ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

J. B. DURRANDE

Démonstration de M. J. B. Durrande, professeur de physique au collége royal de Cahors, et d'un abonné

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 13 (1822-1823), p. 320-321
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1822-1823__13__320_1>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1822-1823, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Démonstration de M. J. B. Durrande, professeur de physique au collége royal de Cahors, et d'un Abonné.

On sait que la tangente à une hyperbole, terminée à ses asymptotes, a son milieu à son point de contact avec la courbe; et que de plus elle est égale et parallèle au conjugué du diamètre qui passe par ce point.

Et, comme il est d'ailleurs connu que, dans l'hyperbole équilatère, deux diamètres conjugués quelconques sont de même longueur; il s'ensuit que, dans une telle hyperbole, la tangente en un point quelconque, terminée aux asymptotes est double du rayon vecteur du point de contact.

Si donc deux hyperboles équilatères ont même centre, et qu'on leur mène, par leur point d'intersection des tangentes terminées à leurs asymptotes respectives, ces tangentes, qui se couperont par leurs milieux, auront une longueur commune, double de celle du rayon vecteur du point d'intersection des deux courbes; elles formeront donc, avec leurs asymptotes, deux triangles rectangles dont les hypothénuses, de même longueur, se couperont par leurs milieux, et dont les sommets opposés se confondront.

Au moyen de ces considérations, le théorème proposé revient à dire que, *si deux triangles rectangles ayant des hypothénuses égales sont posés l'un sur l'autre de telle sorte que les milieux de leurs hypothénuses ainsi que les sommets opposés soient communs, et que les côtés de l'angle droit de l'un fassent un angle demi-droit avec les côtés de l'angle droit de l'autre, les deux hypothémuses se couperont perpendiculairement.*

M. Durrande démontre cette proposition à peu près comme il suit : soient SCT, S′CT′ (fig. 3) deux triangles rectangles ayant le sommet C de l'angle droit commun et des hypothénuses égales ST

ST et S′T′ se coupant à leurs milieux en P; en menant CP, cette droite sera égale à la moitié des hypothénuses; de sorte qu'on aura PC=PS=PS′, et qu'ainsi les triangles CPS et CPS′ seront isocèles; en prolongeant donc CP au-delà de P vers V, les angles extérieurs VPS et VPS′ seront respectivement doubles des angles intérieurs PCS et PCS′; d'où il suit que la somme SPS′ des premiers sera double de la somme SCS′ des derniers; si donc cette dernière somme est un angle demi-droit, la première sera un angle droit; c'est-à-dire que les hypothénuses ST et S′T′ seront perpendiculaires l'une à l'autre.

Pour parvenir au même but, l'abonné décrit du point P comme centre (fig. 4), et avec la moitié des hypothénuses pour rayon, une circonférence, à laquelle les deux triangles rectangles se trouvent alors inscrits; or les deux angles SPS′ et SCS′ embrassant ainsi entre leurs côtés le même arc SS′ et ayant leurs sommets le premier au centre et le dernier à la circonférence, il s'ensuit que le premier est double du dernier, et que conséquemment si celui-ci est demi-droit l'autre sera droit.