

# *Astérisque*

AST

**Bifurcation, théorie ergodique et applications - Dijon,  
22-26 juin 1981 - Pages préliminaires**

*Astérisque*, tome 98-99 (1982), p. 1-14

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1983\\_\\_98-99\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1983__98-99__1_0)

© Société mathématique de France, 1982, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**astérisque**  
**98 - 99**

**1982**

**bifurcation,  
théorie ergodique  
et  
applications**

**Dijon, 22-26 juin 1981**

**société mathématique de france**

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**AMS Subjects classification : 58 F 11, 28 D 20, 34 C 35**

Introduction	.....	1
Résumés des exposés	.....	3
Liste des Participants	.....	7
Liste des Exposés	.....	13
G.BERTRAND, J-M.CHAIX- Exemples expérimentaux de bifurcations en chimie	.....	15
G.VEGTER - Bifurcations of gradient vector fields .....		39
B.L.J.BRAAKSMA, H.W.BROER - Quasi periodic flow near a codimension one singularity of a divergence free vector field in dimension four		74
M.COSNARD - Etude des solutions de l'équation fonctionnelle de Feigenbaum	.....	143
P.WALTERS - A mixing property for non-singular actions ..		163
C.SIMO - Stability of degenerate fixed points of analytic area preserving mappings	.....	184
J.SOTOMAYOR, C.GUTIERREZ - Structurally stable configurations of lines of principal curvature	.....	195
R.MOUSSU - Une démonstration géométrique d'un théorème de Lyapunov-Poincaré	.....	216
Abstract	.....	225



Le colloque, organisé par le Laboratoire de Topologie et l'Equipe de Probabilité de Dijon, a réuni du 22 juin au 26 juin 1981, une cinquantaine de participants français et étrangers.

Comme l'indique l'appellation choisie pour ce colloque, le but des organisateurs était de réunir des spécialistes de la théorie ergodique avec des spécialistes de l'analyse qualitative des systèmes dynamiques (en particulier des problèmes de bifurcations).

Nous publions dans ce volume, huit des communications présentées lors du colloque. Nous présentons tout d'abord quatre articles relatifs à des problèmes de bifurcations. Les sujets d'intérêt abordés sont variés : exemples expérimentaux de bifurcations en chimie, bifurcations de gradients, de champ de vecteurs préservant le volume en dimension 4, bifurcation pour les applications unimodales.

Nous présentons ensuite un article de théorie ergodique abstraite.

Enfin, les trois derniers articles s'intéressent à des propriétés qualitatives de certains systèmes plus particuliers : stabilité des points paraboliques d'un difféomorphisme du plan préservant l'aire, stabilité des lignes de courbure principale sur une surface, caractérisation d'un point central pour une forme différentielle de  $\mathbb{R}^2$ .



1.- BERTRAND Gilles, CHAIX Jean-Marc - Exemples expérimentaux de Bifurcations en chimie.

This paper gathers a great number of experimental examples of bifurcation in chemistry. Though we find them in every field of chemical dynamics, they only show a few basic behaviours. Their analysis shows how experimental research and bifurcation theory are joined together.

2.- VEGTER Gert - Bifurcations of gradient vectorfields.

There is a 1-1 correspondence between unfoldings of gradient vectorfields and unfoldings of the corresponding potential functions, provided one restricts to systems with only (quasi)-hyperbolic singularities (corank 0 or 1). As was pointed out by Guckenheimer, in the case of corank greater than one this relation breaks down in some cases (gradient field of the hyperbolic umbilic). This is due to occurrence of 'non-local' bifurcations (saddle connections).

However, if the metric is generic, the universal unfolding of the hyperbolic umbilic again induces an (almost) universal unfolding of the corresponding gradient vectorfield.

We also study unfoldings of 'generalized' saddle connections, occurring in two dimensional gradient systems between (quasi)-hyperbolic singularities.

3.- BRAAKSMA B.L.J - BROER H.W. - Quasi periodic flow near a codimension one singularity of a divergence free vector field in dimension four.

On  $\mathbb{R}^4$  consider a singularity of a vector field such that the eigenvalues of its linear part are purely imaginary.



Also assume some finite non-resonance condition. In the world of all divergence zero (i.e. volume preserving) vector fields this singularity has codimension one, so consider a generic one-parameter unfolding of it in this class. Up to some generic conditions on the 3-jet we are left with essentially two open cases. In one of these cases we establish the existence of invariant 3-tori with quasi-periodic flow. This phenomenon occurs on a Cantor set in  $\mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}$ , where the second factor is coordinatised by the parameter. The said Cantor set lies in a neighbourhood of the bifurcation point and is conjectured to have positive measure. If the restriction to divergence zero is abandoned this same singularity has codimension two an analogous results can be obtained. Cf. Guckenheimer [8].

4.- COSNARD Michel - Etude des solutions de l'équation fonctionnelle de Feigenbaum.

We introduce an algorithm to construct solutions to Feigenbaum's functional equation :  $\forall x \in [-1,+1], f(x) = -\frac{1}{\alpha} f^2(-\alpha x)$ . We study in details their iterative behaviour : reproduction to a microscopic level of the macroscopic dynamic, cycles of order  $2^i$  for all  $i$  and Cantor attracting set. The study of the Cantor attracting set allows us to show a bifurcation of a peculiar type: splitting of certain points and qualitative difference in the convergence of the attracted sequences.

5.- WALTERS Peter - A mixing property for non-singular actions.

P. WALTERS defines in this work the notion of mild mixing for a dynamical system  $(X, \mathcal{G}, m, T)$ , where  $T$  is a non singular automorphism of the Lebesgue space  $(X, \mathcal{G}, m)$ . This notion is between strong and weak mixing. P. Walters gives a characterisation of it by the action  $\bar{T}$  induced by  $T$  on the elements of  $\mathcal{G}$ . Let  $(\bar{\mathcal{G}}, d_m)$  the metric space defined by  $d_m(A, B) = m(A \Delta B)$ ; then the non singular automorphism  $T$  is mildly mixing iff  $\bar{T}$  has no recurrent points, except those which correspond to the sets of measure 0 or 1.

The method used here shows the link with the problem of the existence of a  $T$ -invariant measure equivalent to  $m$ . P. WALTERS points out that this notion extends to the case of a non singular action of a locally compact group.

6.- SIMO Carles - Stability of degenerated fixed points of analytic area preserving mappings.

It is well known that hyperbolic points of an analytic area preserving mapping (APM)  $T$  are unstable. As a Corollary of Moser's twist theorem the elliptic ones are stable provided the eigenvalues  $\lambda$  of  $DT$  at the fixed point are not a  $k$ -th root of the unity,  $k=1, \dots, 2p+2$ ,  $p \geq 1$ , and any of the first  $p$  coefficients of the Birkhoff normal form is non-zero. To end the study of the stability of fixed points we study the parabolic or degenerated case. Elliptic points for which stability cannot be decided using directly Moser's theorem (specially if  $\lambda$  is a third or fourth root of the unity) can be reduced to the parabolic case taking a suitable power of  $T$ . The main result is that a degenerated fixed point of an analytic APM is stable if and only if the generating function of  $T$ , with the part which generates the identity suppressed, has a strict extremum at the fixed point. Some examples and comment are included.

7.- SOTOMAYOR J. - C. GUTIERREZ - Structurally stable configurations of lines of principal curvature.

Sufficient conditions are established for the stability of the configuration defined by the umbilical points and the families of lines of principal curvature of a surface immersed in  $R^3$ , under small perturbations of the immersion.

8.- MOUSSU R. - Une démonstration géométrique d'un théorème de Lyapunov-Poincaré.

Le but essentiel de ce travail est de démontrer géométriquement le "théorème du centre" attribué à Poincaré dans la littérature occidentale et à Lyapunov dans la littérature russe. Ensuite, nous montrons, à l'aide d'un contre-exemple, que ce résultat ne peut pas être généralisé.

LISTE DES PARTICIPANTS

ALSEDA Luis  
Seccio de Mathematiques. Facultat de Ciencias ESPAGNE  
Bellatera - Barcelone -

ARNOUX Pierre  
Département de Mathématiques. Moulin de la FRANCE  
Housse. B.P. 347 - 51062 REIMS Cedex

BATUDE J. Loïc  
FRANCE  
Département de Mathématiques B.P. 138  
21004 DIJON Cedex

BERNOCCHI Henry  
FRANCE  
E.N.S. Service de Mathématiques - 2, avenue du  
Palais - 92210 - SAINT-CLOUD

BONKAERT Patrick  
BELGIQUE  
Limburgs Universitair Centrum - Universitair  
Campus - 3610 - DIEPENBEEK

BOUGEARD Mireille  
FRANCE  
I.U.T. Dept. GEA 2. 8, avenue Cauchy -  
92330 - SCEAUX

BOYOM Michel  
FRANCE  
Département de Mathématiques - Place Eugène  
Bataillon - 34060 - MONTPELLIER - Cedex

BROER Henk  
PAYS BAS  
Groningen University. Dpt.de Mathématiques  
P.O. BUS 800 - 9700 GRONINGEN

BRUTER Claude  
FRANCE  
Université de Paris 12 - Mathématiques -  
Avenue du Général De Gaulle 94010- CRETEIL Cedx

CERVEAU Dominique  
FRANCE  
Département de Mathématiques B.P. 138  
21004 - DIJON Cedex

*BIFURCATION, THÉORIE ERGODIQUE ET APPLICATIONS*

CHAVES Manuel Seccao de matemática - Faculdade de Ciências Université do Porto - PORTO	PORTUGAL
CHENCINER Alain Université de PARIS VII 2, place Jussieu, Service Mathématiques - 75221 - PARIS cedex 05	FRANCE
COSNARD Michel I.M.A.G. B.P. 53 X - 38041 - GRENOBLE CEDEX	FRANCE
DE BLASI Francesco I.H.E.S. - 35, route de Chartres 91-440 - BURES SUR YVETTE	FRANCE
DESOLNEUX-MOULIS Nicole Université Claude Bernard - UER Mathématiques 43,bd du 11 Novembre 1918 - 69621- VILLEURBANNE	FRANCE
DOUSSON Paul André Université de St. Etienne. Département de Mathématiques 23, rue du Dr. P. Michelon - 42100 - SAINT-ETIENNE	FRANCE
DOUADY Adrien Centre d'Orsay - Département de Mathématiques Batiment 425 - 91400 - ORSAY	FRANCE
DOUADY Raphaël Ecole Normale Supérieure - 45, rue d'Ulm 75005 - PARIS	FRANCE
DUFOUR Jean Paul Université de Montpellier - Mathématiques - Place Eugène Bataillon - 34060 - MONTPELLIER Cedex	FRANCE
DUMORTIER Freddy LIMBURGS Universitaire Centrum - Universitair Campus - 3610 DIEPENBEEK	BELGIQUE

*LISTE DES PARTICIPANTS*

ECHIVARD Michel Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 DIJON Cedex	FRANCE
FATHI Albert Centre d'Orsay - Département de Mathématiques Batiment 425 - 91400 - ORSAY	FRANCE
FREDERICKX Hendrick LIMBURGS Universitair Centrum - Universitair Campus - 3610 DIEPENBEEK	BELGIQUE
GABRIEL Patrick Université de Toulouse II - 109, rue Vauquelin 31081 - TOULOUSE Cedex	FRANCE
GUELORGET Suzanne Université de Dijon - Département de Mathématiques B. P. 138 - 21004 DIJON Cedex	FRANCE
HENDRICKS Harrie Mathematisch Instituut - Toernooiveld Nijmegen Katholieke Universiteit - NIJMEGEN	PAYS BAS
HERMAN Michel Ecole Polytechnique - Centre de Mathématiques Plateau de Palaiseau - 91128 - PALAISEAU Cedex	FRANCE
HENRY Michel Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
HILICO Colette Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
JACQUEMARD Alain Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
JEBRANE Moulay Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE

*BIFURCATION, THÉORIE ERGODIQUE ET APPLICATIONS*

KLOCK Fopke Groningen University - Dpt. de Mathématiques P.O. BUS 800 - 9700 - GRONINGEN	PAYS BAS
LARGILLIER Alain Université de S.Etienne. Département de Mathématiques 23,rue du Dr. P.Michelon - 42100 - SAINT ETIENNE	FRANCE
LASSALLE Guy Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
LAUDENBACH François Centre d'Orsay - Département de Mathématiques Batiment 425 - 91400 - ORSAY	FRANCE
LEDRAPPIER François Université de Paris VI - Inst. Math. UER 47 - 4, place Jussieu - 75005 PARIS	FRANCE
LIIBRE Jaume Seccao de Mathematiques - Facultat de Ciencias - Bellaterra - BARCELONE	ESPAGNE
MARCUARD Jean Claude Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
MATTEI J. François Université des Sciences Sociales - Place Anatole France - TOULOUSE	FRANCE
MICHON Gérard Université de Dijon - Département de Mathématiques B. P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
MISUREWICZ M. Instytut Matematyki U.W. PKIN, IXP VARSOVIE 00901	POLOGNE

LISTE DES PARTICIPANTS

MORMUL P. 26/29 Nowolipki 01019 VARSOVIE Acad. Polonaise des Sciences	POLOGNE
MOUSSU Robert Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
PELLETIER Fernand Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
PERRON Bernard Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
REES Suzan University of Minosota Minneapolis - MINNESOTA 55455	ETATS UNIS
REVELLES J. Pierre Université de Strasbourg. UER de Mathématiques - 10,rue du G. Zimmer - 67084-STRASBOURG Cédex	FRANCE
ROUSSARIE Robert Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
SCHMITT Bernard Université de Dijon - Département de Mathématiques B.P. 138 - 21004 - DIJON Cedex	FRANCE
SIMO Carles Universidad de Barcelona. Av. José Antonio 585 BARCELONE	ESPAGNE
THOUVENOT J.P. Université P. et M. Curie. Institut de Mathématiques U.E.R. 47 - 4, place Jussieu - 75005 - PARIS	FRANCE
VEGTER Gert Groningen University - Dpt. de Mathématiques P.O. BUE 800 - 9700 - GRONINGEN	PAYS BAS



*BIFURCATION, THÉORIE ERGODIQUE ET APPLICATIONS*

VISINESCU Emilian

FRANCE

Université de Dijon - Département de Mathématiques

B.P. 138 - 21004 DIJON Cedex

WALTERS Peter

ANGLETERRE

University of Warwick. Coventry CV4 7AL

LISTE DES EXPOSÉS

- ALSEDA L. : "On the behaviour of the minimal periodic orbits of continuous mappings of the circle and of the interval".
- ARNOUX P. : "Constructions des difféomorphismes pseudo Anosov".
- BERTRAND G : "Exemples expérimentaux de bifurcations en chimie".
- BROER H.W. : "Bifurcations of singularities in volume preserving vector fields".
- BROER H.W. : "Quasi periodic flow near codimension one singularities".
- CHENCINER A. : "Courbes fermées invariantes non normalement hyperboliques au voisinage d'une bifurcation de Hopf dégénérée de difféomorphisme de  $(\mathbb{R}^2, 0)$ ".
- COSNARD M. : "Etude des solutions de l'équation fonctionnelle de Feigenbaum".
- DOUADY R. : "Anti billiards".
- GABRIEL P. : "Extensions à deux points".
- HERMAN M. : "Difféomorphismes du cercle de nombres de rotation de type constant".
- KLOCK F. : "Broken extremals of homogeneous variational problems".
- LACOMBA E. : "Successive Blown up of collisions in the trapezoidal 4 body problem".
- LEDRAPPIER F. : "Dimension et systèmes dynamiques".
- LIIBRE J. : "The minimal periodic orbits of a continuous maps of the circle".
- MISIUREWICZ M. : "A generalisation of the "Sarkovski" theorem".
- MISIUREWICZ M. : "About invariant measures for maps of an interval".
- REES M : "Unique ergodicité des échanges des intervalles et des feuilletages mesurés des surfaces : une autre démonstration".
- SIMO C. : "Stability of degenerate fixed points of analytic area preserving maps".
- THOUVENOT J.P. : "Un contre exemple sur l'entropie des transformations qui commutent".

VEGTER G. : "Bifurcations of gradient vector fields".

WALTERS P. : "A mixing property for non-singular action!"