

Astérisque

HENRI COHEN

**Formes modulaires de poids demi-entier et
formes à deux variables**

Astérisque, tome 41-42 (1977), p. 191-192

http://www.numdam.org/item?id=AST_1977__41-42__191_0

© Société mathématique de France, 1977, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

FORMES MODULAIRES DE POIDS DEMI-ENTIER
 ET FORMES A DEUX VARIABLES

par

Henri COHEN

-:--:-

Soit K un corps quadratique réel de discriminant D , anneau d'entiers O_K , différente \mathfrak{d} . Notons x' le conjugué de x dans K .

Si $f = \sum_{n \geq 1} a(n)q^n$ est une forme modulaire de poids entier k et de caractère χ sur le groupe $\Gamma_0(N)$, posons :

$$E_f^K(z_1, z_2) = \sum_{\substack{v \in \mathfrak{b} \\ v \gg 0}} e^{2i\pi(vz_1 + v'z_2)} \sum_{\substack{d | (vb) \\ d \in \mathbb{N}^*}} d^{k-1} \chi(d) \left(\frac{4D}{d}\right) a\left(N\left(\frac{vb}{d}\right)\right).$$

THÉORÈME. - La fonction E_f^K est une forme modulaire de Hilbert de poids k et de caractère $\chi \circ N_{K/\mathbb{Q}}$ sur un sous-groupe de congruence de $SL_2(O_K)$.

Pour démontrer ce théorème, nous utilisons le lemme combinatoire suivant, que l'on peut démontrer avec les méthodes de [1] :

LEMME - Posons :

$$\Phi_n(E)(z) = \sum_{0 \leq \ell \leq n} (-1)^\ell e_{n,\ell} \left(\left(\frac{\partial}{\partial z_1}\right)^\ell \left(\frac{\partial}{\partial z_2}\right)^{n-\ell} E\right)(z, z)$$

avec $e_{n,\ell} = (\ell! (n-\ell)! (k+\ell-1)! (k+n-\ell-1)!)^{-1}$.

Pour que $E(z_1, z_2)$ soit modulaire de poids k et caractère $\chi \circ N_{K/\mathbb{Q}}$ sur $SL_2(\mathcal{O}_K) \cap \Gamma_0(N)$, il faut et il suffit que pour tout $n \geq 0$, $\Phi_n(E)(z)$ soit modulaire de poids $2n+2k$ et caractère χ sur $\Gamma_0(N)$.

Nous appliquons ce lemme à E_f^K et le théorème résulte du théorème de Shimura sur les formes de poids demi-entier.

Les démonstrations détaillées sont contenues dans la thèse de l'auteur et seront publiées ultérieurement.

-:-:-

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. COHEN, Sums involving the values at negative integers of L functions of quadratic characters, Math. Ann. 217, (1975), p. 271-285.

-:-:-

Henri COHEN
Laboratoire de Mathématiques
et d'Informatique dépendant
de l'Université de Bordeaux I
associé au C. N. R. S.
351, cours de la Libération
33405 TALENCE