BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 3 (1872), p. 65-69

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__65_0>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

PICQUET. — ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE DES SYSTÈMES PONCTUELS ET TANGENTIELS DE SECTIONS CONIQUES. Paris, Gauthier-Villars, in-8°; 1872. Prix : 5 fr. (1).

CHAPITRE Ier. — *Théorie de l'involution plane.*

Définition d'un système de points ou de droites en involution plane. Ce sont les sommets ou les côtés de triangles conjugués à une même conique. — Discussion. — Lieu des points ou enveloppe des droites doubles ou triples. C'est la conique elle-même. — Analogie de ce système avec le système des couples de points conjugués harmoniques par rapport à deux points fixes, ou en involution linéaire. — Cas particulier de M. Poudra, où la conique est un cercle. Les triangles de l'involution ont alors même *puissance* et même point de rencontre des hauteurs, et l'analogie est complète; car, si en ce point du plan on élève une perpendiculaire égale à cette puissance, de l'extrémité de cette droite on voit tous les triangles de l'involution sous un angle trièdre trirectangle. — Problèmes.

CHAPITRE II. — *Des Systèmes ponctuels.*

Du système ponctuel du 1er ordre, ou faisceau ponctuel. C'est l'ensemble des coniques ayant quatre points communs ($\lambda C + \mu C' = 0$). D'après le théorème de Desargues-Sturm, il existe sur chaque droite du plan un couple de points conjugués communs à toutes ces courbes. — Problèmes.

Du système ponctuel du 2e ordre ou réseau ponctuel

$$(\lambda C + \mu C' + \nu C'' = 0).$$

(1) Nous avons la bonne fortune de pouvoir communiquer à nos Lecteurs la Table des matières developpée d'un Ouvrage que M. Picquet, Capitaine du Génie à Saint-Omer, va faire paraître dans quelques jours. On verra que cet Ouvrage traite de sujets très-interessants, et qu'il ne peut manquer d'etre très-utile, en même temps qu'aux savants, aux elèves de nos Classes de Mathématiques, et à ceux des auditeurs de nos Facultés qui desirent acquerir des connaissances serieuses en Géometrie analytique.

Il peut être défini par les trois courbes C, C′, C″, ou par trois couples de points conjugués communs. Ces trois couples en entraînent une infinité d'autres. — Recherche et construction de la courbe enveloppe des droites qui les renferment, ou Cayleyenne du réseau. — Propriétés remarquables de cette courbe. — Cas particuliers du réseau.

Du système ponctuel du 3ᵉ ordre

$$(\lambda C + \mu C' + \nu C'' + \rho C''' = 0).$$

Il peut être défini par les quatre courbes C, C′, C″, C‴, ou par deux couples de points conjugués communs qui en entraînent un troisième. — Cas particuliers.

Du système ponctuel du 4ᵉ ordre

$$(\lambda C + \mu C' + \nu C'' + \rho C''' + \sigma C^{\text{IV}} = 0).$$

Il peut être défini par les cinq courbes C, C′, C″, C‴, C^{IV}; les courbes du système n'admettent plus, en général, de couples de points conjugués communs, mais satisfont à une condition commune qui sera déterminée plus loin. — Cas particuliers.

Chapitre III. — *Des Systèmes tangentiels.*

Ce sont les systèmes corrélatifs des précédents.

Du système tangentiel du 1ᵉʳ ordre ou faisceau tangentiel. — Théorème corrélatif de celui de Desargues-Sturm. — Sommets orthoptiques du faisceau (d'où l'on voit toutes les courbes du système sous un angle droit). — Problèmes.

Du système tangentiel du 2ᵉ ordre ou réseau tangentiel. — Lieu des points d'où l'on voit toutes les courbes du réseau sous des couples de tangentes formant faisceau en involution linéaire, ou encore par où passent deux droites conjuguées communes à toutes ces courbes. C'est la Hessienne du réseau. — Construction de cette courbe. — Cas particuliers.

Du système tangentiel du 3ᵉ ordre. — Ses courbes admettent deux couples distincts de droites conjuguées, qui en entraînent un troisième. — Cas particuliers.

Du système tangentiel du 4ᵉ ordre. — Ses courbes satisfont à une condition commune qui sera déterminée plus loin.

CHAPITRE IV. — *Propriétés générales des coniques en involution. — Cas particuliers.*

Théorème de Steiner. — Conique harmoniquement inscrite ou circonscrite à une autre conique (c'est-à-dire inscrite ou circonscrite à un et, par suite, à une infinité de triangles conjugués de la seconde).

Lorsqu'une conique est harmoniquement circonscrite à une autre, celle-ci est harmoniquement inscrite à la première. Lorsque les n coniques nécessaires à la détermination d'un système ponctuel d'ordre $n - 1$ sont harmoniquement circonscrites à une même conique, il en est de même de toutes les coniques du système.

D'où résulte la notion des systèmes contravariants (Smith). — A un système ponctuel ou tangentiel d'ordre n correspond un système tangentiel ou ponctuel d'ordre $4 - n$, dont toutes les coniques sont harmoniquement inscrites ou circonscrites à celles du premier, et qui est le système contravariant du premier. — Toutes les coniques d'un même système sont dites *en involution* parce que chacune d'elles est inscrite ou circonscrite à une infinité de triangles de l'involution plane dont une conique quelconque du système contravariant est la conique triple.

Cas particulier où la conique harmoniquement inscrite est un cercle. — Tous les triangles ont même point de rencontre des hauteurs et même puissance. — Puissance orthoptique de première espèce d'un point par rapport à une conique. C'est le rayon du cercle harmoniquement inscrit dont ce point est le centre. — Puissance d'un point par rapport à un cercle, à une parabole, à une conique quelconque. — Sa détermination, au moyen du cercle, lieu des pieds des perpendiculaires abaissées du point sur les cordes de la conique vues de ce point sous un angle droit. — Construction de ce cercle. — Pour toutes les coniques d'un faisceau ou d'un réseau ponctuel et pour un même point, tous les cercles analogues ont même axe ou même centre radical. — Problèmes.

Cas où la conique harmoniquement circonscrite est un cercle. — Puissance orthoptique de seconde espèce d'un point par rapport à une conique. — C'est le rayon du cercle harmoniquement circonscrit dont ce point est le centre. Ce cercle coupe orthogonalement le cercle orthoptique de la conique. — Applications.

Chapitre V. — *Examen des cinq cas dans lesquels deux systèmes peuvent être contravariants.*

1° Une conique harmoniquement circonscrite à toutes les courbes d'un système tangentiel du 4e ordre;

2° Un faisceau ponctuel contravariant d'un système tangentiel du 3e ordre;

3° Un réseau ponctuel contravariant d'un réseau tangentiel. — Étude comparée de la Cayleyenne du réseau ponctuel et de la Hessienne du réseau tangentiel. — Construction de la conique conjuguée à cinq couples de droites. — Cas particuliers;

4° Un système ponctuel du 3e ordre contravariant d'un faisceau tangentiel;

5° Un système ponctuel du 4e ordre dont toutes les courbes sont harmoniquement circonscrites à une conique.

Problèmes. — Construction de la conique harmoniquement circonscrite ou inscrite à cinq coniques données.

CHIÒ (F.), professeur à l'Université de Turin. — Théorème relatif a la différentiation d'une intégrale définie par rapport a une variable comprise dans la fonction sous le signe $\int$ et dans les limites de l'intégrale, étendu au Calcul aux différences et suivi de quelques applications. Turin, Imprimerie Royale, 1871. In-8°. (38 p.)

Les géomètres, et surtout Cauchy, en se fondant sur la formule qui représente la différentielle d'une intégrale définie par rapport à une variable comprise dans la fonction sous le signe $\int$, et dans les limites de l'intégration, en ont déduit, avec beaucoup d'élégance, soit l'expression d'une intégrale multiple à une seule variable $\left(\int_{x_0}^{x}\right)^n f(x)\,dx^n$ sous la forme d'une intégrale simple, soit la série de Taylor suivie de son terme complémentaire. M. Chiò propose, dans cet écrit, de faire voir qu'une formule pareille à la précédente peut être établie dans le calcul aux différences. Cette nouvelle formule une fois établie, on en tire sans peine non-seulement la valeur de l'intégrale multiple d'ordre n, $\left(\sum_{x_0}^{x}\right)^n f(z)$, sous la forme d'une intégrale simple aux différences, mais encore le terme complémentaire de la formule connue, qui donne la valeur d'une fonction $f(z)$ à l'aide de ses différences rapportées à une même valeur de la variable.

Exemples : la formule

$$\left(\sum_{x_0}^{x}\right)^n \varphi(x) = \sum_{x_0}^{x} \frac{\varphi(z)(x-z-h)(x-z-2h)\ldots[x-z-(n-1)h]}{1.2.3.(n-1)h^{n-1}},$$

donnée par l'auteur, est analogue à la formule connue

$$\left(\int_{x_0}^{x}\right)^n \varphi(x)\,dx^n = \frac{1}{1.2\ldots(n-1)} \int_{r}^{x} (x-z)^{n-1}\varphi(z)\,dz.$$

La formule

$$f(x_0) = f(x) + \frac{x-x_0}{h}\Delta f(x_0) + \frac{(x-x_0)(x-x_0-h)}{1.2.h^2}\Delta^2 f(x_0) + \ldots$$
$$+ \frac{(x-x_0)\ldots[x-x_0-(n-1)h]}{1.2.3\ldots n.h^n}\Delta^n f(x_0) + \mathrm{R}_n,$$

est analogue à la série de Taylor, et le reste R_n est donné par l'équation

$$\mathrm{R}_n = \sum_{x_0}^{x} \frac{\varphi(z)(x-z-h)(x-z-2h)\ldots(x-z-nh)}{1.2.3\ldots n.h^n},$$

qui est la généralisation d'une expression connue. On peut donner d'ailleurs à R_n des formes variées, et l'auteur retrouve en particulier l'équation élégante due à M. Caqué. (*Note sur la formule de Taylor*, Journal de M. Liouville, t. X, p. 379.) M. Chiò avait promis un second article. Sa mort, arrivée le 28 mai 1871, l'a sans doute saisi avant qu'il ait eu le temps de livrer ce second article à l'impression. Le travail que nous analysons ajoute aux regrets que doit inspirer à tous les géomètres la perte de cet estimable savant [1].

G. D.

---

(1) On pourra consulter, dans l'excellent *Bulletin* du prince Boncompagni, une No-