉ MARTI⁽¹⁾

RÉSUMÉ. — On définit certaines suites d'unicité sur lesquelles est éprouvée la rigidité des sections partiellement analytiques de faisceaux de fonctions, distributions ou hyperfonctions.

ABSTRACT. — Special testing sequences are used to study the rigidity of some partially analytical sections of sheaves of functions, distributions or hyperfunctions.

0. Introduction

L'école de Sato, Kawai, Kashiwara a étendu au cas de certaines hyperfonctions "analytiques en $t \in \omega$, ouvert de \mathbb{R}^n " (les sections $u \in \mathcal{BA}(\mathbb{R}^m \times \omega)$ du faisceau \mathcal{B}) la notion classique d'analyticité partielle et cela en un sens plus faible rappelé à la section 4 ([1], [2]).

Certains éléments u de $\mathcal{BA}(\mathbb{R}^m \times \omega)$ possèdent la propriété d'unicité suivante : u est nul si et seulement si les traces sur l'hyperplan $\{t = 0\}$ des images de u par les opérateurs différentiels ∂_t^k le sont toutes aussi.

C'est le cas, bien sûr, des fonctions analytiques par rapport à t et il s'étend au cas de certaines distributions ou hyperfonctions partiellement analytiques en t lorsqu'on impose en outre une condition de compacité à leur support ([2], [3]).

On peut alors examiner si la propriété ci-dessus est conservée lorsqu'on renforce l'hypothèse en supposant nulles les traces en question sur les

⁽¹⁾ Laboratoire d'Analyse Fonctionnelle, Université de Perpignan, 66860 Perpignan Cedex (France)

hyperplans $\{t = t_k\}$ où $(t_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ est une suite convenable d'éléments de \mathbb{R}^n .

De telles suites ont été étudiées au [4] sous le nom de suites d'unicité et leur définition est ici élargie. Ceci permet de généraliser certains résultats de [4] et de les préciser en reliant l'étude des objets partiellement analytiques testés sur ces suites à celle d'une application scalairement analytique de ω dans un espace de distributions ou de fonctionnelles.

1. Deux types de suites d'unicité

DÉFINITION 1.1. — On désigne d'abord par :

- $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ un élément quelconque de \mathbb{R}_+^{n*} ,
- $\rho = (\rho_\varepsilon)_{\varepsilon \in \mathbb{R}_+^{n*}}$ une famille d'applications $\rho_\varepsilon : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{R}_+^*$,
- $(A_\varepsilon)_{\varepsilon \in \mathbb{R}_+^{n*}}, (B_\varepsilon)_{\varepsilon \in \mathbb{R}_+^{n*}}, (D_\varepsilon)_{\varepsilon \in \mathbb{R}_+^{n*}}$, trois familles de constantes strictement positives,
- $(z_k)_{k \in \mathbb{N}^n} = (z_1(k), z_2(k), \dots, z_n(k))_{k \in \mathbb{N}^n}$ une suite de points de \mathbb{C}^n .

Soient encore les assertions suivantes :

i) $A_\varepsilon \leq \rho_\varepsilon(k) \varepsilon^k \leq B_\varepsilon$ ($\varepsilon^k = \varepsilon_1^{k_1} \varepsilon_2^{k_2} \dots \varepsilon_n^{k_n}$).

ii) $\rho_\varepsilon^2(k_1 + 1, \dots, k_n + 1) \leq$

$$\leq \prod_{i=1}^n \frac{k_i + 2}{k_i + 1} \rho_\varepsilon(k_1 + 2, \dots, k_n + 2) \rho_\varepsilon(k_1, \dots, k_n).$$

iii) $\frac{1}{\rho_\varepsilon(k)} \sum_p \frac{(k+p)!}{k! p!} \rho_\varepsilon(k+p) |z_p|^p \leq D_\varepsilon < 2$.

Alors, s'il existe ε et $n_0 \in \mathbb{N}$ tels que pour $|k| \geq n_0$, i), ii), iii) sont vérifiés, $(z_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ est dite suite de ρ_ε -unicité faible (associée à l'application ρ_ε).

Si pour tout ε , il existe $n_\varepsilon \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $|k| \geq n_\varepsilon$, i), ii), iii) sont vérifiés, $(z_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ est dite suite de ρ -unicité forte (associée à la famille $\rho = (\rho_\varepsilon)_{\varepsilon \in \mathbb{R}_+^{n*}}$).

Remarques 1.2

- a) On peut montrer qu'une condition nécessaire d'existence d'une suite de ρ -unicité forte est : pour tout $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) \in \mathbb{R}_+^{n*}$, il existe

Remarques sur les suites d'unicité et l'analyticité partielle

$n_\varepsilon \in \mathbb{N}$,

$\Delta_\varepsilon \in \left[1, \frac{2B_\varepsilon}{A_\varepsilon}\right[$ et $\lambda_j(\varepsilon) > 0$, $j = 1, 2, \dots, n$ avec $\sum_{j=1}^n \lambda_j(\varepsilon) = 1$,

tels que, pour tout $|k| \geq n_\varepsilon$ et $j = 1, 2, \dots, n$:

$$|z_j(k)| \leq \varepsilon_j \left[1 - \left(\frac{1}{\Delta_\varepsilon} \right)^{\frac{\lambda_j(\varepsilon)}{k_j+1}} \right].$$

Donc, pour $|k| \geq n_\varepsilon$, z_k est contenu dans le polydisque ouvert :

$$\Omega_\varepsilon = \{z = (z_1, z_2, \dots, z_n) \in \mathbb{C} \mid |z_j| < \varepsilon_j\}.$$

On a donc aussi :

$$\lim_{|k| \rightarrow \infty} z_k = 0.$$

Si $A_\varepsilon = B_\varepsilon$, la condition ci-dessus devient aussi suffisante, ii) est automatiquement vérifiée, i) et iii) redonnent les définitions de [4], on peut construire explicitement des suites d'unicité forte comme en prenant par exemple :

$$z_j(k) = \frac{1}{\text{Log}(\text{Log}|k|)} e^{i\theta_j(k)} \left[1 - \left(\frac{1}{\Delta} \right)^{\frac{\lambda_j}{1+k_j}} \right]$$

où $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$, $\theta_j(k)$ quelconque, $\Delta \in [1, 2[$.

- b) Tout cela se transpose facilement au cas des suites de ρ_ε -unicité faible en fixant un ε . À une telle suite $(z_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ sont donc associés un ε , une fonction ρ_ε , un entier $n_0(\varepsilon)$ et un polydisque ouvert Ω_ε appelé domaine de (z_k) tel que pour $|k| \geq n_0$ on ait $z_k \in \Omega_\varepsilon$. On voit alors que, quand $|k| \rightarrow \infty$, l'un des termes $z_j(k)$ au moins d'une telle suite tend vers 0 mais pas nécessairement les autres, comme le montre l'exemple suivant où pour tout $j = 1, 2, \dots, n$:

$$z_j(k) = \varepsilon_j \left[1 - \left(\frac{1}{\Delta} \right)^{\frac{1}{n(1+k_j)}} \right]$$

avec $\Delta \in [1, 2[$.

2. Un résultat d'unicité

Le cas d'applications analytiques à valeur dans un EVT se ramène au cas des fonctions analytiques et d'abord à celui de variables complexes. Nous utilisons pour cela un résultat du type Abel-Gontcharoff qui est le théorème 2.4 de [4] dont la démonstration est très technique et dont voici seulement l'énoncé sous la forme suivante :

LEMME 2.1. — Soit Ω un ouvert connexe de \mathbb{C}^n , contenant l'origine, $\mathcal{O}(\Omega)$ l'espace des fonctions holomorphes dans Ω , σ_Ω l'ensemble des familles $(f^{(k)}(0)/k!)_{k \in \mathbb{N}^n}$ obtenue quand f décrit $\mathcal{O}(\Omega)$, q une application de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}_+^* telle que σ_Ω contienne toutes les familles $(a_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ pour lesquelles $\sup(|a_k|/q(k)) < +\infty$.

On désigne par $\mathcal{O}_q(\Omega)$ le sous-espace de $\mathcal{O}(\Omega)$ des fonctions f telles que :

$$\sup_{k \in \mathbb{N}^n} \left(\frac{|f^{(k)}(0)|}{k! q(k)} \right) < +\infty$$

et on considère la famille $(z_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ où $z_k = (z_1(k_1), \dots, z_n(k_n)) \in \Omega$ pour laquelle on suppose que pour tout $k \in \mathbb{N}^n$:

$$\frac{1}{q(k)} \sum_{p \in \mathbb{N}^n} \frac{(k+p)!}{k! p!} q(k+p) |z_k|^p \leq H < 2$$

où H est une constante. Alors, si $f \in \mathcal{O}_q(\Omega)$ et si $f^{(k)}(z_k) = 0$ pour tout $k \in \mathbb{N}^n$, f est identiquement nulle.

THÉORÈME 2.2 (rigidité forte des fonctions analytiques de variables complexes). — Soit f une fonction analytique dans un voisinage connexe $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ de l'adhérence du domaine Ω_e d'une suite de ρ_e -unicité faible $(z_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$, dont tous les points sont supposés par ailleurs contenus dans Ω . Alors la famille de conditions :

$$(f^{(k)} z_k = 0)_{k \in \mathbb{N}^n} \text{ implique } f = 0.$$

Remarques sur les suites d'unicité et l'analyticité partielle

Démonstration. — D'après la définition 1.1 et les remarques 1.2, il existe ε , n_0 et $D_\varepsilon \in [1, 2[$ tels que, pour tout $|k| \geq n_0$:

$$z_k \in \Omega_\varepsilon \quad \text{et} \quad \frac{1}{\rho_\varepsilon(k)} \sum_p \frac{(k+p)!}{k! p!} \rho_\varepsilon(k+p) |z_k|^p \leq D_\varepsilon < 2.$$

Désignons par $\sigma_{\Omega_\varepsilon}$ l'ensemble des familles $(f^{(k)}(0)/k!)_{k \in \mathbb{N}^n}$ obtenues quand f décrit Ω_ε .

Soit $(a_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ une famille d'éléments de \mathbb{C}^n tels que

$$\sup_k \frac{|a_k|}{\rho_\varepsilon(k)} < +\infty.$$

Il résulte de i) qu'on a :

$$\sup_k |a_k| \varepsilon^k < +\infty.$$

La fonction $g : (z \rightarrow \sum_k a_k z^k)$ appartient donc à $\mathcal{O}(\{|z_j| < \varepsilon_j\})$ et par suite, la famille $(a_k = g^{(k)}(0)/k!)_{k \in \mathbb{N}^n}$ est dans $\sigma_{\Omega_\varepsilon}$.

Si $\mathcal{O}_{\rho_\varepsilon}(\Omega_\varepsilon)$ est le sous-espace de $\mathcal{O}(\Omega_\varepsilon)$ des fonctions f telles que $\sup_k (|f^{(k)}(0)|/k! \rho_\varepsilon(k)) < +\infty$, il résulte encore de i) et des inégalités de Cauchy qu'on a :

$$\mathcal{O}(\Omega) \subset \mathcal{O}_{\rho_\varepsilon}(\Omega_\varepsilon), \quad \text{car } \Omega \supset \bar{\Omega}_\varepsilon.$$

Les hypothèses du lemme 2.1 sont alors vérifiées pour la fonction $f^{(k_0)} \in \mathcal{O}_{\rho_\varepsilon}(\Omega_\varepsilon)$ et la suite $(z_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ où $z_k \in \Omega_\varepsilon$.

On en déduit que $f^{(k_0)} = 0$. Le même raisonnement montre que $f^{(k)} = 0$ pour tous les k tels que $|k| \geq n_0$. f est donc un polynôme de degré $d \leq n_0 - 1$. En le décomposant suivant ses parties homogènes, on peut alors montrer que, finalement, $f = 0$.

3. Applications analytiques et suites d'unicité

DÉFINITION 3.1. — Nous désignerons par $\mathcal{A}_\varepsilon(\omega)$ l'espace des applications ϕ scalairement analytiques d'un ouvert ω de \mathbb{R}^n dans un espace vectoriel topologique réel ou complexe séparé E , au sens que pour tout $\ell \in E'$, $\ell \circ \phi$ est analytique.

On suppose en plus que ϕ a pour tout $k \in \mathbb{N}^n$ une " dérivée $\phi^{(k)}$ " au sens faible suivant :

$$\text{pour tout } \ell \in E' : \ell \circ \phi^{(k)} = (\ell \circ \phi)^{(k)}.$$

Pour $E = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} , on retrouve l'espace $\mathcal{A}(\omega)$ bien connu. On a alors le résultat suivant :

THÉORÈME 3.2 (cas des applications scalairement analytiques). — Soit, dans \mathbb{R}^n , un voisinage connexe ω de l'origine contenant les éléments $(t_k)_{k \in \mathbb{N}^n}$ d'une suite de ρ -unicité forte au sens de 1.1, et soit $\phi \in \mathcal{A}_E(\omega)$ une application analytique de ω dans E au sens de la définition 3.1. Alors la famille de conditions :

$$(\phi^{(k)}(t_k) = 0)_{k \in \mathbb{N}^n} \text{ implique } \phi = 0.$$

Démonstration. — On est ramené à démontrer que pour tout $\ell \in E'$ les conditions $((\ell \circ \phi)^{(k)}(t_k) = 0)_{k \in \mathbb{N}^n}$ impliquent $\ell \circ \phi = 0$. Ceci nous ramène donc au cas où $E = \mathbb{C}$ et $\mathcal{A}_E(\omega) = \mathcal{A}(\omega)$.

Supposons donc qu'on ait : $f \in \mathcal{A}(\omega)$ et $(f^{(k)}(t_k) = 0)_{k \in \mathbb{N}^n}$. f se prolonge analytiquement en \tilde{f} dans un certain voisinage complexe $v(0)$ de l'origine. Pour $|\epsilon|$ assez petit $v(0)$ contient le polydisque Ω_ϵ contenant lui-même tous les t_k pour lesquels $|k| \geq n_\epsilon$. On est donc ramené aux hypothèses du théorème 2.2 qui nous assure que \tilde{f} , donc f , est un polynôme de degré $d \leq n_\epsilon - 1$, que l'hypothèse $(f^{(k)}(t_k) = 0)_{k \in \mathbb{N}^n}$ permet encore de calculer comme le polynôme identiquement nul.

Remarque 3.3. — Si E est lui-même un espace réflexif de formes linéaires continues sur F , $E = F'$, l'analyticité de $\phi \in \mathcal{A}_E(\omega)$ équivaut alors à celle des applications $t \rightarrow \langle \phi(t), \varphi \rangle$ pour tout $\varphi \in F$, et les hypothèses du théorème 3.2 équivalent alors aux conditions :

$$\left(\langle \phi^{(k)}(t_k), \varphi \rangle = 0 \right)_{\substack{k \in \mathbb{N}^n \\ \varphi \in F}} ;$$

sa conclusion équivaut à $(\langle \phi(t), \varphi \rangle = 0)_{\varphi \in F}$; il en est ainsi si $E = \mathcal{D}'(U)$ ou $\mathcal{A}'(K)$ où U est un ouvert de \mathbb{R}^n et K un compact de U . Ces exemples seront le pivot des résultats suivants.

4. Hyperfonctions partiellement analytiques et suites d'unicité

Les hyperfonctions analytiques en $t \in \omega$, ouvert de \mathbb{R}^n sont importantes dans bien des applications. L'école de Sato qualifie ainsi les sections $u \in \mathcal{BA}(\mathbb{R}^m \times \omega)$ du faisceau \mathcal{B} des hyperfonctions sur \mathbb{R}^{m+n} telles que :

$$SS(U) \cap iS^{n-1} dt = \phi$$

(voir [1], [2]). Cela revient à dire que le spectre singulier $SS(u)$ de u ne rencontre pas les éléments du fibré $N^*(\mathbb{R}^m)$ conormal à \mathbb{R}^m dans $\mathbb{R}^m \times \omega$.

Pour ces éléments particuliers de $\mathcal{B}(\mathbb{R}^m \times \omega)$ on sait restreindre aux "hyperplans" $\{t = \lambda\}$ ($= \{(x, t) \in \mathbb{R}^m \times \omega \mid t = \lambda\}$, véritables hyperplans si $n = 1$) les images de u par tout opérateur local. Cependant, lorsque ω est un ouvert connexe contenant l'origine, l'assertion :

$$\left(\partial_i^k u|_{\{t=0\}} = 0 \right)_{k \in \mathbb{N}^n} \quad \text{implique} \quad u = 0 \quad (\text{A})$$

qui est évidemment vraie lorsque u est une fonction de (x, t) analytique en t , est fautive en général lorsque u est une hyperfonction analytique en t , comme le montre un contre exemple connu de Sato cité par Kaneko [2].

Cela tient à ce que cette notion d'analyticité partielle (qui suffit pourtant à définir les restrictions qu'on a rappelées) est plus faible que la notion classique.

En effet, on peut trouver l'exemple précisé plus loin d'une fonction f de (x, t) , non analytique et même telle que $\lambda \rightarrow f|_{\{t=\lambda\}}$ est une application non analytique de ω dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^m)$ et qui contient pourtant t comme paramètre analytique.

Cependant Kaneko [2] a montré que l'assertion (A) est vraie pour les hyperfonctions analytiques en t et dont le support est contenu dans $K \times \omega$ où K est un compact de \mathbb{R}^m . Ce résultat est contenu dans le théorème suivant.

THÉORÈME 4.1. — *Soit $u \in \mathcal{BA}(\mathbb{R}^m \times \omega)$ une hyperfonction analytique en $t \in \omega$: ouvert connexe de \mathbb{R}^n contenant l'origine ainsi que les éléments d'une suite $(t_k)_{k \in \mathbb{N}}$ d'unicité forte au sens de 1.1.*

On suppose de plus que $\text{supp}(u) \subset K \times \omega$ où K est un compact de \mathbb{R}^m . Alors la famille de conditions :

$$\left(\partial_t^k u|_{\{t=t_k\}} = 0 \right)_{k \in \mathbb{N}^n} \quad \text{implique} \quad u = 0.$$

Nous avons démontré ce résultat dans [4] en utilisant une définition plus restrictive que celle de 1.1. Résumons ainsi la méthode, applicable encore à ce cas plus général.

On se ramène au cas d'une variable pour t avec $\omega =] - \delta_1, \delta_2 [$.

Comme l'application $\phi : \lambda \rightarrow u|_{\{t=\lambda\}}$ de ω dans $\mathcal{B}[K] = \mathcal{A}'(K)$ est scalairement analytique et vérifie les hypothèses du théorème 3.2, la remarque 3.3 permet alors de montrer que pour tout $\varphi \in \mathcal{A}(K) : \langle \phi(t), \varphi \rangle = 0$. On peut alors adapter une technique de S.K.K. [1] signalée dans [2] permettant de calculer pour $\varphi\psi \in \mathcal{A}(K) \otimes \mathcal{A}([-\varepsilon_1, \varepsilon_2])$ où $\varepsilon_1 < \delta_1$, $\varepsilon_2 < \delta_2$:

$$\langle [t \rightarrow Y(\varepsilon_2 - t)(\varepsilon_1 + t)] u, \varphi\psi \rangle = \int_{-\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \langle \phi(t), \varphi \rangle \psi(t) dt.$$

On conclut alors par densité que $u = 0$ sur $\mathbb{R}^m \times] - \varepsilon_1, \varepsilon_2 [$, donc sur $\mathbb{R}^m \times \omega$.

Le cas des distributions 4.2. — Si $T \in \mathcal{BA}(\mathbb{R}^m \times \omega)$ est une distribution analytique en t au sens des hyperfonctions, son spectre singulier $\text{SS}(T)$ n'est autre que le front d'onde analytique de T , $\text{WF}_A(T)$, qui contient le front d'onde C^∞ de T , $\text{WF}(T)$, suivant les définitions de Hörmander ([5], § 8.4). Il en résulte que :

$$\text{WF}(T) \cap N^*(\mathbb{R}^m) \subset \text{WF}_A(T) \cap N^*(\mathbb{R}^m) = \emptyset$$

de sorte que les restrictions aux "hyperplans" $\{t = \lambda\}$ des images de T par les opérateurs ∂_t^k sont dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^m) \subset \mathcal{B}(\mathbb{R}^m)$.

Supposons qu'en outre soient vérifiées les autres hypothèses du théorème 4.1 sauf celle de compacité. Alors :

- a) l'application $\phi : \lambda \rightarrow T|_{\{t=\lambda\}}$ de ω dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^m)$ n'est pas scalairement analytique en général;
- b) l'analyticité de ϕ est une condition suffisante pour que $T = 0$.

En effet, il suffit pour montrer a) de vérifier avec Kaneko ([2], ex. 4.8) que la fonction :

$$f(x, t) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{ie^{-t}}{\sqrt[4]{x+i0}} - \frac{1}{\sqrt[8]{x+i0}}\right) & \text{pour } x \neq 0 \\ 0 & \text{pour } x = 0 \end{cases}$$

contient t comme paramètre analytique au sens des hyperfonctions, mais que l'application $t \rightarrow (x \rightarrow f(x, t))$ de \mathbb{R} dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ n'est pas scalairement analytique. Que la condition b) soit suffisante se voit facilement comme au paragraphe 4.1 en faisant intervenir le théorème 3.2 qui montre alors que pour tout $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^m) : \langle \phi(t), \varphi \rangle = 0$. On conclut alors par densité, à partir du calcul, pour $\varphi\psi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^m) \otimes \mathcal{D}(\omega)$, de

$$\langle T, \varphi\psi \rangle = \int_{\mathbb{R}^n} \langle \phi(t), \varphi \rangle \psi(t) dt.$$

- c) Que les conditions $\left(\partial^k T|_{\{t=t_k\}} = 0\right)_{k \in \mathbb{N}^n}$, sans hypothèse supplémentaire sur T , impliquent ou non $T = 0$ est donc un problème que les assertions a) et b) laissent ouvert.

Nous devons cependant signaler que dans le cas particulier où (t_k) est la suite nulle, il a été récemment résolu sous la forme locale suivante par Boman [6] :

Il existe $\delta > 0$ tel que pour

$$T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^m \times \{|t| < \delta\}) \quad \text{et} \quad \text{WF}_A(T) \cap N^*(\mathbb{R}^m) = \emptyset,$$

les conditions :

$$\left(\partial_t^k T|_{\{t=0\}} = 0\right)_{k \in \mathbb{N}^n} \quad \text{impliquent} \quad T = 0.$$

La démonstration est basée sur la construction d'une suite de troncutures utilisées par Hörmander dans la définition de $\text{WF}_A(T)$ et sur une propriété de "platitude" à l'origine, de l'application :

$$\lambda \rightarrow \left\langle T|_{\{t=\lambda\}}, \varphi \right\rangle, \quad \text{pour } \varphi \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^m).$$

Cette propriété, plus faible que l'analyticité, est suffisante pour permettre de conclure lorsque la suite d'unicité (t_k) est la suite nulle, mais, en dehors de ce cas, l'absence d'une propriété d'analyticité qu'on puisse éprouver sur (t_k) interdit d'élaborer une stratégie utilisant les techniques de Boman.

Bibliographie

- [1] SATO (M.), KAWAI (T.) et KASHIWARA (M.) .— *Hyperfunctions and Pseudo differential equations*,
Lectures Notes in Math., **287** (1973).
- [2] KANEKO (A.) .— *Remarks on hyperfunctions with analytic parameters*,
J. Fac. Sc. Univ. Tokyo Sec. 1A, **22** (1975) pp. 371-407; II *ibid.*, **25** (1978) pp. 67-73.
- [3] KANEKO (A.) .— *On hyperfunctions with analytic parameters*,
Academic Press, Inc. Algebraic Analysis, vol. I (1988) pp. 267-276.
- [4] MARTI (J.-A.) .— *Sur la rigidité comparée de fonctions, distributions ou hyperfonctions analytiques par rapport à un groupe de variables*,
Pacific Journal of Math., **150**, n° 2 (1991) pp. 359-382.
- [5] HÖRMANDER (L.) .— *The Analysis of Linear Partial Differential Operators I*,
Springer-Verlag (1983).
- [6] BOMAN (J.) .— *A local Vanishing Theorem for Distributions*,
Reports Department of Math. Univ. Stockholm, ISSN 0348-7652, n° 3 (1991).