

ANNALES DE L'I. H. P., SECTION A

D. GALTSOV

Effet d'absorption négative par les systèmes quasiclassiques

Annales de l'I. H. P., section A, tome 9, n° 1 (1968), p. 35-43

http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1968__9_1_35_0

© Gauthier-Villars, 1968, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P., section A » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Effet d'absorption négative par les systèmes quasiclassiques

par

D. GALTISOV

Institut H. Poincaré (*).

On sait que les systèmes quasiclassiques engendrent sous l'action d'ondes électromagnétiques des effets d'absorption négative se comportant ainsi comme les systèmes essentiellement quantiques, utilisés couramment dans les amplificateurs et générateurs quantiques. La possibilité de construire un tel maser quasiclassique a été examinée pour la première fois par J. Schneider [1]. Il a considéré l'interaction entre des ondes électromagnétiques et un électron tournant avec une vitesse faiblement relativiste ($\beta^2 \neq 0$, $\beta^4 \sim 0$) dans un champ magnétique homogène et constant. Les niveaux d'énergie d'un électron dans ce champ ne sont pas équidistants (d'ordre \hbar) et le phénomène d'amplification apparaît pour cette raison. Cette idée a été déjà réalisée au cours de plusieurs expériences [2]. On a aussi montré que dans les domaines d'énergie relativiste, un effet d'absorption négative existe pour un très grand nombre d'harmoniques de la fréquence cyclotron [3]. On a trouvé ensuite des systèmes ayant un spectre équidistant (cas non relativiste) qui peuvent tout de même assurer l'amplification. C'est le cas par exemple d'un électron dans un champ magnétique non homogène, mais symétrique par rapport à un axe : $H \sim r^{-q}$, $0 < q < 1$ [4] et d'un électron dans les champs magnétiques et électrostatiques croisés [5].

On n'a examiné toutefois que des exemples particuliers en supposant que *a*) le champ de haute fréquence est monochromatique, *b*) que la fonction de la distribution des électrons en énergies est la fonction δ , *c*) que

(*) Détaché de l'Université de Moscou.

le temps de relaxation déterminant la largeur effective des niveaux ne dépend pas de l'énergie, ce qui n'est pratiquement jamais réalisé. A part cela, on se bornait à étudier le premier ordre d'approximation en théorie des perturbations; ce qui peut être insuffisant lorsque l'intensité des ondes devient suffisamment forte.

Dans ce travail, nous considérons le problème d'interaction des ondes avec un système quasiclassique arbitraire en prenant pour point de départ la solution exacte du problème des trois niveaux. Cet examen permet d'éclaircir les conditions générales de l'amplification des ondes par les systèmes quasiclassiques dans le cas des rapports différents entre paramètres caractéristiques et aussi de tenir compte de l'effet de saturation. Il faut mentionner que la densité des particules est présumée assez petite, pour qu'on puisse négliger l'altération des ondes incidentes par le milieu.

1. L'APPROXIMATION DES TROIS NIVEAUX

Dans la limite quasiclassique, les niveaux d'énergie se déterminent par la règle de Bohr :

$$\oint p dx = 2\pi\hbar\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

A l'aide de cette relation, on peut facilement calculer la fréquence de la transition du niveau E_{l+s} au niveau E_l :

$$\omega_{l+s,l} = \frac{E_{l+s} - E_l}{\hbar} = \frac{2\pi}{T} s \left[1 + \frac{1}{2} \hbar \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{2\pi}{T} \right) s \right], \quad (2)$$

où T est la période du mouvement classique.

On voit ainsi que la différence $\omega_{l+s,l} - \omega_{l,l-s}$ tend vers zéro, quand $\hbar \rightarrow 0$, et que les niveaux sont précisément équidistants, si la période classique ne dépend pas de l'énergie. Dans les deux cas, pour chaque fréquence $\omega_s = s\omega_0 = s \frac{2\pi}{T}$ les transitions avec émission ($l \rightarrow l - s$) sont inséparables des transitions avec absorption ($l \rightarrow l + s$) dans la limite $\hbar \rightarrow 0$.

Supposons qu'à l'instant $t = 0$, on ait un électron avec l'énergie E_l et n photons ayant l'énergie $\hbar\omega$, telle que la fréquence ω soit proche d'une des fréquences possibles des transitions ω_s . On va désigner cet état par $|0\rangle$. Soient $|1\rangle$ et $|2\rangle$ les états du système entier dans lesquels l'électron a l'énergie E_{l-s} et E_{l+s} et où il y a $n + 1$ et $n - 1$ photons $\hbar\omega$

respectivement. Les énergies complètes ε_j ($j = 0, 1, 2$) de ces états sont égales lorsque $\hbar \rightarrow 0$; ainsi on peut ne tenir compte que d'eux en considération des processus dynamiques. Le nombre infini de tous les autres états joue à son tour le rôle principal dans les processus de dissipation. Pour cette raison la technique des opérateurs de projection [6] paraît très commode. Soit $H = H_0 + V$ l'Hamiltonien du système entier électron + photons, et supposons qu'il est choisi dans la représentation de Schrödinger où V ne dépend pas du temps. En faisant la transformation de Laplace, on obtiendra pour l'image $|p\rangle$ du vecteur d'état $|t\rangle$ l'équation

$$(i\hbar p - H) |p\rangle = i\hbar p |0\rangle \quad (3)$$

Les images des éléments de matrice auxquelles on s'intéresse sont

$$M_{0j}(p) = i\hbar p \langle j | \widehat{S}(p) | 0 \rangle, \quad \widehat{S}(p) = (i\hbar p - H)^{-1} \quad j = 1, 2 \quad (4)$$

Introduisons l'opérateur de projection

$$\Lambda = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|; \quad \Lambda^2 = \Lambda;$$

dont l'action est $\equiv 0$ sur n'importe quel vecteur sauf sur les trois vecteurs sélectionnés. D'après [7] l'opérateur $S(p)$ peut être écrit sous la forme

$$\begin{aligned} \widehat{S}(p) &= (i\hbar p - \Lambda H_0 \Lambda - \Lambda R(p) \Lambda)^{-1} \\ R(p) &= V + V(1 - \Lambda)[i\hbar p - (1 - \Lambda)H(1 - \Lambda)]^{-1}(1 - \Lambda)V \end{aligned} \quad (5)$$

Grâce à la définition de Λ , les éléments de matrice de l'opérateur $S(p)$ entre paires différentes des trois états 0, 1, 2 ne sont liés qu'entre eux. Pour chacun d'eux, nous obtiendrons une équation algébrique du troisième ordre. En résolvant ces équations, on aura :

$$M_{0j}(p) = i\hbar p \langle j | V | 0 \rangle \left(i\hbar p - \varepsilon_j - \frac{i\gamma_j(p)}{2} \right) F^{-1}(p) \quad j = 1, 2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} F(p) &= \left(i\hbar p - \varepsilon_1 - \frac{i\hbar\gamma_1(p)}{2} \right) \left(i\hbar p - \varepsilon_0 - \frac{i\hbar\gamma_0(p)}{2} \right) \left(i\hbar p - \varepsilon_2 - \frac{i\hbar\gamma_2(p)}{2} \right) + \\ &+ |\langle 1 | V | 0 \rangle|^2 \left(i\hbar p - \varepsilon_2 - \frac{i\hbar\gamma_2(p)}{2} \right) + |\langle 2 | V | 0 \rangle|^2 \left(i\hbar p - \varepsilon_1 - \frac{i\hbar\gamma_1(p)}{2} \right) \end{aligned}$$

où $\gamma_j(p) = 2\text{Im} \langle j | \Lambda R \Lambda | j \rangle$.

La partie réelle des éléments diagonaux de matrice de l'opérateur $\Lambda R \Lambda$ fournit des déplacements de niveaux, déjà inclus dans ε_j .

On peut montrer, comme dans [8], que les paramètres γ_j pris aux points $p = \frac{\varepsilon_j}{\hbar} - i\varepsilon$, où $\varepsilon \rightarrow 0$ déterminent la règle du contour des pôles et four-

nissent le premier ordre non nul des expressions connues pour les largeurs des niveaux par rapport aux transitions spontanées. De la même façon, si l'on ajoute à l'Hamiltonien du système l'opérateur décrivant d'autres processus de relaxation — les collisions, etc., on verra que γ_j fournit la largeur effective des niveaux par rapport à tous les processus de dissipation possibles. On peut montrer de plus que les paramètres $\gamma_j(p)$ peuvent être remplacés par $\gamma_j(\epsilon_j/\hbar - i\epsilon) \equiv \gamma_j$ avec une précision suffisante si l'on ne s'intéresse qu'à la valeur moyenne des probabilités par rapport au temps. La fonction $F(p)$ devient donc un polynôme du troisième ordre et les pôles des éléments de matrice peuvent être calculés explicitement. Il est clair que si $\gamma_j = 0$, les trois pôles sont placés sur l'axe imaginaire. Cela signifie que la valeur moyenne de la puissance du rayonnement stimulé par rapport au temps serait nulle. A cause de la valeur finie de γ_j , les pôles se déplacent hors de l'axe imaginaire. Chaque amplitude de transition se subdivise maintenant en trois termes tendant vers zéro lorsque $t \rightarrow \infty$. Si $\langle j | V | 0 \rangle \ll \hbar\gamma_j$, les positions des pôles se déterminent pour l'essentiel par les largeurs γ_j . Cette situation se présente si l'amplitude du champ électrique dans l'onde satisfait à la condition

$$E \ll E_c = \hbar\gamma\omega/c | e | \quad (7)$$

Si $E \gtrsim E_c$, la saturation se manifeste. Nous allons examiner ci-dessous le cas de l'absence de saturation. Alors, on a pour les probabilités moyennes des transitions par l'unité de temps :

$$d^3\omega_{0j} = \sum_{\lambda} \frac{2\pi e^2 I_{k\lambda}^{\rightarrow}}{\hbar\omega^2 m^2 c} | \vec{e}_{\mu} \vec{g}_{0j} |^2 g_{0j} d\omega dO, \quad j = 1, 2 \quad (8)$$

Ici

$$\vec{g}_{0j} = \int \psi_j^* e^{\mp i\vec{k}\cdot\vec{r}} \hat{p} \psi_0 dx^3,$$

\vec{e}_{λ} , le vecteur unique de polarisation; $I_{k\lambda}^{\rightarrow}$, l'intensité spectrale des ondes,

$$g_{0j} = \frac{4(\gamma_0 + \gamma_j)}{4(\omega - \omega_{0j})^2 + (\gamma_0 + \gamma_j)^2}; \quad \omega_{0j} = \frac{|E_0 - E_j|}{\hbar}$$

On s'intéresse d'habitude à la valeur moyenne de la puissance de l'effet sommaire d'émission et d'absorption. Celle-ci peut être calculée comme $\langle t | \frac{dH_{\gamma}}{dt} | t \rangle$, où H_{γ} est l'Hamiltonien des photons libres. On peut montrer ainsi que

$$dP = \hbar\omega(d^3\omega_{01} - d^3\omega_{02}) \quad (9)$$

Il faut mentionner que l'expression (9) se distingue de celle de [I], où chaque probabilité $d\mathcal{W}_{0j}$ est multipliée par sa propre fréquence ω_{0j} , ce qui peut être faux si $dT/dE \neq 0$.

2. CAS A UNE DIMENSION

Étudions d'abord un cas simple, quand tous les paramètres du système ne dépendent que de l'énergie dont les niveaux sont déterminés par un seul nombre quantique. Soient N_l les nombres de population. La puissance totale du rayonnement est donnée alors évidemment par la somme des expressions du type (9) sur tous les l et sur toutes les harmoniques $\omega_s = s\omega_0$ de la fréquence de base $\omega_0 = \partial E/\hbar\partial l$. Pratiquement, cette somme est limitée par le facteur g , qui tend très vite vers zéro, quand la différence $|\omega - \omega_s|$ augmente.

$$dP = \hbar\omega \sum_{ls} N_l (d\mathcal{W}_{l,l-s} - d\mathcal{W}_{l,l+s}) \quad (10)$$

Dans la limite quasiclassique, on peut passer à l'intégrale sur l'énergie en introduisant la fonction de distribution $f(E)$, dont la liaison avec N_l est $f(E_l) \frac{dE}{dl} \Big|_{E=E_l} = N_l$. On obtient

$$dP = - \frac{2\pi e^2}{m^2 c \omega} \int dE \sum_{s\lambda} \vec{I}_{k\lambda} f(E) \omega_s \frac{\partial}{\partial E} (W_\lambda^{(s)} g^{(s)}(E, \omega)) d\omega dO \quad (11)$$

où

$$W_\lambda^{(s)} = |\vec{e}_\lambda \vec{\mathcal{P}}_{l,l-s}|^2; \quad g^s(E, \omega) = \frac{2\gamma(E)}{\gamma^2(E) + [\omega - \omega_s(E)]^2}$$

Généralement $W_\lambda(E, \omega)$ est une fonction relativement plate de chaque variable, tandis que $g^s(E, \omega)$ possède des maximums aigus par rapport aux variables E et ω , qui limitent l'intégration. Le résultat de l'intégration dépend donc des rapports entre les largeurs Δ_E de la fonction $f(E)$ et Δ_ω de l'intensité spectrale $\vec{I}_{k\lambda}$ d'un côté, et les largeurs effectives δ_E et δ_ω du facteur $g(\omega, E)$. Il est évident que

$$\delta_\omega = 2\gamma \quad , \quad \delta_E = 2\gamma \left[\left(\frac{\partial \gamma}{\partial E} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_s}{\partial E} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (12)$$

Examinons séparément quelques cas distincts :

a) Les électrons sont monoénergétiques, l'onde est monochromatique,

c'est-à-dire $\Delta_\omega \ll \delta_\omega$, $\Delta_E \ll \delta_E$. En faisant l'intégration sur E dans (11), on peut évidemment remplacer avec une précision suffisante $f(E') = N_0 \delta(E - E')$, où N_0 est le nombre entier des particules. Si on suppose en même temps que γ est assez petit par rapport à ω_s , ce qui d'ailleurs justifie la notion du spectre discret, on devra laisser dans la somme sur s un seul terme, tel que $\omega - \omega_s \sim 0$

$$dP_{\lambda}^{(s)} = \frac{4\pi e^2 I_{k\lambda}^{\rightarrow}}{m^2 e \gamma \omega} \frac{\omega_s}{1+x^2} N_0 W_{\lambda}^{(s)} \left(\frac{\partial}{\partial E} \ln \frac{\gamma^2}{W_{\lambda}^{(s)}} + \frac{x/\gamma}{1+x^2} \frac{\partial \omega_s}{\partial E} \right) d\omega dO \quad (13)$$

où $x = (\omega_s - \omega)/\gamma$ et $\alpha = (1 - x^2)/(1 + x^2)$ ne doit pas être différentié.

Dans le cas d'un spectre équidistant ($\frac{\partial \omega_s}{\partial E} = 0$), la puissance (13) est positive si

$$\frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{\gamma^2(E)}{W_{\lambda}^{(s)}(E)} \right) > 0 \quad (14)$$

Il faut se rendre compte que dans cette expression la fonction $W(E)$ détermine la puissance de l'émission spontanée, tandis que $\gamma(E)$ est déterminé non seulement par les processus de rayonnement, mais aussi par tous les processus de dissipation.

L'inégalité (14) peut être réalisée si $W_{\lambda}^{(s)}(E)$ est une fonction décroissante dans le domaine considéré. Cette situation a lieu dans les cas étudiés dans [4], [5] avec la différence que là l'énergie dépend de plusieurs nombres quantiques et que $\frac{\partial W}{\partial E} < 0$ seulement par rapport à certaines transitions combinées.

Si ω_s dépend de l'énergie, le domaine d'amplification n'est pas symétrique par rapport à x . De plus, le signe de x coïncide avec le signe de la dérivée $\frac{\partial \omega_s}{\partial E}$ dans le domaine d'amplification. Un effet de ce type se manifeste lors de l'interaction d'un électron relativiste dans le champ magnétique homogène avec des ondes ayant la fréquence $\omega \gtrsim \omega_c = \frac{eH_c}{E}$ [1], [3].

b) L'excitation par un spectre large ($\Delta_\omega \gg \delta_\omega$, $\Delta_E \ll \delta_E$). Considérons la contribution sommaire de toutes les fréquences présentes. En faisant dans (11) l'intégration sur ω nous pouvons remplacer le facteur $\mathcal{G}(\omega E)$ par $2\pi \delta(\omega_s - \omega)$. Si la dérivée $\partial \omega_s / \partial E \neq 0$ dans le domaine considéré, nous obtiendrons :

$$dP = - \frac{4\pi e^2 N_0}{m^2 c} \sum_{s\lambda} \frac{\partial \omega_s}{\partial E} \left(\frac{\partial}{\partial \omega_s} + \frac{\partial}{\partial E} \right) \frac{W_{\lambda}^{(s)} I_{k\lambda}^{\rightarrow}}{\omega} dO \quad (15)$$

La somme sur s doit être prise sur tout ω , se trouvant à l'intervalle Δ_ω . On voit que dans ce cas, c'est le signe de la dérivée $\frac{\partial \omega_s}{\partial E}$ qui détermine sur quelle partie de la courbe $I(\omega)$ on a l'amplification.

Si $\omega_s = \text{const.}$, nous obtiendrons

$$dP = - \frac{4\pi^2 e^2 N_0}{m^2 c} \sum_{s\lambda} I_{k\lambda}^+ \frac{\partial W_\lambda^s}{\partial E} dO \quad (16)$$

c'est-à-dire dans ce cas, l'amplification n'est possible que si $\frac{\partial W}{\partial E} < 0$.

c) Un spectre large des électrons ($\Delta_\omega \ll \delta_\omega$; $\Delta_E \gg \delta_E$). Dans la mesure où le facteur $g(\omega E)$ sélectionne seulement E_s pour lesquels $\omega_s(E_s) - \omega \sim 0$, on peut faire l'intégration sur E dans (11) en remplaçant $g(\omega E)$ par une fonction δ . Après avoir supposé que $\partial \omega_s / \partial E \neq 0$ on obtiendra le résultat suivant :

$$dP = \frac{4\pi^2 e^2}{m^2 \omega c} \sum_{s\lambda} \left| \frac{\partial \omega_s}{\partial E} \right|^{-1} I_{k\lambda}^+ W_\lambda^s(E_s) \frac{\partial}{\partial E_s} (f(E_s) \omega_s) d\omega dO \quad (17)$$

La somme doit être prise sur tout les E_s appartenant à Δ_E . Comme on voit dans (17) la condition d'absorption négative est la même que la condition de population inverse, c'est-à-dire $\frac{\partial(\omega_s f)}{\partial E} > 0$. Nous allons voir ci-dessous que pour les systèmes à « plusieurs dimensions », ce n'est pas obligatoire.

3. CAS DE PLUSIEURS VARIABLES

Si les probabilités et les fréquences des transitions dépendent outre l'énergie d'autres intégrales du mouvement, le bilan énergétique de l'interaction dépendra aussi des fonctions de distribution sur ces paramètres. Si ces dernières ont des maximums assez aigus, la condition de population inverse n'est plus indispensable. On va montrer que dans certains cas, la condition favorable pour obtenir l'absorption négative peut être $\partial f(E) / \partial E < 0$.

Considérons un système dont les paramètres dépendent de l'énergie et d'une intégrale du mouvement \mathcal{J} . Supposons que le mouvement est doté d'une seule période, c'est-à-dire que les niveaux d'énergie et les valeurs possibles de \mathcal{J} sont déterminés par un nombre quantique discret l et par une variable continue v . Les fréquences de transition

sont données dans le domaine quasiclassique par l'expression :

$$\hbar\omega_s = E(n, \nu) - E(n - s, \nu - \Delta\nu) \simeq s \frac{\partial E}{\partial n} + \Delta\nu \frac{\partial E}{\partial \nu} \quad (18)$$

Le paramètre \mathcal{J} change d'une grandeur $\hbar\Delta\mathcal{J} = s\partial\mathcal{J}/\partial n + \Delta\nu\partial\mathcal{J}/\partial\nu$, qui, comme ω_s , dépend à son tour de E et \mathcal{J} .

Soient $N_{n\nu}$ les nombres de population. Alors, au lieu de (9), on obtient pour la puissance sommaire du rayonnement

$$dP = \hbar\omega \sum_{n,s,\lambda} f d\nu (N_{n\nu} - N_{n-s,\nu-\Delta\nu}) d^4\mathcal{W}_{01}^{(\lambda)} \quad (19)$$

Dans la limite quasi classique $n \gg 1$, $s \ll n$, $\Delta\nu \ll \nu$, passons à l'intégration sur E et \mathcal{J} . Introduisons la fonction de distribution $f(E\mathcal{J})$ régularisée d'après l'égalité

$$\int f(E\mathcal{J}) dE d\mathcal{J} = N_0,$$

de sorte que la liaison $f(E\mathcal{J})$ avec $N_{n\nu}$ est donnée par

$$N_{n\nu} = f(E\mathcal{J})\mathcal{D}, \quad \mathcal{D} = \partial(E\mathcal{J})/\partial(n\nu)$$

Au lieu de (19), on aura

$$dP = \hbar\omega \sum_{s\lambda} \int dE d\mathcal{J} \mathcal{D}^{-1} \left[\hbar\omega_s \frac{\partial}{\partial E} (f\mathcal{D}) + \hbar\Delta\mathcal{J} \frac{\partial}{\partial \mathcal{J}} (f\mathcal{D}) \right] d^4\mathcal{W}_{01}^{(\lambda)} \quad (20)$$

En intégrant par parties, on peut voir que dans les cas *a*) et *b*) du paragraphe précédent, il n'y a pas de changements en principe. Réexaminons maintenant le cas $\Delta_E \ll \Delta_E$. Supposons la fonction de distribution ayant un pic aigu par rapport à \mathcal{J} , tel que la largeur $\Delta_{\mathcal{J}}$ est beaucoup moins que la largeur effective du facteur $g(\vec{k}E\mathcal{J})$ par rapport à \mathcal{J} . On peut alors écrire $f(E\mathcal{J}') = f(E)\delta(\mathcal{J} - \mathcal{J}')$ et faire l'intégration sur \mathcal{J} . Au contraire, en intégrant sur E , nous pouvons remplacer g par $2\pi\delta(\omega_s - \omega)$. On verra alors que les énergies qui sont responsables de l'émission d'une fréquence donnée ω fournissent une série des grandeurs discrètes E_s pour lesquelles $\omega_s(E_s) = \omega$. En supposant aussi que $\partial\omega_s/\partial E \neq 0$ aux points $E = E_s$, nous obtiendrons

$$dP = \frac{4\pi^2 e^2}{m^2 \omega c} \sum_{s\lambda} \mathbf{I}_{k\lambda}^{\rightarrow} \left| \frac{\partial\omega_s}{\partial E_s} \right|^{-1} \left\{ f(E) \left[\mathbf{D}^{-1} \omega_s W_\lambda \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial E_s} + \frac{\partial}{\partial E_s} \left(\Delta \mathcal{J} W_\lambda \frac{\partial \omega_s / \partial \mathcal{J}}{\partial \omega_s / \partial E_s} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbf{D} \frac{\partial}{\partial \mathcal{J}} (\Delta \mathcal{J} W_\lambda \mathbf{D}^{-1}) \right] + \frac{df}{dE_s} W_\lambda \frac{\Delta \omega_s}{\hbar} \left(\frac{\partial \omega_s}{\partial E_s} \right)^{-1} \right\} dO d\omega \quad (21)$$

où

$$\Delta\omega_s \equiv d^2E_s = \frac{\partial\omega_s}{\partial E} \hbar\omega_s + \frac{\partial\omega_s}{\partial \mathfrak{J}} \hbar\Delta\mathfrak{J}.$$

On voit de (21) que si $\Delta\omega_s$ et $\frac{\partial\omega_s}{\partial E_s}$ ont les signes différents aux points $E=E_s$,

la condition favorable pour l'absorption négative est $\frac{df}{dE_s} < 0$.

Considérons deux exemples :

a) L'absorption négative de Cherenkov.

Le rôle des fréquences de transition ω_s est joué par une seule fréquence

$$\omega_0 = \vec{\kappa}v = \omega\sqrt{\varepsilon(\omega)}\beta \cos\theta \cos\Phi, \quad \cos\theta = \frac{\kappa_z}{\kappa}.$$

Soit $\mathfrak{J} \equiv \cos\Phi = \frac{\beta_z}{\beta}$. On peut montrer que :

$$\Delta\omega_0|_{E=E_0} = \frac{\hbar\omega^2}{E\beta^2 \cos^2\Phi} (1 - \beta^2 \cos^2\Phi) > 0; \quad \frac{\partial\omega_0}{\partial E}|_{E=E_0} = \frac{\omega}{E} \frac{1 - \beta^2}{\beta} > 0,$$

c'est-à-dire la condition favorable est celle de la population inverse.

b) L'absorption négative dans le champ magnétique homogène ($\vec{H} \parallel Oz$)

$$\omega_s = s |e| H_c/E + \omega\beta \cos\theta \cos\Phi; \quad \mathfrak{J} \equiv \cos\Phi$$

$$\Delta\omega_s|_{E_s} = -\frac{\hbar\omega^2}{E_s} \sin^2\theta < 0; \quad \frac{\partial\omega_s}{\partial E}|_{E_s} = -\frac{\omega}{E_s\beta_s} (\beta_s - \cos\theta \cos\Phi)$$

Donc, si $f(E) \neq 0$ dans le domaine $E < E_{cr} = mc^2(1 - \cos^2\theta \cos^2\varphi)^{-1/2}$,

la condition favorable est $\frac{\partial f}{\partial E} < 0$, c'est-à-dire l'absence de population inverse.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. SCHNEIDER, *Phys. Rev. Lett.*, t. 2, 1959, p. 504.
- [2] HIRSHFIELD et WACHTEL, *Phys. Rev. Lett.*, t. 17, 1964, p. 533.
I. BOTT, *Phys. Lett.*, t. 14, 1965, p. 293.
A. V. GAPONOV, A. A. GOLDENBERG, D. P. GRIGORIEV, I. M. ORLOVA, T. V. PANKRATOVA et M. I. PETELIN, *Pisma J. E. T. P.*, t. 2, 1965, p. 430.
- [3] A. A. SOKOLOV et I. M. TERNOV, *D. A. N. URSS*, t. 166, 1966, p. 1332.
- [4] U. G. PAVLENKO, D. V. GALTISOV, *Radiofisika*, t. 9, 1966, p. 1232.
- [5] D. V. GALTISOV, V. T. JUKOVSKI, U. A. KOROVIN, V. N. LIUBIMOV et U. G. PAVLENKO, *Radiofisika*, t. 10, 1967, p. 734.
- [6] L. MOWER, *Phys. Rev.*, t. 142, 1966, p. 799.
- [7] *Optique et électronique quantiques*. École d'été, Les Houches, 1964.

Reçu le 2 avril 1968.