
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

GARNIER

**Géométrie. Recherche de la distance entre les centres des cercles
inscrit et circonscrit à un même triangle**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 3 (1812-1813), p. 346-347

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1812-1813__3__346_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1812-1813, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GÉOMÉTRIE.

*Recherche de la distance entre les centres des cercles
inscrit et circonscrit à un même triangle ;*

Par M. GARNIER , docteur ès sciences , ancien professeur
à l'école polytechnique.



AU RÉDACTEUR DES *ANNALES* ,

MONSIEUR ,

LA lecture de vos *Annales* me laisse le regret de n'avoir pas
connu plutôt cet intéressant recueil ; il m'aurait servi à améliorer

quelques théories de la première section de mon algèbre ; mais enfin je l'exploite au profit, tant de la seconde que de l'*Application de l'algèbre à la géométrie*, et des réciproques, ouvrage dont je prépare de nouvelles éditions ; ainsi, Monsieur, vous voyez que je serai de beaucoup votre débiteur.

Je ne sais trop, Monsieur, si vous consentirez à revenir sur une question déjà traitée dans le tome 1.^{er} de votre recueil (pages 149 - 158). Il s'agit de l'expression de la distance entre les centres des cercles inscrit et circonscrit à un même triangle. Il me semble que le procédé que j'ai l'honneur de vous adresser se recommande, par sa simplicité.

Soient A, B, C les trois angles du triangle proposé ; soient respectivement r et R les rayons des cercles inscrit et circonscrit ; soit enfin D la distance entre les centres de ces cercles.

En considérant D comme l'un des côtés d'un triangle dont le sommet est en A , observant que les deux autres côtés de ce triangle sont R et $\frac{r}{\text{Sin.} \frac{1}{2} A}$, et que l'angle compris est $\frac{1}{2}(B-C)$ ou $\frac{1}{2}(C-B)$; on trouvera, par l'équation fondamentale de la trigonométrie rectiligne,

$$2rR \text{Cos.} \frac{1}{2}(B-C) \text{Sin.} \frac{1}{2} A = r^2 + (R^2 - D^2) \text{Sin.}^2 \frac{1}{2} A.$$

En transportant le sommet de ce triangle de A en B , on aura semblablement

$$2rR \text{Cos.} \frac{1}{2}(A-C) \text{Sin.} \frac{1}{2} B = r^2 + (R^2 - D^2) \text{Sin.}^2 \frac{1}{2} B.$$

Retranchant cette dernière équation de la première, il viendra

$$2rR \{ \text{Cos.} \frac{1}{2}(B-C) \text{Sin.} \frac{1}{2} A - \text{Cos.} \frac{1}{2}(A-C) \text{Sin.} \frac{1}{2} B \} \\ = (R^2 - D^2) (\text{Sin.}^2 \frac{1}{2} A - \text{Sin.}^2 \frac{1}{2} B) ;$$

or,

$$\text{Cos.} \frac{1}{2}(B-C) \text{Sin.} \frac{1}{2} A - \text{Cos.} \frac{1}{2}(A-C) \text{Sin.} \frac{1}{2} B = \text{Sin.} \frac{1}{2}(A-B) \text{Cos.} \frac{1}{2} C \\ = \text{Sin.} \frac{1}{2}(A-B) \text{Sin.} \frac{1}{2}(A+B) \\ = \text{Sin.}^2 \frac{1}{2} A - \text{Sin.}^2 \frac{1}{2} B ;$$

on a donc, simplement

$$2rR = R^2 - D^2,$$

ou

$$D = \sqrt{R^2 - 2rR}.$$

Paris, le 16 novembre 1812.