QUERRET

Note sur les centres des moyennes distances

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 14 (1823-1824), p. 378-379
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1823-1824__14__378_1>

Note sur les centres des moyennes distances ;

Par M. QUERRET, ancien chef d'institution.

A la page 17 des *Solutions peu connues*, *etc.*, de M. SERVOIS, on lit ce qui suit : « Ainsi, au moins pour le cas du triangle, » on arrive, par des considérations purement géométriques, à la » solution d'un problème qu'Ozanam n'avait pas cru que l'on pût » résoudre sans le secours de la mécanique. *Ayant joint par des » droites les milieux consécutifs des côtés d'un polygone, pour » former un polygone inscrit du même nombre de côtés, puis » les milieux de celui-ci, pour en avoir un troisième, et ainsi » de suite, trouver le point où s'arrêtera l'opération* (Récréations » mathématiques, *Problèmes de géométrie*) ».

On peut, à ce qu'il nous paraît, démontrer aisément, par le seul secours de la géométrie, que ce point est le centre des moyennes distances de tous les sommets du polygone. En effet, la perpendiculaire abaissée du milieu d'un côté sur un plan quelconque est la demi-somme des perpendiculaires abaissées sur le même plan des extrémités de ce même côté ; d'où il résulte que la somme des perpendiculaires abaissées des milieux des côtés est égale à la somme des perpendiculaires abaissées des sommets. On conclut aisément de là que le centre des moyennes distances des sommets d'un polygone, plan ou gauche, est le même que le centre des moyennes distances des milieux de ses côtés; que, par suite, les centres des moyennes distances des sommets des polygones inscrits consécutivement les uns aux autres dont il est question dans l'énoncé du problème seront tous situés au même point; puis donc que le dernier de ces polygones se réduit à un point, ce point devra être le centre des moyennes distances des sommets du polygone proposé.

On verra de même qu'un premier tétraèdre étant donné, si l'on en construit un second dont les sommets soient les centres des moyennes distances des sommets de chaque face du premier, puis un troisième dont les sommets soient les centres des moyennes distances des sommets des faces du second, et ainsi de suite; ces tétraèdres consécutifs et continuellement décroissans tendront sans cesse à se réduire à un point, lequel ne sera autre chose que le centre des moyennes distances des sommets du tétraèdre proposé.

En effet, la distance du centre des moyennes distances des sommets de chaque face du tétraèdre primitif à un plan quelconque est le tiers de la somme des distances des mêmes sommets à ce plan; d'où il est facile de conclure que la somme des distances des sommets du second tétraèdre, et par conséquent de tous les suivans à ce même plan, sera la même que la somme des distances au plan dont il s'agit des sommets du tétraèdre primitif; il en devra donc être de même pour le point limite, lequel sera ainsi le centre des moyennes distances des sommets du tétraèdre proposé.

On démontrerait d'une manière analogue, et sans rien emprunter de la mécanique, toutes les autres propriétés des centres des moyennes distances.