
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

J. L. WOISARD

**Analyse transcendante. Note sur l'intégration d'une
classe particulière d'équations**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 15 (1824-1825), p. 121-123

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1824-1825__15__121_0

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1824-1825, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANALISE TRANSCENDANTE.

Note sur l'intégration d'une classe particulière d'équations ;

Par M. J. L. WOISARD, professeur aux écoles d'artillerie.

~~~~~

Soit une équation différentielle du premier ordre de la forme

$$F(x-M, y-N)=0, \quad (1)$$

dans laquelle  $M$  et  $N$  sont supposées des fonctions de  $p$  ou  $\frac{dy}{dx}$  ;  
si ces fonctions sont telles qu'on ait

$$\left(\frac{dN}{dp}\right) = p \left(\frac{dM}{dp}\right), \quad (2)$$

l'intégration pourra être exécutée avec la plus grande facilité, ainsi qu'on va le voir.

En différentiant la proposée, elle prendra la forme

$$Gdx + Hdy - G \frac{dM}{dp} dp - H \frac{dN}{dp} dp = 0; \quad (3)$$

$G$  et  $H$  étant des fonctions de  $x-M$  et  $y-N$ . Remplaçant dans cette équation  $dy$  par  $pdx$  et  $\frac{dN}{dp}$  par  $p \frac{dM}{dp}$ , elle deviendra

$$(G+Hp)dx - (G+Hp) \frac{dM}{dp} dp = 0,$$

ou bien

$$(G+Hp) \left( dx - \frac{dM}{dp} dp \right) = 0;$$

équation qui est satisfaite en posant

$$dx = \frac{dM}{dp} dp,$$

d'où

$$x = M + a. \quad (4)$$

Si, dans la même équation (3), on met pour  $dx$  sa valeur  $\frac{dy}{p}$ , et pour  $\frac{dM}{dp}$  sa valeur  $\frac{1}{p} \cdot \frac{dN}{dp}$ , elle deviendra

$$(G+Hp)dy - (G+Hp) \frac{dN}{dp} dp = 0.$$

ou bien

$$(G+Hp) \left( dy - \frac{dN}{dp} dp \right) = 0;$$

équation qui est satisfaite en posant

$$dy = \frac{dN}{dp} dp,$$

d'où

$$y = N + b; \quad (5)$$

donc l'intégrale complète de l'équation (1) résultera de l'élimination de  $p$  entre les équations (4) et (5). Cette équation renfermera deux constantes arbitraires  $a$  et  $b$ ; mais elles n'équivaudront réel-

lement qu'à une seule ; car , en mettant pour  $x$  et  $y$  dans l'équation (1) les valeurs données par les équations (4) et (5) , on obtient , entre ces deux constantes , l'équation de relation

$$F(a, b) = 0 .$$

Soit prise , pour exemple , l'équation

$$y - p^2 = \text{Log.}(x - 2p) ,$$

dans laquelle les fonctions  $p^2$  et  $2p$  satisfont à la condition que nous avons supposé avoir lieu. Pour en avoir l'intégrale , il suffira d'éliminer  $p$  entre les deux équations

$$x = 2p + a , \quad y = p^2 + b ,$$

ce qui donnera

$$4(y - b) = (x - a)^2 ;$$

équation dans laquelle les deux constantes  $a$  et  $b$  seront liées par la relation  $b = \text{Log.}a$  ; de sorte qu'on pourra écrire

$$4(y - \text{Log.}a) = (x - a)^2 ,$$

comme on peut d'ailleurs le vérifier par la différentiation et l'élimination de  $a$  (\*).

La classe d'équations que nous venons de considérer comprend toutes celles dont l'intégrale complète représente une suite de courbes égales et parallèles.

Metz , 16 juin 1824.

(\*) Ce problème est l'inverse de celui qui a été traité à la page 294 du précédent volume.