ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

GERGONNE

Géométrie de situation. Sur le degré de la polaire réciproque d'une courbe proposée

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 19 (1828-1829), p. 218-220
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1828-1829__19__218_1>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1828-1829, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

GÉOMÉTRIE DE SITUATION.

Sur le degré de la polaire réciproque d'une courbe proposée.

Par M. GERGONNE.

J'AI remarqué, à la pag. 108 du présent volume, que M. Poncelet avait fort bien prouvé que la polaire réciproque d'une courbe du m.ieme degré ne pouvait être d'un degré supérieur au $[m(m-1)]^{ieme}$, mais non qu'elle pouvait s'élever jusqu'à ce degré ; et que, loin de nous avoir donné des exemples de courbes du troisième degré, dont les polaires réciproques s'élevassent jusqu'au sixième degré, il nous avait précisément donné des exemples du contraire.

Pour suppléer, à cet égard, au silence de M. Poncelet, sans m'engager dans des calculs trop prolixes, j'ai choisi la courbe du troisième degré donnée par l'équation fort simple.

$$\left(\frac{x}{a}\right)^3+\left(\frac{y}{b}\right)^3=1 \;;$$

et, en prenant pour directrice la circonférence donnée par l'équation

$$x^2+y^2=r^2 \;,$$

j'ai trouvé pour l'équation de sa polaire réciproque

$$(a^3x^3-b^3y^3)^2=r^6(a^3x^3+b^3y^3) \;,$$

équation qui est bien en effet du sixième degré; ce qui donne quelque probabilité au théorème général de M. Poncelet, sans toutefois en constituer une démonstration.

J'avais dit aussi, en l'endroit cité, que M. Poncelet aurait pu, tout au moins, nous montrer une courbe de laquelle on vit à la fois clairement, 1.° qu'une même droite ne saurait la couper en plus de trois points; 2.° que néanmoins on peut lui mener six tangentes de certains points de son plan. M. le docteur Plucker m'indique deux exemples de ces sortes de courbes; le premier est celui de la courbe donnée par l'équation

$$xy^2=(x-a)(x-b)(x-c)$$

(Newton *Opusc.*, tom. I, pag. 185, plan. IV, fig. 22); le second est la courbe de la figure 44, dans l'*Introduction au calcul différentiel* d'EULER (tom. II, chap. X, n.° 241).

On pourrait objecter au théorème de M. Poncelet que, si la polaire réciproque d'une courbe du $m.^{ieme}$ degré est, en général, une courbe du $[m(m-1)]^{ieme}$ degré, la polaire réciproque de celle-ci, prise par rapport à la même directrice, devrait être, par la même raison, du $\{[m(m-1)][m(m-1)-1]\}^{ieme}$ degré, tandis qu'au contraire cette polaire réciproque, n'étant autre chose que la proposée elle-même, ne doit être que du $m.^{ieme}$ degré seulement; mais on doit remarquer que la polaire réciproque d'une courbe proposée n'est par la courbe la plus générale de son degré, et qu'elle est de la classe de celles dont les polaires réciproques n'atteignent pas le maximum du degré auquel pourraient s'élever, en général, les polaires réciproques des courbes d'un degré pareil au sien.