ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

Démonstrations diverses du théorème de géométrie énoncé à la page 212 du présent volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 13 (1822-1823), p. 319-320
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1822-1823__13__319_0>

Démonstrations diverses du théorème de géométrie énoncé à la page 212 du présent volume.

THÉORÈME. *Deux hyperboles équilatères telles que les diamètres principaux de chacune sont les asymptotes de l'autre se coupent toujours à angles droits.*

Démonstration de M. W. H. T.

C'est un théorème connu, et d'ailleurs très-facile à démontrer que, dans l'hyperbole équilatère, rapportée à son centre et à ses diamètres principaux, la normale est constamment égale au rayon vecteur.

Cela posé; soit C (fig. 2) le centre commun de deux hyperboles équilatères dont les asymptotes soient dirigées suivant CN et CN', et suivant leurs perpendiculaires respectives au point C; et soit P un point commun aux deux courbes. Soient menées les normales PN et PN', ainsi que le rayon vecteur CP, prolongé jusqu'en V.

Les deux triangles CPN et CPN' étant isocèles, d'après ce qui vient d'être dit plus haut, il s'ensuit que les angles extérieurs VPN et VPN' sont respectivement doubles des intérieurs PCN et PCN'; d'où il suit que l'angle total NPN' est double de l'angle total NCN'; c'est-à-dire que *l'angle sous lequel se coupent deux hyperboles équilatères de même centre est constamment double de celui sous lequel se coupent leurs asymptotes ou leurs axes transverses*; d'où il suit que, si ce dernier est demi-droit, les deux hyperboles se couperont perpendiculairement; ce qui démontre complètement le théorème,