

ANNALES DE L'I. H. P., SECTION B

JACQUELINE CHATARD

Erratum à l'article de Mme J. Chatard

Annales de l'I. H. P., section B, tome 7, n° 1 (1971), p. 81-82

http://www.numdam.org/item?id=AIHPB_1971__7_1_81_0

© Gauthier-Villars, 1971, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Annales de l'I. H. P., section B* » (<http://www.elsevier.com/locate/anihpb>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ERRATUM A L'ARTICLE DE Mme J. CHATARD

Ann. Inst. Henri Poincaré,
Vol. VI, n° 4, 1970, p. 307-326.

Section B :
Calcul des Probabilités et Statistique.

**Applications des propriétés de moyenne d'un groupe
localement compact à la théorie ergodique.**

Le lemme de la page 325 est à remplacer par le suivant :

LEMME

$$\forall f \in L_1^+(X) \lim_{m \rightarrow \infty} [M_m(f_n) - f_m] = 0 \text{ P. p. s.}$$

a) *Cas où* $f \in L^\infty(X)$:

$$\begin{aligned} |M_m(f_n)(x) - M_m(f)(x)| &= \left| \frac{1}{\lambda(H_m)} \int_{H_m} \left[\frac{1}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} [f(hTx) - f(Tx)] d\lambda(h) \right] d\lambda(T) \right| \\ &\leq \frac{1}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} d\lambda(h) \int_{hH_m \Delta H_m} f(Tx) \frac{d\lambda(T)}{\lambda(H_m)} \\ &\leq \frac{\|f\|_\infty}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} \frac{\lambda(hH_m \Delta H_m)}{\lambda(H_m)} d\lambda(h) \text{ P. p. s.} \end{aligned}$$

Alors on a

$$0 \leq \overline{\lim}_m |M_m(f_n)(x) - f_m(x)| \leq \frac{\|f\|_\infty}{\lambda(H_n)} \int_{H_n} \overline{\lim}_m \frac{\lambda(hH_m \Delta H_m)}{\lambda(H_m)} d\lambda(h) = 0 \text{ P. p. s.}$$

b) *Cas général* :

$L^\infty(X)$ est dense dans $L^1(X)$.

Donc $\forall \varepsilon > 0 \exists k \in L^\infty(X)$ telle que $\|f - k\|_1 < \frac{\varepsilon}{2}$ et par suite

$$\|f_n - k_n\|_1 < \frac{\varepsilon}{2} \forall n.$$

On a :

$$|M_m(f_n - f)(x)| \leq M_m |f_n - k_n + k - f|(x) + |M_m(k_n - k)(x)|.$$

Soit $\alpha > 0$

$$\begin{aligned} \mathbf{P} \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(f_n - f)(x) | > 2\alpha \} &\leq \mathbf{P} \{ x : \overline{\lim}_m M_m | f_n - k_n + k - f | (x) > \alpha \} \\ &\quad + \mathbf{P} \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(k_n - k)(x) | > \alpha \}. \end{aligned}$$

D'où en utilisant a) et le théorème IV

$$\mathbf{P} \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(f_n - f)(x) | > 2\alpha \} \leq \frac{K}{\alpha} \varepsilon.$$

Comme ε est arbitraire, on en déduit que

$$\mathbf{P} \{ x : \overline{\lim}_m | M_m(f_n - f)(x) | > 2\alpha \} = 0.$$

C'est-à-dire $\lim_{m \rightarrow \infty} [M_m(f_n) - f_m] = 0$ p. s.
