
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

Questions proposées

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 13 (1822-1823), p. 247-248

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1822-1823__13__247_1>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1822-1823, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS PROPOSÉES.

Problème d'analyse.

Assigner la somme finie de chacune des trois séries infinies que voici :

$$1.^\circ \frac{a \cos x}{1} - \frac{a^3 \cos 3x}{3} + \frac{a^5 \cos 5x}{5} - \frac{a^7 \cos 7x}{7} + \dots$$

$$2.^\circ \cos x + \frac{1}{2} \frac{\cos 3x}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{\cos 5x}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{\cos 7x}{7} + \dots$$

$$3.^\circ \frac{\cos x \cos y}{1} - \frac{\cos 2x \cos 2y}{2} + \frac{\cos 3x \cos 3y}{3} - \frac{\cos 4x \cos 4y}{4} + \dots$$

Théorème de géométrie élémentaire.

Le point O d'un plan indéfini dont la somme $OA+OB+OC$, des distances à trois points A, B, C, situés comme on le voudra hors de ce plan est un *minimum* est tel que si, par l'une quelconque des droites OA, OB; OC, on conduit un plan perpendiculaire au plan dont il s'agit, ce plan divisera en deux parties égales l'angle formé par les deux autres droites.

Théorème de Géométrie transcendante.

On sait que le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées du centre d'une hyperbole sur toutes les tangentes à cette courbe est une sorte de *huit* renverse (∞) appelé *Lemniscate*, ayant mêmes axes, même centre et même sommet que l'hyperbole.

Supposons que l'hyperbole soit équilatère, et soit son axe égal à $2a$. Sur cet axe, comme grand axe, soit construite une ellipse dont le petit axe soit égal à la distance entre ses foyers (*); cette ellipse, circonscrite à la Lemniscate, aura comme elle même centre et mêmes sommets que l'hyperbole.

Soit désignée par E l'excès fini de l'asymptote infinie de l'hyperbole comptée du centre, sur le quart aussi infini de cette courbe. (**)
Soient en outre q le quart du périmètre de la Lemniscate et Q le quart du périmètre de l'ellipse; on aura

$$1.^{\circ} \quad E+q=Q\sqrt{2} \text{ ,}$$

$$2.^{\circ} \quad Eq = \frac{\pi}{4} \cdot a^2 \text{ .}$$

(*) C'est l'ellipse projection d'un cercle sur un plan qui fait avec le sien un angle demi-droit. Elle jouit de diverses propriétés remarquables.

(**) C'est la distance du centre au point de l'asymptote où viendrait aboutir le point de la courbe qui se trouve au sommet, si cette courbe supposée flexible était appliquée sur son asymptote, sans déplacement du point de contact à l'infini.