
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

GERGONNE

Philosophie mathématique. Première leçon sur la numération

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 21 (1830-1831), p. 329-367

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1830-1831__21__329_0

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1830-1831, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

PHILOSOPHIE MATHÉMATIQUE.
Première leçon sur la numération;

Par M. GERGONNE.



UN livre extrêmement curieux et utile serait celui qui nous présenterait l'histoire détaillée de toutes les inventions et découvertes dans les sciences et dans les arts. Le défaut de documens suffisans semble devoir rendre , à tous jamais , impossible la composition d'un tel ouvrage.

Un livre plus utile encore peut-être , et que l'on conçoit exécutable , serait celui dans lequel , faute de savoir comment chaque découverte a été réellement faite , on expliquerait du moins de quelle manière elle a pu l'être. Le premier pourrait être regardé comme l'*histoire de l'esprit humain* , tandis que l'autre en serait le *roman*. Or , de même que la lecture des bons romans , dans lesquels tout est soigneusement disposé pour l'effet qu'on veut produire , semble plus propre peut-être que celle des traités historiques à porter l'homme à la pratique des actions vertueuses , on est fondé à croire que pareillement l'étude de la succession d'idées par laquelle on aurait pu le plus naturellement et le plus directement être conduit aux inventions et découvertes nombreuses dont les sciences et les arts sont en possession , serait beaucoup plus propre à accélérer le développement de l'esprit humain ,

Tom. XXI , n.º 12 , 1.^{er} juin 1831.

que l'étude des tentatives , si souvent maladroites , et d'ordinaire très-lentes et très-complicquées , des véritables inventeurs.

Ce que je désirerais ici que l'on fit pour le système entier des connaissances humaines , je n'ai jamais négligé de le faire , dans mon enseignement , par rapport à la langue des nombres. Je vais présenter ici une première leçon sur cet intéressant sujet , telle que je désirerais qu'elle fût faite dans nos écoles.

De même que l'habitude nous rend presque insensibles aux défauts des institutions les plus vicieuses , aux inconvéniens des usages les plus incommodes , cette même habitude nous empêche souvent de sentir tout le prix des inventions les plus ingénieuses , les plus utiles et les plus dignes de notre admiration. Nous sommes depuis huit siècles , en Europe , en possession d'une langue des nombres qui est un chef-d'œuvre d'uniformité , de clarté et de concision , d'une langue qui , en quelques heures , peut être complètement apprise , pour n'être jamais oubliée ; mais par cela même qu'elle est depuis très-long-temps connue , parlée et écrite par tout le monde , peu de personnes sentent bien toutes les difficultés que présentait l'institution d'une telle langue , et tout ce qu'il a fallu d'adresse et de sagacité pour les surmonter.

Afin donc de ne pas partager nous-même cette indifférence , aussi injuste que peu philosophique , pour une invention dont nous avons journellement à faire les applications les plus usuelles comme les plus sublimes , afin de bien saisir l'esprit et l'ingénieux mécanisme de la langue des nombres , et de former ainsi notre intelligence à l'art d'inventer , reportons-nous , pour un moment , par la pensée , à l'époque où ni cette langue , ni aucune de celles qu'elle a remplacées n'existait encore , et où conséquemment tout était encore à créer dans cette branche de notre savoir ; et ,

suppléant aux documens historiques dont nous sommes dépourvus , par ce qui nous est connu de la marche ordinaire de l'esprit humain , dans ses diverses investigations , examinons par quelle suite de réflexions et de tentatives on a pu être conduit à une invention si précieuse. Efforçons-nous , en un mot , de substituer à l'histoire peu connue de la découverte de la langue des nombres , un roman qui ne sera pas dépourvu d'intérêt et d'utilité , s'il n'est pas tout à fait dépourvu de vraisemblance.

Mais avant d'entrer en matière , et afin de nous rendre plus intelligibles , posons d'abord quelques principes généraux sur les langues , sur les divers genres de services que nous pouvons en attendre , et sur l'esprit qui doit présider à leur formation. Ces principes seront d'autant moins déplacés ici que la langue des nombres est peut-être la plus propre de toutes à bien faire ressortir la toute puissante influence des signes sur la faculté de penser.

Les hommes , répandus sur la surface de la terre , y seraient éternellement demeurés étrangers les uns aux autres , s'ils n'étaient parvenus , au moyen d'une collection de signes sensibles , à s'avertir réciproquement de ce qui se passait dans leur esprit et des sentimens divers dont ils étaient animés. L'ensemble des signes destinés à un tel usage constitue ce qu'on appelle les *langues* , envisagées sous le point de vue le plus général.

Ces signes peuvent être *permanens* ou *fugitifs*. Les signes de la première sorte constituent la *langue écrite* qui jouit exclusivement du précieux avantage de transmettre la pensée , sans altération aucune , à toutes les distances et à toutes les époques. Ceux de la seconde sorte appartiennent à la *langue parlée* dont l'effet est purement instantané , et qui ne pourrait transmettre la pensée qu'à des distances très-limitées , si la mémoire ne venait à son secours. A celle-ci se rapportent la langue d'actions et les sons inarticulés. L'usage de la langue écrite paraît exclusif à l'homme , tan-

dis qu'il partage avec tous les animaux, mais dans un degré évident de supériorité, l'usage de la langue parlée.

Les signes de l'une et de l'autre langues peuvent être *naturels* ou *conventionnels* ; ceux de cette dernière sorte sont aussi appelés des *signes d'institution*. Les premiers jouissent seuls de l'avantage précieux d'être universellement compris ; mais leur nombre est nécessairement limité. Les derniers, au contraire, peuvent être indéfiniment multipliés par le jeu des combinaisons ; mais il varient de peuple à peuple, de siècle à siècle, et demeureraient à jamais inintelligibles pour qui ne serait pas mis au courant des conventions qui ont présidé à leur création. Ceux-ci paraissent être exclusivement à l'usage de l'homme ; tandis qu'il partage l'usage des autres avec tous les animaux.

En considérant donc les signes de nos pensées sous ce double point de vue, nous nous trouvons naturellement conduits à les ranger sous quatre chefs principaux qui sont :

1.° Les signes *naturels fugitifs*, tels que les cris, le rire, les pleurs, les gestes, etc. Ils paraissent constituer à eux seuls la langue des animaux ;

2.° Les signes *naturels permanens*, tels que les étalages de nos marchands, au-devant de leurs boutiques, le dessin, la peinture, la sculpture, etc. ; telle devait être aussi, sans doute, l'écriture hiéroglyphique, dans sa simplicité primitive ;

3.° Les signes *conventionnels fugitifs*, tels que les signaux en mer, les coups de canon dans une fête publique, le pas de charge à la guerre, et presque tous les sons de nos langues articulées ;

4.° Enfin les signes *conventions permanens*, tels que les marques distinctives des grades dans l'armée, les costumes variés de nos fonctionnaires et tous les caractères de nos langues syllabiques.

Il est nécessaire d'observer, au surplus, qu'il en est de cette classification comme de la plupart des autres, et que, si elle sou-

lage notre attention , en offrant à notre esprit des points de repos , ce n'est , d'un autre côté , qu'une sorte de fiction , souvent peu conforme à l'état réel des choses. On conçoit, en effet, qu'il peut exister une multitude de nuances , soit entre le signe le plus naturel et celui qui l'est le moins , soit entre le signe le plus durable et le signe le plus éphémère. Il y a donc des signes plus ou moins naturels , plus ou moins conventionnels , plus ou moins fugitifs , plus ou moins permanens ; et c'est là une remarque qu'il ne faut jamais perdre de vue.

Si , dans nos langues , soit parlées , soit écrites , on avait pu se borner au seul emploi des signes tout à fait naturels , les hommes , sans aucune culture préalable , se seraient facilement entendus d'un pôle à l'autre ; nous ne nous trouverions pas dans la déplorable nécessité de consumer les plus belles années de notre vie à nous rendre familières les langues des divers peuples avec qui nous voulons correspondre , ou des divers écrivains que nous voulons consulter ; et nous n'en serions pas réduits , à notre grand préjudice , à sacrifier à l'étude des mots un temps que nous pourrions si utilement employer à l'étude des choses. C'est , par exemple , parce que les horloges parlent une langue fort naturelle que celles de Berlin sont tout aussi bien comprises par un Espagnol que le sont celles de Madrid par un Prussien ; et c'est encore parce que le dessin et la peinture sont des écritures naturelles que nos badauds de Paris ne s'arrêtent pas avec moins de complaisance devant les caricatures de Londres que ne le font ceux de Londres devant les caricatures de Paris. La foule ne se porte guère , au contraire , devant les étalages de nos marchands de musique , parce qu'une éducation spéciale est nécessaire pour l'intelligence des caractères musicaux , qui n'ont de sens qu'en vertu de certaines conventions ignorées du gros du public.

Mais les nuances de nos idées sont si nombreuses et si variées que , même dans l'état de civilisation le moins avancé , les signes

naturels n'auraient pu suffire pour les exprimer toutes sans confusion : et comment d'ailleurs exprimer autrement que par des signes de pure institution , tant d'idées dont l'objet n'a aucune prise sur nos sens et ne peut être offert à aucun d'eux ? Il est probable , toutefois , que l'usage des signes naturels a dû précéder partout l'usage des signes de convention , et en aura même fait naître l'idée. On peut conjecturer , avec assez de vraisemblance , que , soit par la négligence ou la maladresse de ceux qui les employaient , soit par le désir de rendre la langue plus concise , soit enfin par le besoin d'étendre aux idées intellectuelles les signes des idées sensibles , ces signes se seront graduellement altérés et éloignés de leur formes primitives ; que voyant que les altérations qu'ils avaient subies n'empêchaient pas d'en retirer les mêmes usages , on aura conçu l'idée d'employer , concurremment avec eux , d'autres signes de pure institution qui peu à peu auront prévalu et seront demeurés seuls dans nos langues.

Si les conventions qui ont donné naissance aux signes de cette dernière sorte avaient pu être , à la fois , universelles et durables , une seule langue nous aurait suffi pour nous mettre en relation soit avec nos contemporains de toutes les contrées , soit avec les écrivains de toutes les époques , et on ne saurait douter que la civilisation n'y eût trouvé un immense avantage ; mais , d'une part , l'isolement où ont long-temps vécu , les uns des autres , les différens peuples de la terre et la diversité de leurs mœurs et de leurs usages , et de l'autre , les altérations progressives , et en sens divers , que les signes de nos idées ont successivement éprouvées n'ont point permis qu'il en fût ainsi , et ont prodigieusement multiplié les idiômes , soit chez les anciens , soit chez les modernes. C'est là un très-grand mal sans doute , mais c'est un mal qui ne pourrait trouver de remède que dans l'institution d'une langue philosophique , très-difficile à créer , bien plus difficile encore à faire universellement admettre , et qui d'ailleurs subirait bientôt , peut-

être , les mêmes altérations que toutes les autres ont tour à tour éprouvées.

Le besoin d'une communication prompte d'idées et de sentimens , entre les hommes qui habitent une même contrée , a fait créer les langues parlées ; on a trouvé ensuite , dans les langues écrites , le moyen de correspondre à toutes distances , sans déplacement , de mettre en dépôt ses propres pensées et celles d'autrui , de manière à pouvoir les conserver sans altération , les retrouver à volonté , et se mettre ainsi à l'abri des erreurs auxquelles pourrait nous exposer l'infidélité de nos souvenirs. Mais le plus grand service , peut-être , que nous retirions des langues , soit parlées , soit écrites , service qui pourtant n'a été bien aperçu que dans des temps très-voisins de nous , consiste en ce qu'elles ne sont pas moins l'instrument que le signe de la pensée ; de telle sorte qu'elles ne seraient pas moins nécessaires à l'homme isolé , pour perfectionner son intelligence , qu'elles le sont à l'homme vivant en société , pour entrer en communication d'idées avec tout ce qui l'environne ; or , de même qu'un artiste exécute des ouvrages d'autant plus beaux et les exécute d'autant plus facilement qu'il est pourvu d'outils plus parfaits , on peut dire , avec tout autant de vérité , que le progrès plus ou moins rapide de l'esprit humain se trouve dans la plus étroite liaison avec la plus ou moins grande perfection des langues dont les hommes emprunteront le secours dans la recherche des vérités nombreuses qui sont encore à découvrir.

Les hommes même qui sentent le mieux toute l'influence des signes sur les idées ne sauraient guère perfectionner les langues vulgaires , livrées comme elles le sont au caprice de la multitude ; ils ne pourraient davantage tenter des réformes de quelque importance dans la langue des sciences , sans s'exposer à indisposer contre eux tous ceux dont ces réformes contrarieraient les habitudes ; mais il n'en importe pas moins de noter soigneusement ,

dans la langue de chaque science , ce qui mérite d'être conservé et ce qui , au contraire , pourrait réclamer d'utiles modifications , ne fusse que pour préparer , de longue main , les esprits à ces modifications et pour hâter ainsi l'époque où le progrès de la raison pourra permettre de les introduire.

Ce serait peut-être ici le lieu de poser quelques principes fixes sur ce qui , en général , constitue la perfection des langues ; mais des principes purement abstraits pourraient ne pas captiver suffisamment l'attention du lecteur , ou du moins ne lui présenter qu'un attrait médiocre ; nous croyons donc plus convenable de ne les lui offrir qu'à mesure que nous aurons l'occasion de lui en faire sentir l'importance , par leur application à l'objet spécial de nos recherches.

Revenons donc à notre sujet ; rappelons-nous qu'il s'agit de créer une langue particulière pour les nombres , c'est-à-dire d'inventer des signes propres à nommer et à écrire uniformément tous les nombres naturels dont la série est illimitée. C'est à cet art qu'on a donné le nom de *numération*. La numération devra donc comprendre deux parties bien distinctes , savoir : la *numération écrite* ou l'art de peindre les nombres aux yeux par les *signes permanens* de l'écriture , et la *numération parlée* ou l'art de rappeler les nombres à l'oreille par les *signes fugitifs* de la voix.

On conçoit d'ailleurs que ce double but peut être atteint par divers ensembles de moyens plus ou moins heureux , plus ou moins convenablement appropriés à leur destination. Ainsi , les Grecs avaient leur numération , les Romains avaient aussi la leur , et ni l'une ni l'autre ne ressemblaient à la nôtre. En conséquence on a appelé *système de numération* , tout ensemble de moyens imaginés pour peindre et nommer tous les nombres ; et c'est dans ce sens qu'on dit qu'il est possible de concevoir plusieurs systèmes de numération , comme nous avons plusieurs langues vulgaires. Dans chacun d'eux les caractères , autres que ceux de l'écriture

ordinaire que l'on consacre à peindre les nombres , sont appelés *des chiffres*.

Nous employons ici , comme l'on voit , le mot *système* dans le sens qu'y attachent les naturalistes , c'est-à-dire , comme signifiant *un ensemble de moyens propres à conduire à un but déterminé* : et c'est dans ce sens que l'on dit , par exemple , en botanique , les systèmes de Linnée , de Tournefort , de Jussieu , de Lamarck , etc. Mais malheureusement ce mot , comme tant d'autres , a encore une autre acception assez différente de celle-là. Le mot *système* , en effet , signifie aussi , très-souvent , une *supposition purement gratuite à laquelle on a recours , dans la vue d'expliquer comment pourraient être produits des effets dont les causes sont inconnues* ; et c'est dans ce sens , par exemple , que l'on dit , en parlant des phénomènes électriques , les systèmes de Dufaye , de Franklin , d'Æpinus , de Coulomb , etc. Nous sommes donc obligés de prévenir , avant d'aller plus loin , que ce n'est jamais sous cette dernière acception que le mot système est employé quand il s'agit de numération.

Lorsqu'on songe à inventer un système de numération , la première pensée qui doit s'offrir aux inventeurs , s'ils sont guidés par la saine raison , c'est d'établir entre la numération parlée et la numération écrite une relation assez intime pour qu'en entendant nommer un nombre on sache de suite comment il doit s'écrire , et qu'à l'inverse , en le voyant écrit on sache aussitôt de quelle manière il doit être énoncé dans le discours. C'est ainsi qu'il en arrive pour nos langues vulgaires d'Europe où , abstraction faite de quelques bizarreries de l'orthographe , nous sommes à la fois en état d'écrire sous la dictée un mot que nous entendons prononcer et de prononcer un mot que nous voyons écrit pour la première fois , sans même que nous ayons aucunement besoin d'en connaître la signification , et quand bien même il n'aurait de sens dans aucune langue.

Quelque simple et quelque naturelle que cette idée puisse paraître , il est pourtant sur la terre de grandes nations qui ne s'en

sont point avisées , et chez lesquelles la langue écrite est essentiellement différente de la langue parlée. Aussi , tandis que tout le monde y sait parler comme parmi nous , on y rencontre très-peu de gens qui sachent lire et écrire ; et voilà , sans doute , pour-quoi la civilisation y est depuis si long-temps stationnaire ; tant il est vrai que la destinée des peuples tient souvent à bien peu de chose.

De tous les systèmes de numération , le plus simple et le plus naturel sans doute qu'on puisse imaginer, et duquel , pour cette raison , on rencontre des traces presque partout , est celui qui consisterait à *inventer un chiffre et un mot pour écrire et nommer l'unité, et à écrire ou énoncer un nombre quelconque , en écrivant ce chiffre ou en prononçant ce mot autant de fois que le nombre qu'il s'agirait d'écrire ou d'énoncer contiendrait d'unités.* On conçoit d'ailleurs que ce chiffre et ce mot ne pourraient être que de purs signes d'institution ; car un caractère d'écriture et un son de la voix ne sauraient avoir aucune liaison nécessaire avec l'idée générale de l'unité , qui est une idée purement intellectuelle ; mais , à cela près , cette langue des nombres serait très-naturelle , puisque rien n'est plus propre à donner l'idée du nombre que l'impression que nous recevons d'une collection de signes semblables. Le choix du chiffre et du mot seraient d'ailleurs tout à fait indifférent. Il conviendrait seulement d'adopter de préférence un caractère facile à tracer et un mot d'une seule syllabe.

En destinant , par exemple , à cet usage notre chiffre 1 et son nom *un* , qui remplissent complètement ces conditions , les nombres que nous appelons vulgairement *un , deux , trois , quatre ,* , c'est-à-dire , les nombres de la suite naturelle s'écriraient respectivement comme il suit :

I , II , III , IIII ,

et se prononceraient de la sorte :

un , un un , un un un , un un un un ,

C'est exactement de cette manière que les Romains écrivaient les quatre premiers nombres naturels ; et c'est également à ce système que l'on doit rapporter et les *tailles* dont se servent les gens du peuple qui font compte chez les boulangers , la manière de marquer les points au billard , les jetons qu'on donne et qu'on reçoit dans la plupart des jeux de cartes et beaucoup d'autres inventions analogues. Le signe peut varier d'un cas à l'autre , mais l'idée fondamentale demeure constamment la même ; c'est toujours , dans tous les cas , un même signe répété autant de fois que l'on veut exprimer d'unités. A la vérité , ceux qui font usage de cette manière de rappeler aux yeux l'idée des nombres , les énoncent de la même manière que nous ; mais les horloges , lorsqu'elles sonnent les heures , se conforment exactement à l'esprit de ce système. Elles ne disent pas , comme nous , un , deux , trois , quatre ,, mais elles répètent le son par lequel elles avertissent qu'il est une heure autant de fois qu'elles en veulent indiquer.

Outre que l'adoption d'un tel système serait peu fatigante pour la mémoire qui n'aurait à se charger que de la forme d'un caractère d'écriture et d'un son unique , il offrirait le précieux avantage d'une liaison étroite entre le signe et l'idée signifiée ; car , comme nous l'avons déjà fait observer , il est presque impossible de voir plusieurs signes ou objets pareils , il est presque impossible que l'oreille soit frappée plusieurs fois consécutivement d'un même son , sans qu'aussitôt , et presque involontairement , l'idée d'un certain nombre d'unités ne soit réveillée dans l'esprit. C'est donc là une langue très-naturelle ; aussi est-elle universellement comprise par tout le monde , sans qu'elle ait aucunement besoin d'être enseignée.

C'est aussi d'ordinaire le moyen auquel on a recours pour apprendre à compter aux enfans en bas âge , auxquels on fait acquérir les premières notions sur les nombres , en leur montrant plusieurs objets semblables , tels que des jetons , des fruits ou même les doigts de la main. Mais nous ferons remarquer qu'en prononçant successivement les mots *un* , *deux* , *trois* , , sur tous les doigts , comme on le fait communément , on court le risque de leur faire prendre le change , et de leur faire croire que ces mots sont des noms individuels imposés aux différens doigts. Il faut donc ne prononcer le mot *deux* ni sur un doigt ni sur un autre , mais sur l'ensemble de deux doigts. On prononcera pareillement le mot *trois* sur l'ensemble de trois doigts , et ainsi du reste , en leur expliquant bien que chaque doigt isolé s'appelle *un*. Nous nous plaignons assez souvent du peu d'aptitude des enfans pour les choses que nous voulons leur enseigner , et nous ne songeons pas que , la plupart du temps , la lenteur de leurs progrès a pour cause principale notre maladresse dans la manière de les instruire.

Quelque simple et ingénieuse qu'une invention puisse paraître à certains égards , ce n'est qu'après l'avoir envisagée sous toutes ses faces que l'on peut exactement en apprécier le mérite. Examinons donc si les avantages , incontestables d'ailleurs , du système de numération que nous venons de décrire ne se trouveraient pas plus que compensés par les inconvéniens de diverses sortes que pourrait entraîner son adoption.

Un inconvénient qui frappe d'abord , c'est qu'un nombre un peu grand , écrit suivant ce système , occuperait un espace fort considérable , et qu'il faudrait beaucoup de temps pour l'écrire et guère moins pour l'énoncer. Ainsi , par exemple , en ne mettant que l'intervalle d'une ligne du pied de roi entre les chiffres et un intervalle d'une seconde entre les mots , l'année dans laquelle nous nous trouvons occuperait dans l'écriture une longueur de plus de

deux toises , et demanderait au-delà d'une demi-heure pour être énoncé.

A cet inconvénient , déjà plus que suffisant pour faire abandonner une pareille invention , vient s'en joindre un autre , peut-être beaucoup plus grave encore ; il naît de la confusion que laisse inévitablement dans l'esprit cette multiplicité de caractères et de mots semblables , du moment qu'ils deviennent tant soit peu nombreux. Ecrivons , en effet , de cette manière , deux nombres un peu grands et peu différens , tels , par exemple , que ceux-ci :

IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII , IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII ;

il serait certes bien difficile de prononcer , à la simple vue , s'ils sont égaux ou inégaux , et , lors même qu'on serait averti à l'avance qu'ils sont inégaux , on aurait peine à reconnaître quel est le plus grand des deux ; et il en irait exactement de même si , au lieu de les voir écrits , on les entendait énoncer , tour à tour , de la manière qui a été expliquée plus haut. Pour peu même que les chiffres du plus grand seraient serrés plus que ceux du plus petit , ou que la lecture en serait plus rapide , on pourrait très-bien prendre le change , et juger le plus grand des deux celui-là précisément qui serait le plus petit. On en serait réellement réduit à juger de la grandeur relative des nombres par le plus ou le moins d'espace qu'ils occuperaient , par le plus ou le moins de temps qu'exigeraient leur énoncé ; moyens peu propres , on le sent fort bien , à les faire exactement apprécier.

On apercevra très-sensiblement le vice radical d'un tel système , en supposant qu'entendant sonner une horloge , vers les dix ou onze heures du matin , on écoute attentivement les coups de cloche , sans songer , en aucune sorte , aux noms vulgaires des nombres ; il est manifeste que , quelque soin d'ailleurs qu'on y apporte ,

on se trouvera dans l'impuissance de dire exactement quelle heure l'horloge a indiquée.

Dans certaines contrées sauvages où on ne s'est pas encore avisé de donner des noms collectifs aux divers groupes d'unités, on n'a d'autres ressources, pour faire un partage égal de fruits ou d'autres objets, entre plusieurs individus, que celle d'en donner, tour à tour, un à chacun des copartageans, jusqu'à entier épuisement de la quantité à partager. Après le partage fait, les ayant-droit n'ont qu'une idée confuse de la valeur de leurs parts; mais ils savent que ces parts sont égales, et c'est là ce qui leur importe principalement. Veulent-ils s'assurer qu'entre deux nouvelles lunes consécutives, il s'écoule un même nombre de jours? A partir d'une nouvelle lune, ils mettent chaque jour une petite pierre en réserve, jusqu'à la nouvelle lune suivante; ils en font de même de celle-ci à celle qui la suit immédiatement; ils ont ainsi deux tas de petites pierres, et, pour s'assurer qu'elles sont en même nombre dans l'un et dans l'autre, ils n'ont d'autres ressources que d'ôter continuellement, et à la fois, une pierre de chaque tas, afin de voir s'ils seront épuisés en même temps. C'est là aussi où nous en serions nous-mêmes réduits, pour nous assurer de l'égalité de deux nombres, dans le système de numération dont il est question ici; mais nous saurions simplement ainsi que ces deux nombres sont égaux, sans savoir bien clairement ce qu'ils sont l'un et l'autre.

Une expérience fort simple peut aisément nous convaincre que notre intelligence, réduite à ses propres ressources, et totalement dépourvue de signes et de moyens artificiels, ne serait guère capable de concevoir nettement l'idée de plus de trois unités. Si, en effet, nous voulons prononcer un même mot ou répéter un même acte quatre fois consécutivement, et avoir bien la conscience de ne l'avoir répété ni plus ni moins de quatre fois, nous aurons naturellement soin de faire une petite pause, réelle ou mentale, entre la deuxième et la troisième; ce qui revient à considérer qua-

tre comme deux collections de deux unités. Voulons-nous répéter ce même mot ou ce même acte cinq fois? Nous ferons une pose, réelle ou mentale, soit entre la seconde et la troisième, soit entre la troisième et la quatrième; ce qui revient à considérer cinq comme deux augmenté de trois ou comme trois augmenté de deux. S'il est question de le répéter six fois, nous considérerons six comme formé de trois groupes de deux unités ou comme formé de deux groupes de trois unités. Nous userons naturellement d'artifices analogues pour les nombres supérieurs à six, du moins tant qu'ils ne dépasseront pas une certaine limite au-delà de laquelle notre art pourrait fort bien devenir tout à fait impuissant. C'est sans doute un pareil instinct qui a déterminé les poètes à ménager, dans les grands vers, des repos, faute desquels ils n'auraient eu aucun charme pour l'oreille, incapable alors de juger si le rythme y est exactement observé; et c'est, en effet, à l'aide de ces mêmes repos que nous nous assurons qu'un vers est exact ou défectueux, sans être tenus d'en compter les pieds un à un.

Les remarques et les réflexions qui précèdent sont plus que suffisantes pour montrer, qu'excepté pour de très-petits nombres, le système de numération qui s'est le premier offert à notre pensée, et dont l'apparente simplicité avait pu un moment nous séduire, ne saurait, en aucune sorte, être adopté comme moyen général d'écrire et de nommer les nombres. Aussi voyons-nous que, pour la numération écrite, les Romains l'avaient abandonnée au-delà de quatre, et qu'ils n'en ont jamais fait usage pour la numération parlée (*).

(*) Pour ne rien laisser à dire sur ce système, nous devons ajouter, à l'usage des personnes à qui les opérations de l'arithmétique ne sont pas tout à fait étrangères, qu'ils rendraient ces opérations d'une exécution extrêmement faciles, car, par exemple, pour ajouter un nombre à un autre, il suffirait

C'est une chose fort ordinaire à l'esprit humain, lorsqu'il s'est mal trouvé d'un parti extrême, auquel il avait d'abord cru devoir s'attacher à raison des avantages qu'il avait pensé pouvoir s'en promettre, de se jeter aussitôt dans l'extrême contraire. Il est donc présumable que, frappés des défauts du système que nous venons de repousser, les hommes auront songé aussitôt à un système tout contraire, consistant à *inventer un chiffre particulier pour représenter chacun des nombres naturels, à donner un nom à ce chiffre et à convenir que le nom du chiffre serait aussi le nom du nombre qu'il représenterait*. C'est ainsi que nous en usons nous-mêmes pour les neuf premiers nombres naturels; de sorte que, pour continuer sur le même plan, il ne serait questions que d'inventer de nouveaux caractères et de nouveaux mots pour écrire et nommer les nombres que nous appellons douze, treize, quatorze,

Ce système sauve complètement les inconvéniens qui nous avaient frappés dans l'autre et qui nous avaient déterminé à lui donner l'exclusion. On voit, en effet, qu'en l'adoptant, il ne faudrait ni plus d'espace ni plus de temps pour écrire et énoncer un grand nombre que pour en écrire et énoncer un petit, puisque l'un et l'autre s'écriraient avec un chiffre unique et s'énonceraient par un seul mot. Ajoutons qu'on ne courrait plus alors le risque de confondre entre eux, soit dans l'écriture, soit dans l'énoncé, deux nombres qui ne différeraient seulement l'un de l'autre que par quelques unités, puisqu'à chacun d'eux se trouverait affecté un chiffre et un nom spécial.

Mais, pour peu qu'on se donne la peine d'y réfléchir, on comprendra aisément que l'adoption d'un tel système nous priverait

d'écrire le second à la droite du premier, et, pour l'en retrancher, il suffirait de supprimer dans le premier autant d'unités qu'en offrirait le second. On trouverait dans les autres opérations une facilité analogue.

complètement des avantages précieux qui nous avaient d'abord séduits dans l'autre. Il ne manque pas de gens, en effet, à qui on a bien de la peine à enseigner à lire et à écrire, parce qu'ils ne peuvent que difficilement parvenir à distinguer les unes des autres, de manière à les nommer sans hésitation, les vingt-quatre lettres de notre alphabet, et qu'ils ne peuvent que plus difficilement encore apprendre à les figurer avec la plume. De telles gens éprouveraient évidemment le même embarras et les mêmes peines pour apprendre seulement, dans un pareil système de numération, à nommer et à écrire les vingt-quatre premiers nombres naturels, ce qui serait certes très-loin de pouvoir satisfaire même aux besoins d'une civilisation encore au berceau.

Des supputations faites sur des résultats d'expériences, en petit, ont conduit à conjecturer, avec quelque vraisemblance, que toute la durée de la vie d'un homme d'une capacité commune lui suffirait à peine pour apprendre à discerner, les uns des autres, cinquante mille caractères différens, en retenir les noms et appliquer sûrement chaque nom à chaque caractère. Voilà donc qu'en adoptant un semblable système de numération, tout le cours de la vie humaine serait nécessaire pour apprendre à nommer et écrire, à volonté, les cinquante mille premiers nombres naturels, sans qu'il nous restât du temps pour faire quelque utile application de cette vaine connaissance, lorsqu'après beaucoup de temps et de peine, nous serions parvenus à l'acquérir.

Nous avons fait, d'ailleurs, une concession beaucoup trop large, en admettant que, dans ce système, les nombres écrits occuperaient peu d'espace, exigeraient peu de temps pour être énoncés, et se distingueraient très-facilement les uns des autres, soit dans l'écriture, soit dans le langage. Nous n'avons que vingt-quatre caractères seulement dans notre alphabet, et vingt-quatre noms qui leur répondent, et déjà, pour n'avoir point voulu compliquer trop les uns et les autres, il arrive fort souvent que, soit dans l'écri-

ture cursive, soit dans un énoncé rapide, plusieurs de ces caractères et de ces noms se distinguent mal les uns des autres; combien de gens, par exemple, qui, pour écrire le mot *minimum*, ne font autre chose que d'écrire quinze barres verticales consécutives, sur l'assemblage desquelles ils placent deux points à peu près au hasard. On conçoit, d'après cela, que, s'il fallait seulement inventer cinquante mille caractères et leur imposer des noms, de telle sorte que deux de ces caractères et de ces noms ne risquassent jamais d'être pris l'un pour l'autre, ce ne serait pas par des formes et par des sons très-simples que l'on pourrait se flatter d'y parvenir.

Remarquons bien d'ailleurs qu'il n'en est point du tout ici comme des mots de nos langues vulgaires, qu'il y a souvent peu d'inconvéniens à écrire mal et à mal prononcer, attendu que le sens du discours, dans lequel ces mots se trouvent enchassés, offre d'ordinaire un préservatif suffisant contre les méprises qu'on pourrait commettre; tandis que communément les mots qui précèdent et ceux qui suivent un nombre mal écrit ou mal prononcé ne sauraient offrir aucune lumière pour en découvrir la véritable signification (*).

Ce que nous venons de dire ici de la langue des nombres est exactement applicable à nos langues vulgaires. On pourrait fort bien tenter, en effet, d'écrire et d'énoncer toutes nos pensées à

(*) Ajoutons, pour les lecteurs à qui les procédés du calcul ne sont pas étrangers, que, dans ce système de numération, les grands calculs seraient à peu près impossibles. L'art d'opérer sur les grands nombres se réduit, en effet, à décomposer les calculs en d'autres plus simples, dans lesquels les nombres sur lesquels on opère n'ont qu'un chiffre unique, et dont il faut savoir les résultats de mémoire. Or, ici les nombres étant tous d'un seul chiffre, il faudrait savoir de mémoire tous les résultats d'opérations, sans avoir aucune ressource pour les découvrir.

l'aide d'un caractère et d'un son unique, de la lettre *a*, par exemple, et de son nom. Il suffirait pour cela de convenir de remplacer chacun des mots de nos langues par un nombre d'*a* plus ou moins grand, écrits ou prononcés consécutivement; et nous ne ferons pas à nos lecteurs l'injure de nous défier assez de leur intelligence pour leur expliquer au long tout ce que cette pratique entraînerait de confusion dans l'écriture et dans le langage. On pourrait tenter, à l'inverse, de remplacer par un caractère et un son particulier chacun des mots de nos langues; mais alors l'art de lire et d'écrire deviendrait un art très-difficile, comme il l'est chez quelques peuples de l'Orient.

Voilà donc deux systèmes de numération tout à fait opposés l'un à l'autre, que nous sommes également contraints de rejeter, attendu que l'un et l'autre ne seraient d'un usage supportable que pour de très-petits nombres seulement; d'où l'on voit, pour le dire en passant, qu'ici, comme dans tant d'autres rencontres, les partis extrêmes ne sont pas ceux desquels on retire le plus d'avantages. Nous sommes donc naturellement amenés à nous demander si l'on ne pourrait pas imaginer quelque système de numération dans lequel, en sacrifiant le moins possible des avantages que nous avons reconnu appartenir à ceux dont il vient d'être question, on ne rencontrât, qu'au moindre degré possible, les inconvéniens qui nous ont déterminés à les rejeter l'un et l'autre. Voici comment les Arabes, ou plutôt les Indiens, sont parvenus à résoudre cet important problème.

On conçoit que, dans l'expression des quantités, on peut prendre également pour unité soit un objet unique, soit une collection de plusieurs objets pris antérieurement pour unités, et c'est à cela, en particulier, que revient, dans le commerce, l'usage où l'on est de livrer certaines denrées à la douzaine ou au cent. On peut faire plus encore, on peut former de plusieurs unités

simples une unité collective à laquelle on imposera un nom ; faire ensuite de plusieurs unités collectives réunies une unité collective d'un ordre plus élevé , à laquelle on imposera un autre nom , et ainsi graduellement ; et exprimer ensuite les quantités en faisant connaître combien elles contiennent d'unités collectives de chaque ordre.

C'est là , en effet , ce qui se pratique communément. Par exemple , de vingt-quatre unités de poids appelées *grains* , on forme une unité collective appelée *denier* ; de trois deniers on forme une unité collective appelée *gros* ; de huit gros on forme une unité collective appelée *once* ; de seize onces on forme une unité collective qu'on a appelé *livre* ; et on exprime le poids d'un corps en exprimant combien ce poids contient de livres , d'onces , de gros , de deniers et de grains.

Ces choses ainsi entendues , convenons , pour toutes sortes de quantités , de former de dix *unités simples* , que nous appellerons aussi *unité du premier ordre* , une unité collective que nous appellerons *dizaine* ou *dix* , ou même simplement *unité du second ordre* ; de dix dizaines ou unités du second ordre , une unité collective que nous appellerons *centaine* ou *cent* , ou même simplement *unité du troisième ordre* ; de dix centaines ou unités du troisième ordre une unité collective que nous appellerons *mille* , ou *unité du quatrième ordre* , et ainsi de suite indéfiniment , en réunissant constamment *dix* unités de chaque ordre dans *une* unité de l'ordre immédiatement supérieur , et en imposant continuellement un nom nouveau à chaque collection nouvelle.

Instituons , en outre , les neuf caractères ou chiffres

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 ;

que nous appellerons respectivement

un , deux , trois , quatre , cinq , six , sept , huit , neuf ;

pour représenter, dans leur ordre, les neuf premiers nombres naturels; et convenons en même temps que le nom de chaque caractère sera aussi celui du nombre qu'il est destiné à représenter.

Nous allons voir qu'en considérant les nombres comme composés d'unités, de dizaines, de centaines, de milles,, il n'en est aucun qu'on ne puisse, à l'aide de ces quelques conventions, parvenir à écrire nettement, et, ce qui est très-digne de remarque, sans que, pour cela, il soit nécessaire de savoir compter au-delà de *dix*.

Supposons, en effet, que nous ayons devant nous un tas de blé, et qu'il soit question d'écrire en chiffres le nombre de grains dont il se compose. Formons d'abord des tas de dix grains de blé chacun; ces tas partiels seront des unités du *second ordre*. Lorsque nous en aurons fait autant que le nombre total des grains de blé à exprimer en aura pu fournir; s'il reste encore quelques grains de blé, ils seront certainement en moindre nombre que dix, puisqu'autrement il ne serait pas vrai de dire qu'on ne saurait plus former de tas de dix grains de blé. Le nombre des grains de blé excédant, lesquels seront des unités simples ou du premier ordre, pourra donc être noté au moyen de quelqu'un de nos neuf caractères. Supposons, pour fixer les idées, qu'il en reste trois; nous pourrons les écrire ainsi, par abréviation, (3^{unit}), et il nous restera à écrire le nombre des tas de dix grains de blé.

Pour cela réunissons ces tas dix par dix; nous formerons ainsi de nouveaux tas de *dix fois dix* ou *cent* grains de blé chacun, c'est-à-dire; des unités du *troisième ordre*. Après en avoir formé ainsi le plus grand nombre possible, s'il reste des tas de dix grains de blé, pour la même raison que ci-dessus, ils seront en moindre nombre que dix, et leur nombre pourra conséquemment être exprimé par quelqu'un de nos neuf chiffres. Supposons, pour fixer les idées, qu'il en reste *sept*; nous pourrons, par abréviation,

les écrire ainsi (7^{dix.}), et les placer à la droite ou à la gauche du nombre des unités. Il nous restera alors à exprimer le nombre des tas de cent grains de blé.

Nous pourrions semblablement réunir ces derniers dix par dix ; pour en former de nouveaux tas de *dix fois cent* ou *mille* grains de blé , c'est-à-dire , des unités du *quatrième ordre*. Lorsque nous en aurons fait ainsi le plus grand nombre possible , s'il nous reste des tas de cent grains de blé , ils seront en moindre nombre que dix , et conséquemment leur nombre sera exprimable par quelqu'un de nos neuf chiffres. Supposons , pour fixer les idées , qu'il en reste *quatre* ; nous écrirons , par abréviation , à la droite ou à la gauche des deux autres nombres déjà écrits , (4^{cent.}) ; et il restera à noter le nombre des tas de mille grains de blé.

En continuant de réunir ainsi , dix par dix , les tas de l'ordre le plus élevé , pour en former de nouveau d'un ordre supérieur , et en notant chaque fois le nombre des tas restant du premier de ces deux ordres , on parviendra finalement à des tas de l'autre ordre tellement considérables qu'ils se trouveront en moindre nombre que dix ; de sorte qu'il deviendra impossible de pousser l'opération plus avant. Autant pour en finir que pour fixer les idées , supposons qu'il en arrive ainsi pour les tas de mille grains de blé , et que ces tas soient seulement au nombre de *six* , on écrira , par abréviation , (6^{mille}) , que l'on placera à la droite ou à la gauche des trois nombres déjà écrits ; et le problème sera ainsi résolu.

On pourra donc écrire le nombre de grains de blé qu'il s'agissait d'exprimer en chiffres de la manière suivante :

6.^{mille} 4.^{cent.} 7.^{dix.} 3.^{unit.}

et l'on conçoit que , tant qu'on fera accompagner ainsi chaque

chiffre du nom des unités dont il sera l'expression , on pourra , sans craindre aucun équivoque , se permettre toutes sortes d'inversions dans l'arrangement des chiffres , comme on s'en permet dans la succession des mots de la plupart de nos langues. Toutefois , comme l'ordre plaît naturellement à l'esprit , parce qu'il facilite les comparaisons et les recherches , on jugera convenable d'écrire constamment les unités des divers ordres des plus petites aux plus grandes ou des plus grandes aux plus petites. Or , comme ce sont les plus grandes qui nous intéressent plus spécialement , dans notre manière de lire de gauche à droite , on s'arrêtera de préférence au dernier de ces deux partis.

Tel devait être , à peu près , le système de numération indien sous sa forme première , et , sans doute , pendant un temps plus ou moins long , on aura constamment accompagné chaque chiffre du nom de l'espèce particulière d'unités collectives qu'il représentait ; et c'est ainsi que nous-mêmes nous écrivons communément

6.^{tois.} 4.^{pi.} 7.^{pe.} 3.^{lig.}

Mais , de même que les arpenteurs de profession se dispensent souvent , pour leur propre usage , de ces sortes d'indications , attendu qu'ils savent très-bien que le premier nombre qui est écrit à droite exprime des lignes , et que les suivans expriment , tour à tour , des pouces , des pieds et des toises , on peut conjecturer , avec vraisemblance , que ceux qui , par état , avaient beaucoup de nombres à écrire , en auront usé de la même manière , et que , dans la seule vue d'abréger , et sans prétendre aucunement faire une découverte , ils se seront dispensés , peu à peu , d'écrire les noms des divers ordres d'unités , en remarquant que ces noms se trouvent suffisamment indiqués par le rang des chif-

fres destinés à en indiquer le nombre ; de sorte qu'au lieu de

6.^{mil.} 4.^{cent.} 7.^{diz.} 3.^{unit.}

ils auront écrit , comme le font souvent les arpenteurs ;

6—4—7—3 .

Mais ce que ne sauraient faire les arpenteurs , qui rencontrent souvent des nombres de pieds , de pouces et de lignes exprimés par plusieurs chiffres , les calculateurs indiens , dans la seule vue de ménager le terrain , auront peu à peu supprimé les barres entre les chiffres , et auront écrit plus simplement

6473 :

Il est pourtant un cas , que nous n'avons pas mentionné , où cette manière abrégée d'écrire les nombres ne pourrait être mise en usage si l'on n'opposait quelque correctif à l'équivoque qui en pourrait résulter. Il peut bien se faire qu'un nombre ne contienne pas d'unités de certains ordres , inférieurs à l'ordre le plus élevé des unités qui en font partie. Un nombre peut , par exemple , renfermer seulement 6 mille , 7 dizaines , et 3 unités. Tant qu'on accompagnera chaque chiffre du nom de l'ordre d'unités qu'il exprime , cela sera tout à fait sans difficulté , et l'on pourra écrire

6.^{mil.} 7.^{diz.} 3.^{unit.}

comme un arpenteur écrirait

6.^{toi.} 7.^{pou.} 3.^{lig.}

Mais si l'on supprime les indices et qu'on rapproche les chiffres , le 6 ne se trouvant plus alors qu'au troisième rang sera pris pour des centaines. Ce serait un mauvais moyen de parer à cet inconvénient que de laisser vide la place des centaines , et d'écrire

6 73 ;

car , dans une écriture rapide , on risquerait souvent de laisser trop ou trop peu d'espace ; de sorte qu'on serait souvent en doute s'il manque ou s'il ne manque pas d'unités collectives intermédiaires , et combien il en manque consécutivement ; à quoi on peut ajouter encore que ce moyen ne pourrait être appliqué lorsque les unités collectives qui manqueraient seraient celles des derniers ordres à droite.

Il a donc dû paraître incomparablement plus commode et plus sûr d'instituer un chiffre qui fût le représentant de *rien* , et d'écrire ce chiffre dans tous les rangs , qu'autrement il aurait fallu laisser vides. C'est , en effet , le parti qu'on a pris ; ce chiffre est le 0 qui se prononce *zéro* , et qui , pendant long-temps , portait seul le nom de *chiffre*. On écrit donc

6073 ,

pour peindre aux yeux le nombre dont il était question tout à l'heure.

Telle est la numération écrite généralement en usage aujourd'hui dans tout le monde civilisé ; et voilà par quelle suite d'essais et de perfectionnemens successifs on aurait pu y être fort naturellement conduit , sans que de grands efforts d'intelligence eussent dû être nécessaires pour y parvenir (*).

Nous nous trouvons présentement , par rapport à la numération écrite , à peu près dans le cas où nous aurions été si , comme nous le supposions tantôt , on avait institué un chiffre particulier pour représenter chacun des nombres naturels. A quelque multitude de chiffres qu'il nous faille recourir , en effet , pour écrire un nombre donné , suivant le système auquel nous venons de nous arrêter , rien ne nous empêche de considérer cet ensemble de caractères comme un caractère unique , dont les divers chiffres qui le compose sont les élémens. Mais nous avons ici l'avantage que ces caractères composés , bien qu'en nombre illimité , sont assujétis dans leur tracé à des règles tellement précises , tellement uniformes qu'on peut se dispenser d'en for-

(*) C'est , ce me semble , un devoir rigoureux pour celui qui enseigne , non seulement d'expliquer de quelle manière on a pu être conduit à chaque découverte , mais encore de présenter de préférence à ceux à qui il s'adresse , parmi toutes les manières dont une découverte aurait pu être faite , celle qui semble avoir dû exiger le moins d'efforts de la part de l'intelligence. Cela fait prendre courage à ceux qui s'instruisent et les accoutume , en même temps , à bien conduire leur esprit dans les recherches auxquelles ils peuvent être appelés. Pour qui considérerait , par exemple , l'arithmétique comme sortie en entier et tout d'un jet d'une même tête , l'inventeur semblerait avoir dû posséder des facultés surhumaines , et c'est l'idée que je m'en étais faite moi-même la première fois que je l'ai apprise. Le comble de la perfection de son enseignement consiste à ce que celui qui l'étudie puisse se persuader que , pour peu qu'il eût voulu y réfléchir sérieusement , il en aurait découvert de lui-même tous les divers procédés.

mer à l'avance le tableau général, attendu que l'un quelconque étant donné, on saura toujours positivement de quelle manière devra être figuré celui qui le précédera ou le suivra immédiatement.

On peut dire exactement la même chose de notre écriture vulgaire. Rien n'empêche, en effet, de considérer tous les mots du vocabulaire d'une langue comme autant de caractères composés; et il sera vrai alors de dire qu'une langue a autant de lettres qu'elle a de mots. C'est même là ce qui arrive communément dans une lecture rapide où nous nous arrêtons qu'à la physiologie générale des mots; et cela à tel point que certains mots peuvent manquer d'une lettre, d'autres en avoir une de trop, ou bien encore contenir une lettre au lieu d'une autre, sans que cela nous empêche de les reconnaître, et quelquefois même sans que nous y fassions la moindre attention.

Aujourd'hui nos chiffres

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

au nombre de *dix*, lorsqu'on y comprend le zéro, n'ont aucun rapport naturel avec les nombres qu'ils sont destinés à représenter, et ce sont de purs *signes d'institution* qu'on ne peut, qu'en l'apprenant d'autrui, et par un pur effort de la mémoire, lier aux idées qu'ils sont destinés à rappeler; mais il n'en dût pas être de même dans l'origine, et il est même présumable que, si l'inventeur de ces chiffres leur eût donné, dès l'abord, la figure qu'ils ont aujourd'hui, il n'aurait jamais réussi à les faire admettre. Par une bizarrerie assez remarquable il arrive, en effet, que, bien qu'aujourd'hui la presque totalité des signes dont se composent nos langues, soit écrites, soit parlées, soient des signes purement conventionnels, n'ayant aucun rapport naturel avec les objets ou les idées qu'ils sont destinés à représenter, nous nous

révolterions néanmoins contre quelqu'un qui nous proposerait l'usage d'un signe nouveau , dont le choix n'aurait d'autre motif que sa volonté , tant l'arbitraire nous déplaît sous quelque forme qu'il se produise.

Aussi , en remontant , par les manuscrits , jusqu'à l'invention première de nos chiffres arabes , trouve-t-on que tels que nous les employons aujourd'hui , ces chiffres , comme tous les autres signes d'institution , ne sont que le produit des dégradations qu'ont subi successivement d'autres signes d'abord très-naturels , c'est-à-dire des signes qui , dans la pensée des inventeurs , avaient une liaison étroite avec les idées dont ils étaient le rappel. On conçoit que les mêmes recherches n'ont pu être tentées par rapport aux noms de ces chiffres , attendu que les mots sont des *signes fugitifs* dont on ne saurait suivre la trace , comme on le fait des *signes permanens* , et d'ailleurs ces mots , étant employés par les classes même les plus grossières de la société , ont dû s'altérer d'une manière beaucoup plus rapide. Nous nous bornerons donc à remarquer à ce sujet que , si l'on en excepte les mots *quatre* et *zéro* , les noms de tous nos chiffres sont d'une seule syllabe , comme il convient pour des mots qui doivent être d'un emploi fréquent.

Venons présentement à la numération parlée , et reprenons de nouveau le nombre

6473 ;

on pourrait fort bien l'énoncer ainsi : *six unités du quatrième ordre , quatre du troisième , sept du second et trois du premier* , et en user de même pour tout autre nombre , ce qui n'exigerait la création d'aucun mot nouveau ; mais nous avons déjà vu que , pour exprimer les unités du second , du troisième et du quatrième ordres on avait inventé , sans doute pour abrégier le langage , les mots *dizaine* ou *dix* , *centaine* ou *cent* et *mille* ; et on a éga-

lement créé des mots pour exprimer les unités des ordres supérieurs. A la vérité il résulte de là que , pour pouvoir nommer tous les nombres , il faudrait créer une infinité de mots ; mais on doit remarquer , d'une part , que les besoins de la société , même la plus avancée , exigent rarement l'emploi des nombres composés d'une grande multitude de chiffres , et , d'une autre , que , quand cela arrive quelquefois , on se contente d'écrire les nombres sans songer à les énoncer dans le discours. Nous allons voir , au surplus , qu'en formant la nomenclature des unités des différens ordres , on a cherché à faire quelque économie sur la création des mots.

Nous venons de voir que , dans le système de numération en usage , les unités des quatre premiers ordres ont reçu , des plus petites aux plus grandes , ou de droite à gauche , les dénominations d'*unités* , *dizaines* , *centaines* , *mille*. Ces dénominations n'ont , comme on le voit , aucune analogie ni entre elles ni avec le rang des unités qu'elles expriment. Ce sont de purs signes d'institution , ne représentant les idées signifiées qu'en vertu d'une convention tout à fait arbitraire.

Si l'on eût voulu continuer sur le même plan , il aurait fallu créer , pour les unités des ordres de plus en plus élevés , des dénominations également arbitraires et indépendantes entre elles , ce qui aurait surchargé la mémoire d'autant de noms nouveaux qu'on aurait eu d'ordres d'unités à considérer. Pour éviter cet embarras , on a eu recours à un expédient qu'il convient de remarquer avec quelque attention , parce qu'on peut user d'une ressource analogue toutes les fois qu'on a des nomenclatures à créer , ce qui arrive assez fréquemment dans les sciences.

On a donc considéré que , puisque les unités du cinquième ordre étaient dix fois plus grandes que les milles ou unités du quatrième , on pouvait fort bien les appeler des *dizaines de mille* , tout comme celles du second ordre sont des *dizaines d'unités*. On a considéré pareillement que , puisque les unités du sixième ordre étaient dix fois dix fois , c'est-à-dire , cent fois plus grande que

les milles , on pouvait fort bien les appeler des *centaines de mille* , tout comme les unités du troisième ordre sont des *centaines d'unités*.

Quant aux unités du septième ordre , on leur a donné un nom tout à fait nouveau ; on les a appelées des *millions* ; considérant ensuite que celles des huitième et neuvième ordres sont exactement , par rapport à celles-là , ce que sont celles des cinquième et sixième , par rapport à celles du quatrième , ou encore ce que sont celles du second et du troisième , par rapport à celles du premier , on les a appelées respectivement des *dizaines de millions* et des *centaines de millions*. Quant aux unités du dixième ordre , on a créé pour elles une dénomination propre , on les a appelées des *billions*. Ce sont aussi ce que les financiers appellent des *milliards*.

On a continué ainsi à n'introduire une dénomination nouvelle que de trois en trois ordres , en donnant constamment aux unités des deux ordres immédiatement supérieurs les noms de dizaines et de centaines de cet ordre ; de sorte que , pour former les noms de tous les ordres d'unités , il suffit seulement de connaître les mots *dizaine* et *centaine* , et de connaître en outre , suivant leurs rangs , les dénominations indépendantes , lesquelles sont :

Unités , milles , millions , billions , trillions , quadrillions , ... ;

sur quoi nous devons remarquer , en passant , que ces dénominations n'ont point été très-heureusement choisies. Les mots *billions , trillions , quadrillions ,* correspondent , en effet , aux noms de nombres *deux , trois , quatre ,* dont ils rappellent l'idée , tandis que ces mots ne sont point les *deuxième , troisième , quatrième ,* dénominations , mais bien les *quatrième , cinquième , sixième* Toutefois , ces dénominations ainsi convenues , on sent que rien n'est plus facile que de former le tableau complet des noms successifs des différens ordres d'unités ; et l'on voit qu'au moyen de cette ingénieuse nomenclature , pour nommer et caractériser nettement des unités d'un grand nombre d'ordres différens ,

on n'a guère à employer qu'un nombre de mots trois fois moindre ; et tel est l'avantage que l'on trouve dans l'art de combiner méthodiquement quelques racines simples pour en former des mots composés.

Pour énoncer, dans le discours, un nombre écrit en chiffres, on aurait pu convenir, comme nous le disions tout à l'heure, d'énoncer tour à tour, en allant de gauche à droite, les noms des chiffres qui le composent, en ajoutant, à la suite de chacun, le nom de l'espèce des unités qu'il exprime ; mais cette manière de lire les nombres aurait été excessivement longue et fastidieuse, et on a très-adroitement profité de l'ordre introduit dans la nomenclature des unités des différentes classes pour en rendre la lecture beaucoup plus concise, et pour réduire celle des nombres qui ont plus de trois chiffres à la lecture d'une suite de nombres de trois chiffres seulement. Expliquons donc, en premier lieu, comment on lit ces derniers, et faisons remarquer surtout les irrégularités, malheureusement trop nombreuses, que l'usage a introduites dans leur énoncé.

D'abord les nombres qui s'écrivent

100 , 200 , 300 , 400 , 900 ;

s'énoncent

Cent , deux cents , trois cents , quatre cents , neuf cents.

En suivant l'analogie, les nombres qui s'écrivent

10 , 20 , 30 , 40 , 90 ,

devraient s'énoncer

Dix , deux dix , trois dix , quatre dix , neuf dix ;

mais le premier seul est soumis à cette règle ; les cinq qui le suivent immédiatement s'énoncent

Vingt , trente , quarante , cinquante , soixante ;

dénominations qui seraient passablement régulières si , comme on l'a proposé , on remplaçait le mot *vingt* par le mot *duante*.

Pour continuer sur le même plan , les nombres qui s'écrivent

70 , 80 , 90

devraient s'énoncer

Septante , huitante , nonante ;

c'est ainsi , en effet , que le peuple les énonce dans nos contrées méridionales , et que nous conseillons au lecteur de les énoncer comme nous le faisons nous-même ; mais , dans les salons du midi et dans tout le nord de la France , on a trouvé , et il serait assez difficile de dire pourquoi , qu'il était de plus bel air de dire

Soixante et dix , quatre-vingts , quatre-vingt-dix . ()*

Il est très-vrai que soixante , augmenté de dix , font septante ; mais quarante augmenté de dix font bien cinquante , et pourtant on n'a jamais songé à remplacer cette dernière dénomination par l'expression *quarante et dix*. Il est encore vrai que *quatre-vingts* ou quatre fois vingt font huitante ; mais *trois vingts* font aussi *soixante* ; l'on n'a pourtant jamais songé à remplacer cette dernière locution par la première. On comprend d'après cela que l'expression *quatre-vingt-dix* est encore plus barbare que les deux au-

(*) La bonne société dit pourtant , en parlant de la Bible , *la version des septante*.

tres (*). Après avoir fait de la *dizaine* une unité collective, on ne voit pas trop pourquoi nos pères en ont été faire une autre de la *vingtaine*, et se sont avisés de la combiner avec celle-là. C'est pourtant là ce qui est arrivé; voilà comment nous trouvons dans nos vieux auteurs *six vingts* pour *cent vingt*; et voilà encore comment, aujourd'hui même, un établissement de bienfaisance fondé à Paris en faveur de trois cents aveugles, conserve la dénomination des *quinze-vingt*, qu'on n'a pourtant jamais songé à appliquer aux braves compagnons de Léonidas. Il est certain que, quand de dessein prémédité on aurait résolu d'embrouiller une langue qui pourrait être si simple et si régulière, on aurait pu s'y prendre d'une manière plus heureuse.

Il serait bien temps enfin de faire disparaître des bizarreries aussi choquantes. L'Académie française, souveraine législatrice du langage vulgaire, n'a jamais prétendu exercer sa suprématie sur la langue de l'histoire naturelle, de la physique, de la chimie, ni même de la géométrie; elle a reçu humblement, et enregistré dans son code, ces langues diverses, telles qu'il a plu aux savans de les lui présenter; nous ne voyons donc pas pourquoi elle se croirait plus compétente à l'égard de la langue des nombres, qui est aussi une langue scientifique. Que, si elle ne veut point rayer absolument de son Dictionnaire les mots *soixante et dix*, *quatre-vingts* et *quatre-vingt-dix*, nous désirerions du moins que, gardant

(*) Si l'on dicte lentement le nombre *quatre-vingt-dix* à quelqu'un d'un peu prompt, son oreille étant d'abord frappée du son *quatre*, il écrira tout naturellement un 4; le son *vingt* qui se fera entendre ensuite, l'avertira qu'il faut changer ce 4 en un 8; enfin, en entendant le son *dix*, il reconnaîtra qu'il faut corriger une seconde fois et remplacer de nouveau le 8 par un 9. Si, en faisant une addition, on trouve septante pour la somme d'une colonne, et qu'on se serve de la locution *soixante et dix*, on sera souvent tenté de retenir *six* au lieu de *sept*, pour la colonne suivante.

un *juste milieu*, elle voulut bien, tout au moins, déclarer que les mots *septante*, *huitante*, *nonante* sont également de recette.

Toutefois nous n'hésiterions pas à leur préférer les expressions *deux dix*, *trois dix*, *quatre dix*, ... De même, en effet, qu'un enfant en bas âge ne se fait jamais expliquer, par exemple, ce que c'est que *quatre cens*, il ne s'aviserait jamais de demander davantage ce que c'est que *quatre dix*; la dénomination lui indiquant la chose d'une manière assez claire; tandis qu'on est obligé de lui expliquer que *quarante* est le nom de la collection de quatre dizaines. Un enfant qui sait que cinq et trois font huit ne demandera jamais non plus combien valent ensemble cinq cens et trois cens, parce qu'il verra évidemment de lui-même que cela fait huit cens; il ne demandera pas davantage combien font ensemble cinq dix et trois dix, tandis qu'il sera, au contraire, très-fondé à demander combien valent ensemble cinquante et trente; parce qu'ici les mots ne rendent les idées que d'une manière imparfaite. D'ailleurs, l'ordre et l'uniformité plaisent et attachent naturellement, parce qu'ils offrent plus aisément prise à l'action de la mémoire et à celle du jugement, et de là sans doute ce penchant des enfans en bas âge à faire tous les verbes réguliers; or, comment veut-on qu'ils prennent quelque goût pour les spéculations numériques, eux chez qui l'étude de la numération parlée doit nécessairement précéder celle de la numération écrite, si cette numération parlée présente, dès le début, des anomalies dont il est impossible de se rendre compte? Cependant telle est l'indifférence générale du public sur toutes ces choses, tel est le petit nombre des hommes qui en sentent l'importance que nous ne serions pas surpris de voir beaucoup de lecteurs nous reprocher d'y avoir beaucoup trop insisté.

Pour leur prouver que nous sommes peu disposés à nous corriger, signalons encore une dernière irrégularité. De même que les nombres qui s'écrivent

39 , 38 , 37 ,

s'énoncent *trente-neuf* , *trente-huit* et *trente-sept* ; les nombres qui s'écrivent

19 , 18 , 17 ;

s'énoncent *dix-neuf* , *dix-huit* et *dix-sept* ; de même donc que les nombres qui s'écrivent

36 , 35 , 34 , 33 , 32 , 31 ,

s'énoncent *trente-six* , *trente-cinq* , *trente-quatre* , *trente-trois* , *trente-deux* et *trente-un* ; les nombres qu'on écrit

16 , 15 , 14 , 13 , 12 , 11 ,

devraient s'énoncer *dix six* , *dix cinq* , *dix quatre* , *dix trois* , *dix deux* et *dix un* ; cependant l'usage veut qu'on les énonce *seize* , *quinze* , *quatorze* , *treize* , *douze* et *onze*.

Ces anomalies ne portent heureusement que sur la numération parlée et non sur la numération écrite qui , comme nous l'avons déjà fait observer , est d'une régularité parfaite. Cela s'explique facilement si l'on considère que la numération écrite n'est guère employée que par des hommes qui ont déjà acquis assez d'instruction pour sentir tout le prix de l'uniformité , et pour ne point y porter atteinte partout où ils la trouvent établie ; tandis qu'au contraire la numération parlée est à l'usage de tout le monde , des ignorans aussi bien que des savans. C'est la même raison , sans doute , qui fait que la langue parlée des plus petits nombres , à l'usage de plus de gens , et des gens des plus basses classes , est plus altérée que celle des plus grands. C'est sans doute la même cause qui fait que , dans toutes les langues , les verbes dont l'em-

ploi est le plus fréquent, et notamment les verbes auxiliaires sont les plus irréguliers de tous.

Du moment qu'on sait lire couramment les nombres qui n'ont pas plus de trois chiffres, la lecture des nombres écrits avec un grand nombre de chiffres peut être réduite à la règle suivante : *Partagez, par la pensée, le nombre proposé en tranches de trois chiffres chacune, en allant de droite à gauche, sauf la dernière à gauche qui pourra fort bien en avoir moins; donnez ensuite successivement aux tranches, toujours en partant de la droite, les noms suivans: unités, milles, millions, billions, trillions,; alors, en partant de la gauche, énoncez chaque tranche comme si c'était un nombre isolé d'un, de deux ou de trois chiffres, et ajoutez à la fin de l'énoncé le nom que vous aviez d'abord donné à la tranche.*

Nous pouvons dire ici de la numération parlée ce que nous avons dit plus haut de la numération écrite. Rien ne nous empêche de considérer le nom de chacun des nombres naturels comme un mot unique, mais composé; et alors il sera vrai de dire que nous avons inventé autant de mots différens qu'il y a de nombres à nommer; mais, par l'effet de l'art avec lequel ces mots sont composés, il arrive que nous n'avons pas besoin de les apprendre tous à l'avance pour être en état de prononcer chacun d'eux en particulier, lorsque le besoin l'exige.

Il y a dans ce système, deux choses de pures conventions que l'on pourrait fort bien y changer sans nuire, en aucune sorte, à sa régularité. D'abord on pourrait, réunir plus ou moins de dix unités de chaque ordre pour en composer une de l'ordre immédiatement supérieur, ensuite on pourrait dans la nomenclature des unités des différens ordres, introduire une dénomination nouvelle de deux en deux ou de quatre en quatre ordres, tout aussi bien que de trois en trois. On ne voit pas trop, sur ce dernier point, ce qui a pu déterminer le choix du nombre de trois, quant au premier; le choix du nombre dix est évidemment le résultat de notre organisation, c'est-à-dire, qu'il a pour cause le nombre de

nos doigts qui ont été, sans doute, les premiers instrumens dont nous nous sommes aidés pour compter. Aussi voit-on le nombre dix jouer un rôle plus ou moins important dans les systèmes de numération les plus divers, dans ceux mêmes des peuples qui jamais n'ont eu entre eux aucune communication.

Il n'en est pas moins vrai qu'en réunissant plus ou moins de dix unités de chaque ordre dans une unité de l'ordre immédiatement supérieur, on peut, à l'imitation de notre système de numération, en concevoir tant d'autres qu'on voudra, tout aussi réguliers que celui-là, dont plusieurs n'auraient rien à lui céder du côté des avantages et dont quelques-uns même pourraient lui être préférables à certains égards. Nous n'avons donc pas seulement en mains une langue unique, mais bien une infinité de langues propres à exprimer uniformément tous les nombres. Dans chaque système de numération, ainsi calqué sur le nôtre, le nombre qui exprime combien on réunit d'unités de chaque ordre, pour en faire une de l'ordre immédiatement supérieur, est ce qu'on appelle la *base* du système; et on dit, en conséquence, que notre système de numération a dix pour base. Il est aisé de voir que chacun de ces systèmes exigera l'usage d'autant de chiffres, y compris le zéro, que sa base contiendra d'unités. Si donc sa base est moindre que dix, nos chiffres n'y seront pas tous employés; si, au contraire, elle est plus grande, il exigera l'introduction de nouveaux chiffres. Il paraît que, dans une antiquité très-reculée, le système *binnaire*, c'est-à-dire, celui qui a *deux* pour base, et qui n'exige conséquemment que l'emploi des chiffres 0 et 1, était connu et pratiqué dans l'empire de la Chine.

Il convient de remarquer ici que notre manière de lire les nombres en les partageant en tranches de trois chiffres revient exactement à considérer tous les nombres inférieurs à mille, sauf à écrire un ou deux zéros à la gauche de ceux qui n'ont que deux ou un chiffre, comme les chiffres d'un système de numération

qui a mille pour base , et dont les unités des différens ordres sont les tranches successives de trois chiffres.

Dans le système de numération qui aurait *un* pour base , les unités des différens ordres auraient toutes la même valeur , et conséquemment ce système ne serait autre que le premier des deux systèmes extrêmes de numération que nous nous sommes vus contraints de rejeter au commencement de cette dissertation. On pourrait fort bien y faire usage du zéro , et même le placer partout et autant de fois qu'on le voudrait , mais il n'y produirait qu'un encombrement superflu.

Dans le système de numération qui aurait une base infinie , il faudrait une infinité d'unités de chaque ordre pour en former une de l'ordre immédiatement supérieur ; tous les nombres finis n'exprimeraient donc que des unités du premier ordre , et seraient conséquemment des nombres d'un seul chiffre ; ce système exigerait donc l'emploi d'une infinité de chiffres différens ; ce serait donc le dernier des deux systèmes extrêmes que leur incommodité nous avait d'abord conduit à rejeter. Celui-ci n'aurait pas à faire usage du zéro , ou plutôt l'unité suivie d'un zéro y serait le symbole de l'infini.

Tous les autres systèmes de numération , à base plus ou moins grande , se trouvent compris entre ces deux systèmes extrêmes , et le nôtre occupe conséquemment le dixième rang dans la série. On sent aisément que l'un quelconque des systèmes de numération qui s'y trouvent compris participera plus ou moins des avantages et des inconvéniens de l'un ou de l'autre des deux systèmes extrêmes , à mesure qu'il s'en rapprochera davantage.

Nous avons essayé , dans ce qui précède , d'écrire le *roman* de notre numération , roman auquel nous nous sommes attachés principalement à donner autant de vraisemblance qu'il nous a été possible de le faire ; ceux de nos lecteurs qui désireront des dé-

SUR LA NUMÉRATION.

367

tails sur son *histoire* pourront consulter , entr'autres , un savant mémoire allemand de M. le baron Alex. de HUMBOLD , inséré à la pag. 205 du IV.^{me} volume du *Journal de Mathématiques* de M. CRELLE , mémoire dont nous pourrons quelque jour publier une traduction dans le présent recueil.

FIN DU VINGT-UNIÈME VOLUME.