ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

VALLÈS

Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 31 du présent volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 16 (1825-1826), p. 385-388
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1825-1826__16__385_1>

Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 31 du présent volume;

Par M. Vallès, éleve à l'Ecole royale polytechnique.

Les deux problèmes que nous nous proposons ici de résoudre étant de la classe de ceux de la géométrie plane qui ont entre eux la relation qui a fait le sujet de l'article de la page 209 du présent volume; nous allons, comme en cet endroit, en présenter la solution dans deux colonnes correspondantes.

PROBLÈME. Deux systèmes de deux points, situés sur un même plan, déterminant deux droites, que quelque obstacle em-

PROBLÈME. Deux systèmes de deux droites, situés sur un même plan, déterminant deux points que quelque obstacle em-

pêche de construire; déterminer, en n'employant que la règle seulement, le point de concours de ces deux droites.*

Solution. Soient A, B, les deux points du premier système, et A′, B′, les deux points du second; il s'agit, sans construire les droites AB et A′B′, de construire le point S qu'elles déterminent.

Pour y parvenir, soient construites les droites AA′ et BB′, déterminant un point C″; par A et B, soient menées deux droites de directions arbitraires, concourant en C′, et déterminant avec C″, la droite C′C″. Sur cette droite, soit pris arbitrairement un point C, et soit joint ce point aux points A′, B′ par des droites CA′ et CB′, coupant respectivement AC′ et BC′ en A″ et B″; alors la droite A″B″ contiendra le point cherché S. En répétant donc la même construction, mais en ayant soin de varier ce qu'elle offre d'arbitraire, on obtiendra une nouvelle droite contenant aussi le point S, qui se trouvera ainsi à l'intersection de ces deux droites.

pêche de construire; déterminer, en n'employant que la règle seulement, la droite qui passe par ces deux points?

Solution. Soient A, B, les deux droites du premier système et A′, B′, les deux droites du second; il s'agit, sans construire les points AB et A′B′, de construire la droite S qu'ils déterminent.

Pour y parvenir, soient construits les points AA′ et BB′, déterminant une droite C″; sur A et B, soient pris deux points de situation arbitraire, appartenant à une droite C′, et déterminant, avec C″, le point C′C″. Par ce point, soit menée arbitrairement une droite C, déterminant, sur A′ et B′, les points CA′ et CB′, qui, avec les points AC′ et BC′, détermineront respectivement les droites A″ et B″; alors le point A″B″ de concours de ces deux droites sera l'un de ceux de la droite cherchée S. En répétant donc la même construction, mais en ayant soin de varier ce qu'elle offre d'arbitraire, on obtiendra un nouveau point qui sera aussi sur la direction de S, laquelle se trouvera ainsi assujettie à passer par ces deux points.

On justifie aisément cette construction du problème, en observant qu'il en résulte que les deux triangles dont les sommets sont A, A′, A″ et B, B′, B″ sont tellement situés que les points C, C′, C″ de concours des directions de leurs côtés correspondans A′A″ et B′B″, A″A et B″B, AA′ et BB′, appartiennent tous trois à une même droite; d'où il résulte, en vertu d'une proposition connue (*), que les droites AB, A′B′, A″B″ qui joignent leurs sommets correspondans doivent concourir toutes trois en un même points S.

Il importe de remarquer que, quand bien même on ne pourrait pas construire les droites AA′ et BB′, on n'en parviendrait pas moins à la détermination du point S; puisque, dans le cas où on ne peut pas mener une droite entre deux points, on peut néanmoins (**) construire, avec la règle, tant de points qu'onvoudra du prolongement de cette droite.

On justifie aisément cette construction du problème, en observant qu'il en résulte que les deux triangles dont les côtés sont A, A′, A″ et B, B′, B″ sont tellement situés que les droites C, C′, C″ qui joignent leurs sommets correspondans A′A″ et B′B″, A″A et B″B, AA′ et BB′, concourent toutes trois en un même point; d'où il résulte, en vertu d'une proposition connue (*), que les point AB, A′B′, A″B″ de concours des directions de leurs côtés correspondans sont tous trois situés sur une même droite S.

Il importe de remarquer que, quand bien même on ne pourrait pas construire les points AA′ et BB′, on n'en parviendrait pas moins à la détermination de la droite S; puisque, dans le cas où on ne peut pas prolonger deux droites jusqu'à leur point de concours, on peut néanmoins (**) construire, avec la règle, tant de droites qu'on voudra qui concourent en ce point.

(*) Voyez la page 219 du présent volume, n.° 18 de droite.

(*) Voyez la page 219 du présent volume, n.° 17 de gauche.

(**) Voyez la page 220 du présent volume.

Ainsi, étant donnés les quatre sommets d'un quadrilatère, dont aucun des côtés ne peut être tracé, on pourra toujours, avec la règle, construire les deux points que déterminent les directions de ses côtés opposés.

Ainsi, étant données les directions des quatre côtés d'un quadrilatère, dont aucun sommet ne peut être construit, on pourra toujours, avec la règle, construire les deux droites que déterminent ses sommets opposés.

FIN DU SEIZIÈME VOLUME.