

Astérisque

AST

Pages annexe

Astérisque, tome 5 (1973), p. 241-242

http://www.numdam.org/item?id=AST_1973__5__241_0

© Société mathématique de France, 1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Le présent fascicule se compose de trois parties. La première et la troisième sont dues à Thomas Körner, la seconde à Robert Kaufman. Un bref historique peut être utile pour expliquer cet ordre.

Au début de 1972, Th. Körner a résolu un problème ouvert depuis plus de 15 ans et qui avait, au début, motivé l'intérêt pour les ensembles de Helson. Les ensembles de Helson sur le cercle sont les fermés sur lesquels toute fonction continue peut être représentée comme série de Fourier absolument convergente. De tels ensembles (avec une définition apparemment plus restrictive, en fait équivalente) ont été considérés dès 1952 par L. Carleson; H. Helson, en 1954, a montré qu'ils ne portent aucune mesure $\neq 0$ dont les coefficients de Fourier tendent vers 0 à l'infini. En 1956, J.P. Kahane et R. Salem ont construit des ensembles parfaits sans vraies pseudomesures (SVP) c'est à dire ne portant aucune distribution à coefficients de Fourier bornés qui ne soit une mesure. Les ensembles SVP sont des ensembles de Helson et des ensembles de synthèse spectrale; inversement, tout ensemble de Helson qui est de synthèse spectrale est un ensemble SVP. La question de l'existence d'ensembles de Helson qui portent des " vraies " pseudomesures se trouvait ainsi posée en relation avec le problème de la synthèse spectrale. La découverte de Malliavin (1959) répondait à ce dernier problème de façon toute différente.

Th. Körner construit un ensemble de Helson qui porte une pseudomesure dont les coefficients de Fourier tendent vers 0 à l'infini. Le théorème de Helson ne vaut donc pas en remplaçant " mesure " par " pseudomesure ". L'ensemble construit n'est pas de synthèse spectrale.

Au début de 1973, R. Kaufman a trouvé une autre construction, probabiliste, très élégante, et qui donne un résultat plus fort : tout ensemble de multiplicité contient un ensemble à-la-Körner. Indépendamment et presque en même temps, Th. Körner a considérablement simplifié une part importante de sa construction.

Les travaux de Th. Körner et R. Kaufman remettent au premier plan un travail ancien et profond de Piatetskii-Shapiro (1952-1954), en même temps qu'ils en précisent le résultat principal : l'existence d'un ensemble de multiplicité au sens ordinaire qui n'est pas de multiplicité " au sens restreint " (c'est à dire quand on se limite à des séries de Fourier - Stieltjes).