

# *Astérisque*

AST

**Séminaire de géométrie analytique - Pages préliminaires**

*Astérisque*, tome 16 (1974), p. 1-6

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1974\\_\\_16\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1974__16__1_0)

© Société mathématique de France, 1974, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**astérisque**

**1974**

**16**

**séminaire**  
**de géométrie analytique**

**Adrien DOUADY - Jean-Louis VERDIER**

École Normale Supérieure

**société mathématique de france**



SEMINAIRE DE GEOMETRIE ANALYTIQUE

DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE

1971 - 1972

QUELQUES PROBLEMES DE MODULES

Un Séminaire dirigé par

Adrien DOUADY et Jean-Louis VERDIER

Avec la collaboration de : Arnaud BEAUVILLE, Pierre BERTHELOT, Régine DOUADY,  
Renée ELKIK, Christian HOUZEL, John HUBBARD, Geneviève POURCIN, Gabriel RUGET,  
Bernard TEISSIER.



## SOMMAIRE

### PREMIERE PARTIE : LE THEOREME DE FINITUDE DE GRAUERT

Exposé I : Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires, par Régine DOUADY

§1. Produits tensoriels topologiques	I.01	p.7
2. Applications nucléaires	I.10	
3. Espaces nucléaires	I.16	
4. Espaces des sections d'un faisceau analytique cohérent	I.20	

Exposé II : Transversalité par John HUBBARD

§1. Produits tensoriels et Tôr sur une algèbre de Fréchet	II.01	p.33
2. Transversalité	II.06	
3. Faisceaux analytiques transverses	II.08	
4. Sections globales de faisceaux analytiques	II.11	

Exposé II<sup>bis</sup>: Le théorème des images directes de Grauert, par Adrien DOUADY (\*)

§1. Introduction	II <sup>bis</sup> .01	p.49
2. Les fonctions $\hat{O}_A$ et $Tôr_n^A$	II <sup>bis</sup> .03	
3. Transversalité	II <sup>bis</sup> .05	
4. Applications A-nucléaires et A-sous nucléaires	II <sup>bis</sup> .06	
5. Perturbations A-sous nucléaires	II <sup>bis</sup> .09	
6. Un théorème "à la Schwartz"	II <sup>bis</sup> .10	
7. Démonstration du théorème des images directes	II <sup>bis</sup> .13	
8. Le théorème de semi-continuité	II <sup>bis</sup> .14	

### DEUXIEME PARTIE : EXISTENCE DU MODULE DES SINGULARITES ISOLEES

Exposé III : Déformation des germes d'espaces analytiques, par Gabriel RUGET

§0. Introduction	III.01	p.63
1. Extensions	III.03	
2. Extensions et déformations	III.05	
3. Retour au foncteur $D(A)$	III.08	

(\*) Exposé fait en novembre 1971 au Séminaire Bourbaki (n° 404)

§4. Singularités rigides	III.11	
5. Déformations des intersections complètes	III.12	
6. Un exemple d'obstruction à la déformation	III.16	
Exposé IV : Foncteurs sur les anneaux artiniens. Application aux déformations verselles, par Arnaud BEAUVILLE		
§1. Foncteurs sur les anneaux artiniens	IV.01	p.82
2. Applications	IV.12	
Exposé V : Le théorème de M.Artin sur les solutions d'équations analytiques, par John HUBBARD		
§1. Germes d'espaces analytiques et espaces formels	V.01	p.105
2. Enoncé des résultats	V.02	
3. Démonstration de $A_{n-1} \Rightarrow B_n$	V.03	
4. Plan de la démonstration $B_n \Rightarrow A_n$	V.05	
5. Démonstration du lemme 1	V.07	
6. Démonstration du lemme 2	V.10	
7. Démonstration du lemme 3	V.11	
Exposé VI : Solutions d'équations au-dessus d'anneaux henséliens, par Renée ELKIK		
§1. Le théorème d'approximation	VI.01	p.116
2. Cas des couples henséliens	VI.09	
Exposé VII : Algébrisation du module formel d'une singularité isolée, par R.ELKIK		
§0. Introduction	VII.01	p.133
1. Algébrisation du module des singularités isolées	VII.02	
2. Approximation de $\bar{X}$	VII.03	
3. Existence de déformations henséliennes verselles	VII.05	
Exposé VIII : Polycylindres privilégiés, par Geneviève POURCIN		
§1. Introduction	VIII.01	p.145
2. Démonstration du théorème	VIII.03	
3. Recouvrements $\mathcal{F}$ -privilégiés	VIII.13	
Exposé IX : Déformation de singularités isolées, par Geneviève POURCIN		
§1. Introduction	IX.01	p.161

§2. Quelques lemmes	IX.03
3. Encore quelques lemmes	IX.06
4. Etude locale de $G_K$	IX.09
5. Démonstration du théorème	IX.11

TROISIEME PARTIE : ETUDE DES DEFORMATIONS DES SINGULARITES ISOLEES

Exposé X : Classification topologique universelle des singularités, d'après  
Frédéric PHAM, par Pierre BERTHELOT

§1. Versalité et stabilité	X.01	p.174
2. Stratification de Thom d'un germe d'application analytique stable	X.07	
3. Symbole de Boardman	X.19	
4. Multiplicités jacobiniennes	X.31	

Exposé XI : Déformations à type topologique constant, par Bernard TEISSIER

Première Partie		p.215
§1. Introduction	XI.01	
2. Déformations "à type analytique constant"	XI.02	
3. Déformations équimultiples	XI.04	
Deuxième Partie		p.228
4. Introduction	XI.14	
5. Rappels sur l'ouverture de la versalité	XI.14	
6. Le nombre $\mu$ de Milnor et le type topologique	XI.22	
7. "Vérités" non démontrées	XI.30	
8. Lien avec le problème de Pham	XI.31	

QUATRIEME PARTIE : MODULE DES FIBRES VECTORIELS HOLOMORPHES

Exposé XII : Le problème des modules pour les fibrés vectoriels holomorphes sur un  
espace  $\mathbb{C}$  - analytique compact, le cas d'une base lisse, par  
Gabriel RUGET

§0. Introduction	XII.01	p.250
1. Structures complexes sur un fibré vectoriel	XII.02	
2. Existence du module	XII.03	

Exposé XIII : Déformation de fibrés principaux, d'après Pierre DELIGNE, par  
Christian HOUZEL



Exposé XIII

§1. Position du problème	XIII.01	p.255
2. Déformations de fibrés avec donnée de descente	XIII.03	
3. Déformations d'un fibré vectoriel sur un espace normal	XIII.07	
4. Cas d'un espace réduit	XIII.08	
5. Cas général	XIII.10	
Appendice	XIII.13	p.267

Ce Séminaire comprend quatre parties. Dans la première partie on détaille une démonstration du théorème de finitude de Grauert. Les exposés I et II sont préliminaires. La démonstration du théorème a été donnée par A. Douady dans un exposé au Séminaire Bourbaki de novembre 1971. Pour la commodité du lecteur nous reproduisons ici cet exposé (II bis).

Dans la deuxième partie on étudie l'existence du module des déformations des singularités isolées. Les exposés III à VI sont préliminaires. Dans l'exposé VII Renée Elkik démontre que le module formel de Schlessinger est algébrisable. Ce résultat qui lui est dû repose sur une variante améliorée du théorème d'approximation de M. Artin (exposé VI). Dans l'exposé VIII, fait en 1973, Geneviève Pourcin donne une démonstration banachique de l'existence de ce module qui fournit en plus la démonstration de la propriété d'ouverture de la versalité. Cette propriété d'ouverture a été d'ailleurs démontrée aussi par Renée Elkik dans des travaux ultérieurs. Geneviève Pourcin utilise des caractérisations techniques du privilège qui ont leur intérêt par elles-mêmes et qui sont présentées dans l'exposé VII. Le Séminaire a comporté de plus un exposé oral de Jean-Louis Verdier sur une démonstration, inspirée de celle de Grauert, du théorème d'existence des modules de déformations. On y obtenait l'existence dans le cas des singularités non nécessairement isolées et semi-rigides ( $\dim_{\mathbb{C}} H^1(T_x) < +\infty$ ). Mais on n'obtenait pas l'ouverture de la versalité. Cet exposé oral n'a pas été rédigé pour le Séminaire.

Dans la troisième partie on étudie la stratification naturelle du module des déformations dans le cas de complète intersection (exposé X) et certains problèmes de déformations à type topologique constant (exposé XI).

Dans la quatrième partie on établit l'existence du module des déformations d'un fibré vectoriel holomorphe sur un espace analytique compact donné.

Paris, le 2 février 1974.