BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 5 (1873), p. 264-301
<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1873__5__264_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

ABHANDLUNGEN DER MATHEMATISCH-PHYSISCHEN CLASSE DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN. — Leipzig, S. Hirzel. In-4° [1].

T. IX; 1863-1871 [2].

HANSEN (P.-A.). — *Suite des recherches géodésiques, consistant en dix Suppléments au Mémoire « Sur la méthode des moindres carrés en général et son application à la Géodésie. »* (184 p.)

Voici les titres de ces Suppléments : 1. Réflexions sur la disposition et l'exécution d'un réseau de triangles. — 2. Sur la détermination de l'erreur moyenne des observations brutes. — 3. Établissement d'une équation de condition, inconnue jusqu'ici, qui a lieu dans la seconde partie de la compensation d'un réseau de triangles. — 4. Sur la manière de traiter les directions superflues qui peuvent se rencontrer. — 5. Développement d'un cas particulier, dans lequel les équations à résoudre pour les compensations aux stations peuvent se décomposer en deux ou plusieurs systèmes, entièrement indépendants entre eux. — 6. Établissement des équations de condition dans des cas particuliers, en leur conservant la forme adoptée constamment dans ce qui précède. — 7. Rectification d'une légère erreur qui se trouve dans le « Mémoire ». — 8. Calcul des $f(r, \mathrm{I}_s), \ldots$, et des $(\mathrm{I}_s, \mathrm{M}), \ldots$, sans faire usage des $\eta(r, \mathrm{I})_s, \ldots$.

---

(1) *Mémoires de la Classe mathématique et physique de la Société royale des Sciences de Saxe.* — Ces Mémoires paraissent par fascicules à des époques indéterminées. Les fascicules se vendent séparément à des prix divers.

(2) T. XIV de la Collection générale des *Mémoires*.

— 9. Sur les quantités désignées par $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$, affectés d'accents. — 10. Sur le procédé d'observation employé par Gauss dans la mesure du degré de Hanovre.

Hansen (P.-A.). — *Développement d'un nouveau procédé modifié pour la compensation d'un réseau de triangles, eu égard particulièrement au cas où certains angles doivent avoir des valeurs déterminées d'avance.* (103 p.)

Hansen (P.-A.). — *Supplément au Mémoire intitulé « Recherches géodésiques », relatif à la réduction des angles d'un triangle sphéroïdique.* (67 p.)

L'auteur avait donné, dans le Mémoire cité, des expressions pour la réduction des angles d'un triangle sphéroïdique où, pour la première fois, l'approximation était poussée jusqu'aux quantités du sixième et du huitième ordre. Ces expressions, suffisantes dans les cas ordinaires, donnaient pour les grands triangles des écarts sensibles par rapport aux valeurs rigoureuses. Depuis, M. Hansen a trouvé une autre expression, présentant la même approximation analytique, et d'une grande simplicité, même sous sa forme générale, et cette nouvelle expression donne des résultats beaucoup plus exacts dans le cas des grands triangles. Le Supplément actuel contient la démonstration de cette formule, dont l'énoncé avait été publié dans les *Comptes rendus de la Société royale de Saxe,* et il donne des exemples de leur application.

Hankel (W.-G.). — *Recherches d'électricité. Huitième Mémoire sur les propriétés thermo-électriques de la topaze.* (98 p., 4 pl.)

Hansen (P.-A.). — *Détermination de la parallaxe du Soleil par les passages de Vénus sur le disque solaire, en vue principalement du passage qui doit avoir lieu en* 1874. (98 p., 2 cartes.)

Dans ce Mémoire, l'auteur traite la question des passages de Vénus au moyen des équations, légèrement modifiées, qu'il a développées dans son Mémoire *Sur la Théorie des éclipses de Soleil* [1], publié en 1858. Le calcul rigoureux de la parallaxe du Soleil dépend d'une équation du second degré, très-simple, pouvant s'appli-

---

[1] *Theorie der Sonnenfinsternisse und verwandten Erscheinungen* (*Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wiss.*, Band IV).

quer indifféremment aux observations d'entrée ou de sortie, et aux mesures de distances des bords ou des centres. L'équation différentielle qui sert à fixer les lieux d'observation les plus favorables pour la détermination de la parallaxe solaire se ramène à une forme d'une grande simplicité. Les observations les plus favorables sont celles pendant lesquelles les centres de Vénus et du Soleil se trouvent dans un même vertical. Le Mémoire est accompagné de deux cartes représentant les circonstances du phénomène dans chacun des deux hémisphères boréal et austral.

T. X; 1871.

Weber (W.). — *Déterminations de mesures électrodynamiques; en particulier, sur le principe de la conservation de l'énergie.* (62 p.)

Ce Mémoire se divise en deux Sections. Dans la première, l'auteur expose la relation qui existe entre la loi électrodynamique qui porte son nom et le *principe de la conservation de l'énergie*. On a prétendu trouver une contradiction entre cette loi et ce principe; l'auteur démontre qu'une telle contradiction n'existe pas. Bien plus, la loi ajoute encore au principe un nouveau corollaire, et permet de le transformer de manière que son application à chaque couple de particules ne soit plus restreinte au temps où ce couple n'éprouve, de la part des autres couples, ni gain ni perte de force vive, mais qu'elle ait toujours lieu, indépendamment des circonstances de toute espèce dans lesquelles les deux particules peuvent se trouver relativement aux autres couples. L'auteur fait ensuite, dans la seconde Section, une nouvelle application de sa loi au développement des *lois du mouvement de deux particules électriques abandonnées à leur action mutuelle*. Ce développement conduit à des résultats, sinon susceptibles d'une vérification expérimentale directe, du moins pouvant servir de guides dans les recherches sur l'état et le mouvement moléculaire des corps.

Hansen (P.-A.). — *Étude sur la marche d'un rayon lumineux à travers un nombre quelconque de surfaces sphériques réfringentes.* (140 p.)

§ 1er. Développement de formules rigoureuses pour le calcul de la position d'un rayon lumineux après un nombre quelconque de réfractions à travers les surfaces sphériques. — § 2. Développement des formules pour le calcul de la position des rayons lumineux centraux après un nombre indéfini de réfractions. — § 3. Calcul de quelques exemples de l'application des formules établies dans ce qui précède.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO, pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi ([1]).

T. V; 1869-1870.

RICHELMY. — *Sur les dynamomètres et sur les ergomètres.* (52 p., 1 pl.)

On admet, en général, implicitement, que la résistance vaincue par l'effort de la machine est proportionnelle à l'ordonnée de la courbe tracée par le dynamomètre enregistreur, d'où l'on déduit, par la quadrature de cette courbe, la mesure du travail effectué. L'auteur étudie théoriquement cette hypothèse, qu'il regarde comme étant généralement inexacte.

BERRUTI (G.). — *Sur les efforts transmis par les roues dentées.* (11 p., 1 pl.)

L'auteur étudie les causes qui font éviter, dans un grand nombre de cas, l'usage des roues dentées comme moyen de transmission. Il conclut de ses expériences que l'inexactude de la division des dents peut avoir une influence très-considérable sur la régularité du travail de la machine. Il cite à l'appui le tableau des résultats de ses expériences.

RICHELMY. — *Eloge de* Carlo-Ignazio GIULIO. (15 p.)

Ingénieur et physicien, né à Turin, le 11 août 1803, mort en 1859.

GOVI (G.). — *Sur un appareil pour démontrer divers phénomènes de Mécanique moléculaire. — Du frottement à distance.* (11 p.)

DORNA. — *Sur la formule barométrique du comte Paul de Saint-Robert.* (21 p.)

([1]) Il paraît annuellement un volume, composé de sept fascicules grand in-8°.

Cette formule diffère de celle de Laplace en ce qu'elle ne contient pas de logarithmes, et qu'elle est d'un usage plus simple. En désignant par

R_0 le rayon terrestre du niveau de la mer à la latitude moyenne λ des deux stations;

X l'altitude de la station inférieure;

x la différence de niveau des deux stations;

h_0, h les hauteurs barométriques réduites à zéro;

$\frac{3}{8}\eta_0$, $\frac{3}{8}\eta$ les diminutions de ces hauteurs par l'humidité;

t_0, t les températures absolues;

a un coefficient $= \frac{5}{4}$ à la surface de la Terre, et $= 2$ dans une ascension aérostatique;

la formule dont il s'agit est la suivante :

$$x = 105,173(1 + 0,0026 \cos 2\lambda)\left(1 + \frac{a}{2}\frac{x}{R_0} + a\frac{X}{R_0}\right)$$
$$\times \frac{1}{2}\cdot\frac{374}{76}\left[\frac{h_0 - \frac{3}{8}\eta_0}{t_0} + \frac{h\left(1 - a\frac{x}{R_0}\right) - \frac{3}{8}\eta}{t}\right].$$

M. Dorna la remplace par une autre formule qu'il en déduit, en égalant deux expressions essentiellement différentes d'une même quantité.

Dorna. — *Sur l'importance scientifique de Soperga et de la Sacra di San Michele pour l'Observatoire de Turin, et sur leurs différences de niveau respectives.* (12 p.)

Govi (G.). — *De l'influence des vibrations sonores sur les jets de gaz froids et enflammés.* (10 p.)

Dorna. — *Table logohypsométrique.* (60 p.)

Après une Introduction, dans laquelle l'auteur expose sa méthode de calcul, vient la Table. (46 p.)

Richelmy. — *Quelques remarques sur les roues dentées.* (30 p.)

Menabrea (L.-F.). — *Sur le principe d'élasticité.* (4 p.)

Cet article est suivi d'observations et de lettres de MM. Em. Subbia, C. Barsotti, J. Bertrand, Yvon Villarceau.

Denza. — *Aurore polaire observée en Piémont le 5 avril 1870.* (6 p.)

Chiò (F.). — *Note sur la formule sommatoire appliquée au calcul de* $S\frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{x}$. (10 p.)

La formule de Malmsten ([1]) donne pour ce cas

$$S\frac{1}{x} = C + \log x + \frac{1}{2x} - \frac{B_1}{2} + \ldots$$
$$+ (-1)^{m-1}\frac{B_{2m-1}}{2m-2}\frac{x^{2m-2}-x}{1} + (-1)^m\frac{B_{2m-1}}{2m}\frac{\theta}{x^{2m}},$$

où C est une constante connue, $B_1, B_3, \ldots$ les nombres de Bernoulli, et $0 < \theta < 1$. L'auteur discute l'approximation que l'on peut obtenir à l'aide de cette formule.

Luvini. — *Expériences et considérations sur l'adhérence entre les solides et les liquides.* (12 p.)

Examen des expériences de Plateau.

Genocchi (A.). — *Sur quelques écrits attribués à Augustin Cauchy.* (5 p.)

Voir *Bulletin*, t. II, p. 203.

Dorna. — *Description des instruments et des méthodes en usage à l'Observatoire de Turin pour la mesure du temps.* (3 p.)

T. VI; 1870-1871.

Govi (G.). — *Correction des coefficients dans la formule donnée par Regnault pour le calcul des dilatations absolues du mercure.* (5 p.)

L'auteur relève des inexactitudes provenant d'erreurs de chiffres dans les calculs numériques. En posant

$$\delta_t = aT + bT^2,$$

les valeurs des coefficients doivent être corrigées ainsi :

$$a = 0,00017901, \quad b = 0,000000025222\ldots,$$

d'où

$$\log a = \bar{4},25288, \quad \log b = \bar{8},40178.$$

([1]) *Journal de Crelle*, t. 35, 1847.

M. Govi fait suivre sa Note d'une Table corrigée des dilatations du mercure.

Bruno (G.). — *Recherches sur la courbe lieu des points d'un hyperboloïde gauche pour lesquels les deux rayons de courbure principaux de la surface sont d'égale longueur.* (22 p.)

Ce lieu est une courbe sphérique.

Chiò (F.). — *Théorème relatif à la différentiation d'une intégrale définie par rapport à une variable comprise dans la fonction sous le signe ∫ et dans les limites de l'intégrale, étendu au calcul aux différences, et suivi de quelques applications* (1). (37 p., fr.)

Govi (G.). — *Sur la date d'un travail inédit de Meusnier, relatif à l'équilibre des machines aérostatiques, et sur celle de l'extrait que Monge en a laissé, et que l'Académie des Sciences de Paris vient de publier.* (8 p. fr.)

La Communication de Meusnier à l'Académie des Sciences a eu lieu le 3 décembre 1783. L'essai de son appareil fut fait à Paris, le 15 juillet 1784, dans une ascension faite par Robert, Hullin et le duc de Chartres (père de Louis-Philippe).

Govi (G.). — *Sur l'opportunité de la publication d'une traduction inédite de l'*Optique *de Ptolémée.* (4 p.)

M. Egger a signalé à l'Académie des Sciences de Paris des fragments du texte grec de l'*Optique* de Ptolémée, trouvés à Sakkara, en 1869, en ajoutant que, bien que l'Ouvrage original soit perdu et qu'on n'en possède aucune traduction arabe ou syriaque, il existe cependant, dans diverses bibliothèques, une traduction italienne, faite, probablement vers le XII^e siècle, par un certain Eugenio Ammiraco, Sicilien, d'après un texte syriaque ou arabe dont on ignore la destinée. Il existe deux copies de cette traduction à la Bibliothèque Nationale de Paris, et deux autres à la Bibliothèque Ambrosienne, de Milan. M. Govi en a découvert deux de plus à la Bibliothèque Nationale de Florence. Cet Ouvrage important devrait être imprimé depuis longtemps.

Tessari (D.). — *Sur la description géométrique des engrenages à axes concourants.* (16 p., 2 pl.)

---

(1) Voir *Bulletin*, t. III, p. 68.

Siacci (Fr.). — *Sur quelques transformations des équations différentielles du Problème des trois Corps.* (15 p.)

« Dans un Mémoire publié en 1842 ([1]), Jacobi a démontré que le problème des trois corps peut se réduire à celui de deux corps dont la force vive est à chaque instant égale à celle des trois premiers. Il en a déduit que les aires décrites par les rayons vecteurs menés du centre de gravité, supposé en repos, aux deux corps fictifs, multipliées par les masses respectives et projetées sur un plan quelconque, donnent une somme constante. Il a réduit finalement les six équations différentielles du second ordre, qui expriment le mouvement des deux corps, à six autres, dont une est du second ordre et les cinq autres du premier. Les intégrales connues du Problème des trois Corps n'étant qu'au nombre de quatre, savoir l'intégrale des forces vives et les trois intégrales des aires, il en résulte que la réduction de Jacobi équivaut à la découverte d'une nouvelle intégrale du fameux problème.

» M. Brioschi ([2]) a, depuis, trouvé un nouveau système de sept équations différentielles du premier ordre, équivalent aux six équations de Jacobi, et a fait voir aussi comment on en peut déduire une formule de Bour ([3]), à laquelle celui-ci est parvenu par une analyse assez compliquée, et qui fournit un système d'équations analogue aux précédents.

» Dans la présente Note, l'auteur propose une méthode d'où l'on peut déduire une infinité de systèmes d'équations, analogues à ceux de Jacobi, de Bour et de M. Brioschi, et qui donne, comme cas particuliers, les systèmes trouvés par ces auteurs. »

Regis (D.). — *Sur les surfaces d'égale pente.* (21 p., 1 pl.)

« Ce Mémoire contient quelques propositions relatives aux rayons de courbure d'une ligne de niveau, de la directrice et de l'arête de rebroussement, ainsi qu'au rayon de courbure principale maximum de la surface en un quelconque de ses points; en outre, un théorème relatif au volume compris entre les deux nappes d'une telle

---

([1]) *Sur l'élimination des nœuds dans le problème des trois Corps* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1842. — *Opuscula mathematica*, t. I, p. 30).

([2]) *Sur une transformation des équations différentielles du problème des trois Corps* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1868).

([3]) *Mémoire sur le problème des trois Corps* (*Journal de l'Éc. Polyt.*, t. XXI, 1856).

surface ayant une directrice commune (aussi d'égale pente), un plan horizontal quelconque et les plans verticaux projetant sur ce plan horizontal les génératrices de la surface qui passe par les extrémités de la directrice. »

T. VII; 1871-1872.

DENZA (P.-F.). — *Programme des observations physiques qui seront exécutées dans le tunnel du Mont-Cenis, par MM.* SECCHI, DIAMILLA-MÜLLER *et* DENZA. (9 p.)

GOVI (G.). — *Sur l'invention de quelques étalons naturels de mesure.* (15 p., fr.)

BRUNO (G.). — *Généralisation et corollaires d'un théorème de Géométrie.* (14 p.)

M. de la Gournerie a énoncé [1] un théorème relatif à la surface de la vis à filet triangulaire, que M. Bruno généralise ainsi :

« Étant donnée une surface gauche quelconque Σ, si l'on considère une de ses génératrices rectilignes AB, dont le plan central soit vertical, les droites tangentes à Σ aux divers points de AB et faisant avec l'horizon un angle maximum ont pour lieu géométrique un hyperboloïde réglé, dont les sections horizontales sont des cercles. »

FOSCOLO (G.). — *Sur les demi-diamètres menés par les sommets ou par les points de contact d'une ligne polygonale semi-régulière, inscrite ou circonscrite à une conique.* (24 p., 1 pl.)

Les propriétés les plus remarquables, relatives aux diamètres conjugués de l'ellipse, appartiennent aussi à d'autres systèmes de diamètres ou de demi-diamètres liés par des conditions particulières concernant les angles qu'ils font entre eux et avec les axes principaux. On obtient ces systèmes de demi-diamètres en joignant le centre d'une ellipse aux sommets ou aux points de contact de certains polygones semi-réguliers, inscrits ou circonscrits à cette courbe, en se rappelant que cette qualification de semi-régulier se rapporte à la projection d'un polygone régulier sur un plan quelconque. L'auteur est arrivé à étendre aux diverses espèces de coniques les propriétés connues de ces polygones, et d'autres pro-

---

[1] *Traité de Géométrie descriptive*, n° 992.

priétés analogues, par une voie élémentaire, indépendante de la théorie des projections et des figures homographiques.

Govi (G.). — *Sur la dispersion anormale et les foyers chromatiques des lames et des prismes.* (15 p., 1 pl.)

Strüver (G.). — *Études cristallographiques sur l'hématite de Traversella.* (51 p., 5 pl.)

Sclopis (F.). — *Communication d'une Lettre de Lagrange au marquis D. Caracciolo.* (7 p.)

Dans cette Lettre, datée de Berlin et écrite en italien, Lagrange répond d'abord à quelques questions sur les Mathématiques, qui lui avaient été adressées par son correspondant; il décline ensuite les offres d'une haute position scientifique dans le royaume des Deux-Siciles, que lui avait faite son ami, devenu vice-roi de l'île de Sicile.

Gobbi-Belcredi (G.). *Sur les erreurs azimutales du théodolite.* (10 p.)

Berrutti. — *Description et théorie d'un thermodynamomètre.* (19 p., 2 pl.)

Dorna (A.). — *Sur l'aurore boréale du 4 février 1872.* (3 p.)

Zucchetti (F.). — *Note sur un mode de transmission du mouvement entre deux axes concourants.* (7 p., 1 pl.)

Govi (G.). — *Le Saint-Office, Copernic et Galilée, à propos d'un Ouvrage posthume du P. Olivieri sur le même sujet.* (2 art., 56 p.)

Le P. Olivieri, ex-général des dominicains et commissaire de l'Inquisition, mort en septembre 1845, est connu depuis longtemps par le récit que fait Biot d'*Une Conversation au Vatican* (1). L'Ouvrage posthume qui vient de paraître à Bologne est le développement d'un article publié sans nom d'auteur dans l'*Université Catholique,* en 1841. Le contenu de l'Ouvrage peut se résumer ainsi en quelques lignes : « Les Congrégations du Saint-Office et de

(1) *Journal des Savants,* 1858, p. 137. — *Mélanges scientifiques et littéraires,* t. II, p. 451.

l'Index condamnèrent les doctrines de Copernic et de Galilée, comme contraires aux saintes Écritures, non parce que l'immobilité du Soleil et le mouvement de la Terre ne pouvaient s'accorder avec les livres sacrés, mais parce que ces deux auteurs les soutinrent par de mauvaises raisons qui, étant contraires à la saine philophie, paraissaient opposées à l'Écriture sainte. Si Galilée avait connu la pesanteur de l'air, et ne se fût pas obstiné à attribuer les marées à la combinaison des deux mouvements, diurne et annuel, de la Terre, les choses se seraient passées autrement, l'Église ayant toujours eu pour but le progrès, mais le progrès véritable, dégagé d'erreurs, soumis à la parole révélée et à l'autorité suprême constituée par le Christ sur la terre. » M. Govi n'a pas de peine à faire voir que les erreurs physiques de Galilée n'ont joué aucun rôle dans son procès, et qu'il n'a été condamné que pour les vérités dont il s'était fait le champion. D'ailleurs il est inexact que Galilée ignorât la pesanteur de l'air, dont il avait, bien avant son premier procès, donné une valeur assez approchée ($\frac{1}{400}$).

Curioni. — *Sur la résistance transversale dans les solides élastiques.* (18 p., 1 pl.)

Chiò (F.). — *Troisième Mémoire sur la série de Lagrange.* (14 p.; fr.)

Ce Mémoire posthume, présenté à la Société Philomathique de Paris, renferme des additions aux deux Mémoires soumis par l'auteur à l'Académie des Sciences, en 1844 et en 1847, et insérés dans le *Recueil des Savants étrangers* (1). L'auteur discute certaines propositions énoncées par Cauchy dans ses Ouvrages, et reproduites par d'autres géomètres, soit sur la convergence de la série de Lagrange, soit sur les caractères distinctifs de la racine fournie par cette série.

Genocchi (A.). — *Études sur les cas d'intégration sous forme finie.* Second Mémoire (Extrait). (4 p.)

Dans un précédent travail, présenté à l'Académie de Turin en 1864, et imprimé dans les *Memorie* de cette Académie, l'auteur a

(1) T. XII. Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* des 7 septembre 1846 et 2 mars 1852.

considéré quelques équations différentielles particulières du premier et du second ordre, et leur a appliqué les méthodes de M. Liouville, pour déterminer dans quels cas elles sont intégrables sous forme finie, c'est-à-dire au moyen des fonctions algébriques et des transcendantes élémentaires, ainsi que des quadratures indéfinies. Pfaff a traité le cas d'une équation particulière du second ordre, comprenant toutes celles dont il est ici question ; il a ajouté plusieurs cas d'intégrabilité à ceux qu'avait indiqués Euler, mais il n'a pu déterminer si ces cas étaient les seuls possibles. M. Genocchi a voulu essayer si les méthodes employées dans son premier Mémoire pourraient lever tous les doutes relativement à l'équation de Pfaff, et il expose une partie de ses résultats dans le Mémoire dont il indique l'objet dans la présente Note.

L'auteur continue, dans ce second Mémoire, à faire usage des méthodes de M. Liouville, la plus grande facilité que présentent les autres méthodes pouvant bien n'être qu'apparente. La recherche des propriétés d'une fonction définie par une équation différentielle ou l'usage des propriétés données d'une fonction pour former une équation différentielle propre à la définir, sujets de recherches que se sont proposés Riemann et d'autres, relativement à la série hypergéométrique et à des séries plus générales, offrent des questions d'une haute importance, mais distinctes de celles que M. Genocchi étudie. De telles équations différentielles comprenant des fonctions exprimables par les signes algébriques, exponentiels et logarithmiques, ou par les quadratures indéfinies, et tout aussi bien des fonctions non exprimables de cette manière, il est clair que les propriétés auxquelles on a recours ne peuvent servir à distinguer les unes des autres.

En outre, si l'on admet l'importance des questions que l'on vient d'indiquer, on ne peut méconnaître celle de l'autre recherche sur la possibilité ou l'impossibilité de représenter, par les symboles connus ou par les quadratures indéfinies, une forme bien déterminée seulement par une équation différentielle, puisque la classe susceptible d'une telle représentation comprend les fonctions dont les propriétés et l'usage nous sont le plus familiers. L'auteur cite, comme preuve, le grand nombre des travaux récents relatifs à cet objet, et il indique, en terminant, les équations différentielles pour lesquelles il a établi les conditions d'intégrabilité.

Dorna (A.). — *Sur les Cartes célestes de l'Académie royale des Sciences de Turin.* (3 p.)

Suivi d'une Lettre de M. Schiaparelli.

Siacci (E.). — *Sur une transformation simultanée de deux formes quadratiques, et sur la conique par rapport à laquelle deux coniques données sont polaires réciproques.* (12 p.)

La question de trouver une conique par rapport à laquelle deux coniques données soient polaires réciproques a été résolue géométriquement par M. Cremona, analytiquement par MM. Ruffini et Battaglini. Ce dernier [1], à l'aide de la théorie des invariants, est parvenu à une solution développée, et a découvert, en outre, des propriétés remarquables des coniques qui satisfont au problème général.

M. Siacci, en s'occupant d'une substitution spéciale, au moyen de laquelle, étant données deux formes quadratiques, on peut transformer chacune d'elles dans l'autre, à un coefficient constant près, a été conduit à considérer une troisième forme qui possède, entre autres propriétés remarquables, celle de devenir, dans le cas de trois variables, la conique même, par rapport à laquelle les deux premières sont polaires réciproques. L'objet de la présente Note est l'étude de cette forme.

Siacci (F.). — *Théorème sur les déterminants et quelques-unes de ses applications.* (12 p.)

Bruno. — *Propositions sur les coniques.* (16 p., 1 pl.)

Dorna (A.). — *Sur la priorité des découvertes, et sur quelques observations d'aurores boréales et de perturbations magnétiques, au point de vue des actions électromagnétiques mutuelles supposées du Soleil et des planètes.* (7 p.)

---

[1] *Atti della R. Accademia dei Lincei di Roma,* séance du 7 avril 1872.

TIDSSKRIFT FOR MATHEMATIK. 3e Série (¹).

T. I; 1871 (fin).

ZEUTHEN (H.-G.). — *Sur le principe de dualité.* (Deuxième et troisième article, 30 p.)

Introduction de la dualité dans la Géométrie analytique plane. Toute proposition géométrique est renfermée dans une proposition à laquelle le principe de dualité peut s'appliquer.

PETERSEN (J.). — *Courbes parallèles.* (4 p.)

STEEN (A.). — *Le nombre des cycles que l'on peut former avec des nombres entiers et positifs, dont la somme est un nombre premier donné p, est égal à* $\frac{2^p - 2}{2}$ · (5 p.)

On entend par *cycle* un groupe de deux nombres au moins disposés en cercle.

T. II; 1872.

LORENZ (L.). — *Compensation des erreurs d'observation.* (20 p.)

Exposition de la méthode des moindres carrés.

BUCHWALD (E.). — *Condition pour qu'une fonction algébrique, rationnelle et homogène du second degré de N variables soit constamment positive ou constamment négative pour toutes les valeurs de ces variables.* (5 p.)

Cette condition fondamentale dans la théorie des maxima et des minima des fonctions de plusieurs variables consiste en ce que, la fonction proposée étant représentée par $\Sigma\, n_{rs}\, x_r\, x_s$, l'expression

$$(\pm 1)^r \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2r} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{r1} & a_{r2} & \ldots & a_{rr} \end{vmatrix}$$

soit positive pour $r = 1, 2, \ldots, N$, le signe + étant pris lorsque le polynôme doit être positif, le signe — lorsqu'il doit être négatif.

(¹) Voir *Bulletin*, t. II, p. 15.

Zeuthen (H.-G.). — *Démonstration élémentaire d'un théorème de la nouvelle Algèbre.* (24 p.)

Théorie des invariants et des covariants.

Steen (A.). — *Condition pour que trois cercles ou quatre sphères passent par un même point.* (8 p.)

Petersen (J.). — *Démonstration des théorèmes de Wilson et de Fermat.* (1 p.)

Zeuthen (H.-G.). — *Sur les $n(n-1)$ tangentes menées d'un point à une courbe du $n^{\text{ième}}$ ordre.* (2 p.)

Lorsqu'on sait que $n(n-1)$ droites, passant par un même point, sont tangentes à une même courbe du $n^{\text{ième}}$ ordre, on peut construire une nouvelle courbe du $n^{\text{ième}}$ ordre, tangente aux mêmes droites et satisfaisant, en outre, à trois conditions arbitraires. D'où il suit que l'on ne peut choisir arbitrairement que $\frac{n(n+3)}{2}-3$ lignes seulement, passant par un même point et tangentes à une même courbe du $n^{\text{ième}}$ ordre.

Petersen (J.). — *Contribution à la théorie des enveloppes.* (17 p.)

Cette théorie, intimement liée à celle des solutions singulières des équations différentielles, est traitée d'une manière incomplète dans la plupart des Ouvrages sur le Calcul différentiel. L'auteur présente plusieurs remarques dont on n'a pas généralement tenu compte jusqu'à présent. Il faut d'abord distinguer le cas où le paramètre de l'enveloppée est fonction d'une autre variable du cas où il est lui-même une variable indépendante, le premier cas pouvant fournir des solutions que le second ne donne pas. Il y a lieu aussi d'examiner ce qui se passe lorsque le point d'intersection des deux enveloppées consécutives est un point double. La nature du problème peut changer avec la forme sous laquelle on présente l'équation de l'enveloppée.

Zachariæ (G.). — *Compensation des erreurs d'observation.* (6 p.)

Remarques au sujet du Mémoire de M. Lorenz publié dans le même volume. (*Voir* plus haut.)

Hansen (P.-C.-V.). — *Courbure des surfaces.* (12 p.)

Lorenz (L.). — *Contribution au problème des compensations.* (10 p.)

Addition au Mémoire précédent. Réponse aux remarques de M. Zachariæ.

Steen (A.). — *Sur l'écoulement d'un fluide pesant par une ouverture latérale.* (4 p.)

Zeuthen (H.-G.). — *Sur le principe de dualité.* (Quatrième et dernier article, 20 p.)

Remarques historiques.

Petersen (J.). — *Sur la transformation des coordonnées en Stéréométrie.* (2 p.)

Zachariæ (G.). — *Compensation des erreurs d'observation.* (6 p.)

ARCHIVES NÉERLANDAISES des Sciences exactes et naturelles. In-8° (1).

T. VI, 1871.

Baehr (G.-W.-F.). — *Sur le mouvement de l'œil.* (35 p., 1 pl.)

Le mouvement de l'œil est celui d'un corps assujetti à tourner autour d'un point fixe; mais sa généralité est restreinte par deux lois, dont la première, énoncée par Donders, consiste en ce que la position que prend le globe de l'œil autour de la ligne du regard dépend uniquement, pour certaine position de la tête, de la direction de cette ligne, et non de la volonté de l'observateur, ni du chemin qu'a parcouru cette ligne pour arriver à sa direction. Suivant la seconde loi, celle de Listing, la position du globe oculaire, pour une direction quelconque de la ligne du regard, est la même que celle que prendrait ce globe, en partant d'une certaine position *normale* ou *primaire*, pour venir immédiatement dans sa nouvelle position, par une rotation unique autour d'un axe fixe, perpendiculaire à la ligne du regard dans sa direction primaire et dans sa nouvelle direction. M. Baehr développe les conséquences mathématiques de ces deux lois, et traite des moyens de les vérifier.

(1) Voir *Bulletin*, t. III, p. 347.

Stamkart (F.-J.). — *Sur une manière de déterminer la densité d'un liquide dans une capacité fermée.* (6 p.)

Bierens de Haan (D.). — *Note sur la différentiation et l'intégration d'une intégrale multiple par rapport à une constante.* (19 p.)

On sait comment on peut différentier ou intégrer une intégrale simple par rapport à une constante, toutes les fois que la fonction sous le signe $\int$ reste continue entre les limites de l'intégration. Si les limites de l'intégrale sont indépendantes de la constante, il suffit de différentier ou d'intégrer sous le signe $\int$. Si les limites dépendent de la constante, la formule devient moins simple. On peut voir, à ce sujet, un Mémoire de l'auteur [1], où sont exposées les formules pour l'intégration dans ce cas.

Quand on passe aux intégrales multiples, les règles sont les mêmes, si les limites sont indépendantes de la constante par rapport à laquelle on différentie ou l'on intègre. Il reste à considérer le cas ou les limites des intégrations dépendent de cette constante. C'est ce qui fait l'objet de la Note actuelle.

Schoute (P.-H.). — *Homographie et son application à la théorie des surfaces du second ordre.* (6 p.)

Analyse d'une thèse [2] présentée par l'auteur à l'Université de Leyde. L'objet de ce travail est l'application de la méthode géométrique à la recherche des propriétés des systèmes homographiques de l'espace. L'auteur, s'écartant de la marche suivie par M. Chasles dans les Mémoires annexés à l'*Aperçu historique,* établit l'homographie d'une manière indépendante de la corrélation et de la théorie des surfaces du second ordre, ce qui lui permet de l'employer dans l'étude de ces surfaces.

Van Geer (P.). — *Sur le mouvement rectiligne d'un point matériel.* (24 p.)

Étude du mouvement d'un point attiré vers un centre fixe, soit dans le vide, soit dans un milieu résistant.

---

(1) *Verslagen en Mededeelingen der Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.* Ie Reeks, Dl. IV, p. 332; 1856.

(2) *Homographie en hare toepassing op de theorie der oppervlakken van den tweeden graad. Akademisch Proefschrift.* Leyde, Doesburgh, 1870.

Gunning (J.-W.). — *L'Empirisme et la Science, esquisse historique sur Lavoisier.* (11 p.)

Dans cet extrait d'un Discours prononcé en 1871 devant la Société des Sciences naturelles d'Amsterdam, l'auteur défend Lavoisier contre les injustes critiques dont il a été l'objet de la part de quelques savants allemands.

T. VII; 1872.

Rutgers (A.). — *Sur les différentielles à indices quelconques.* (11 p.)

Une fonction y étant développée en une série exponentielle de la forme $\Sigma A_m e^{mx}$, M. Liouville définit sa dérivée d'ordre fractionnaire p par la formule

$$\frac{d^p y}{dx^p} = \Sigma A_m e^{mx} m^p + \chi(x),$$

$\chi(x)$ désignant un terme complémentaire, dont M. Liouville a déterminé la forme générale. On en déduit une expression d'une intégrale d'ordre fractionnaire quelconque sous forme d'une intégrale définie ordinaire. M. Rutgers développe les conséquences de cette formule, et indique une méthode pour développer une fonction donnée en série d'exponentielles.

Bosscha (J.) jr. — *Les déterminations des températures dans les expériences de M. Regnault sur les forces elastiques de la vapeur d'eau.* (13 p.)

De Jong (J.). — *De l'équation intégrante.* (6 p.)

M. Aloys Mayr [1] a donné une démonstration très-simple du critérium établi par Euler pour reconnaître si une équation différentielle d'ordre quelconque est directement intégrable. M. de Jong, dans une thèse intitulée : « *De Integreerende factor en de Integreerende vergelijking* », Leyde, 1871, et dont la présente Note est une analyse, applique cette condition à la recherche du facteur d'intégration pour l'équation linéaire à coefficients constants

$$\Sigma a_i y^{(i)} = 0, \tag{1}$$

---

[1] *Der integrirende Factor und die particularen Integrale.* Würzburg, 1868. 1 vol. in-8°, 140 p.

à laquelle se ramène ensuite l'équation $\Sigma a_i x^i y^{(i)} = 0$. Si φ est un facteur tel que le produit $\varphi\, dx\, \Sigma a_i y^{(i)}$ soit une différentielle exacte, φ est déterminé par l'équation

$$(2) \qquad \Sigma(-1)^i \frac{d^i(a_i \varphi)}{dx^i} = 0,$$

que M. Mayr a nommée *l'équation intégrante,* et qui est linéaire comme l'équation (1) et de même ordre qu'elle. Ces équations montrent que, si $y = f(x)$, φ sera égal à $f(-x)$. On en conclut que y est le facteur d'intégration de l'équation (2). L'auteur déduit théoriquement, de ces considérations, que les intégrales particulières sont de la forme $y = e^{\lambda x}$, ce qu'Euler avait posé en quelque sorte empiriquement.

Versluys (J.). — *Démonstration nouvelle de la propriété associative de la multiplication des quaternions.* (6 p.)

On sait que la multiplication de deux quaternions q, q' n'est pas une opération *commutative,* c'est-à-dire que l'on n'a pas, comme dans la multiplication ordinaire, $q \times q' = q' \times q$; mais la multiplication des quaternions jouit, comme la multiplication ordinaire, de la propriété *associative,* exprimée par l'équation

$$(q \times q') \times q'' = q \times (q' \times q''),$$

et de la propriété *distributive,* exprimée par les équations

$$(q + q') \times q'' = q \times q'' + q' \times q'',$$
$$q \times (q' + q'') = q \times q' + q \times q''.$$

La propriété associative a été démontrée par Hamilton et par Möbius au moyen de considérations géométriques. M. Versluys en donne une démonstration plus simple, analogue à celle de la propriété distributive.

Oudemans. — *Rapport général sur les observations de l'éclipse totale du* 12 *décembre* 1871, *dressé d'après les rapports partiels des différents observateurs à l'île de Java, par l'Ingénieur en chef du service graphique des Indes orientales.* (10 p.)

Donders (F.-C.). — *La projection des phénomènes visuels suivant les lignes de direction.* (19 p.)

Discussion relative à l'appréciation de la distance d'un objet.

Bierens de Haan (D.). — *La methode d'Euler, pour l'intégration de quelques équations différentielles linéaires, démontrée à l'aide de l'équation intégrante.* (16 p.)

L'auteur reprend avec de nouveaux développements le sujet traité par M. de Jong dans le travail que nous avons mentionné plus haut.

Baehr (G.-W.-F.). — *Sur les racines des équations*

$$\int_0^\pi \cos(x\cos\omega)\,d\omega = 0, \quad et \quad \int_0^\pi \cos(x\cos\omega)\sin^2\omega\,d\omega = 0.$$

(8 p.)

JOURNAL für die reine und angewandte Mathematik, herausgegeben von C.-W. Borchardt.

T. 76, Cahiers 1 et 2; 1873.

Weber (H.). — *Sur les courants stationnaires de l'électricité dans les cylindres.* (20 p.)

Le Mémoire fait suite à un autre, publié par le même auteur, au tome 75 du *Journal de Borchardt* (*Bull.*, t. IV, p. 89). M. Weber y avait montré comment les fonctions besséliennes servent à résoudre le problème pour un cylindre conducteur. Cependant la formule qu'il avait trouvée alors, et qui exprime la tension à l'intérieur du cylindre, offre l'inconvénient d'être très-peu convergente pour les points de la surface courbe; par conséquent, elle ne se prête à l'expérience que pour les points intérieurs et pour les bases planes. Il serait donc intéressant d'exprimer la tension par une formule qui fût applicable aux points de la surface cylindrique; c'est ce que fait l'auteur dans ce nouveau Mémoire.

Comme la nature du problème proposé entraîne la discontinuité des fonctions qui le résolvent, il faut renoncer à une bonne convergence dans une surface quelconque qui contient les électrodes qu'on suppose être des points séparés. Le problème consiste donc à choisir une surface de divergence qu'on ne peut guère aborder par l'expérience; tel a été le résultat du beau Mémoire de Riemann sur le problème des anneaux de Nobili. Ainsi l'auteur cherche une transformation semblable pour exprimer la tension de l'électricité dans un cylindre limité, si elle y entre et qu'elle en sorte par deux électrodes situées symétriquement à la surface et au plan médian. Au lieu de prendre, comme antérieurement, la surface cylindrique pour surface de mauvaise convergence, l'auteur renonce cette fois à la convergence dans les deux sections normales qu'on peut mener par les électrodes, et il réussit par là à trouver des expressions convergentes sur la surface à une petite distance de ces sections.

La même méthode s'applique encore à quelques cas plus compliqués. M. Hermann avait engagé M. Weber à entreprendre ces recherches pour expliquer un phénomène électrique observé par Matteucci (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LVI, p. 760, et t. LXV, p. 151, 194). La théorie mathématique se trouve d'accord avec l'explication du phénomène qu'a donnée M. Hermann. Ce savant ramène la propagation du courant, dans un fluide qui environne le fil conducteur, à une polarisation proportionnelle à l'intensité du courant et prenant son origine à la surface limite.

Kiepert (L.). — *Exécution effective de la multiplication des fonctions elliptiques pour des nombres entiers*. (13 p.)

Le problème de la multiplication rationnelle des fonctions elliptiques se résout par deux méthodes distinctes; l'une repose sur l'application réitérée du théorème de l'addition des fonctions elliptiques; l'autre demande deux transformations consécutives; mais les opérations algébriques qu'elles exigent sont tellement compliquées, qu'elles deviennent illusoires quand il s'agit de calculer le résultat pour un multiplicateur premier plus grand que 7, et, quand même on aurait effectué les calculs laborieux, les formules se présenteraient sous une forme rebutante. M. Kiepert développe des formules d'une élégance remarquable et qui donnent le résultat, sous forme explicite, pour un multiplicateur quelconque. La fonction cherchée s'exprime immédiatement par certaines autres, qu'on trouve être des déterminants dont les éléments sont formés par la fonction de l'argument simple et par ses dérivées. N'oublions pas de faire observer qu'il faut toujours encore calculer ces *déterminants* et ces *dérivées*.

KIEPERT (L.). — *Résolution des équations de transformation, et division des fonctions elliptiques.* (11 p.)

La résolubilité des équations dont dépend la division des fonctions elliptiques a été découverte par Abel (*Œuvres compl.*, t. I, p. 165). M. Kiepert recherche les expressions des racines elles-mêmes; il réduit la résolution de l'équation du degré n^2 à celle de deux équations du degré n, qui dérivent de la transformation du degré n. Le développement subsiste pour un nombre n quelconque, pair ou impair, premier ou composé. Dans toutes ses recherches, M. Kiepert se sert de la forme normale introduite par M. Weierstrass pour les fonctions elliptiques, mais dont personne n'avait encore fait usage. Il faut vivement regretter que cet illustre géomètre ne cède pas aux vœux de ses élèves et du monde mathématique, en facilitant, par la publication de ses recherches, la lecture des Mémoires dont il a souvent suggéré lui-même la première idée.

BORCHARDT (C.-W.). — *Sur la transformation, en coordonnées générales orthogonales, des équations d'élasticité.* (14 p.)

Soient x, y, z les coordonnées cartésiennes et orthogonales d'un point d'un corps élastique en équilibre d'élasticité; $x+u$, $y+v$, $z+w$ les coordonnées du même point après une déformation élastique; alors la détermination des déplacements u, v, w dépend de trois équations simultanées aux différences partielles, linéaires et du second ordre, et encore de trois conditions de limites pour la surface du corps. Mais, si le corps est isotrope, ces équations aux différences partielles se simplifient beaucoup; car, si, outre les trois dilatations

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial z}$$

et les trois glissements

$$\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x},$$

on considère aussi les trois composantes doubles de la rotation élémentaire

$$U=\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}, \quad V=\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z}, \quad W=\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}$$

et enfin la dilatation cubique

$$P = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z},$$

les équations aux différences partielles, pour les déplacements élastiques des corps isotropes, possèdent la propriété caractéristique de pouvoir être composées avec les dérivées des quatre combinaisons P, U, V, W.

Dans un Mémoire inséré au *Journal de Liouville* (1841), Lamé avait démontré que, si l'on forme, pour un système général de coordonnées curvilignes orthogonales, les expressions de la dilatation cubique et des trois composantes de la rotation élémentaire prises dans le sens des coordonnées croissantes, les équations aux différences partielles pour les déplacements élastiques peuvent de même être composées au moyen de ces quatre grandeurs et de leurs dérivées. Le calcul par lequel Lamé était parvenu à ce résultat important est d'une élégance digne de l'auteur des coordonnées curvilignes; mais ce calcul est bien long, et il semblait évident que le résultat, dont l'énoncé est si simple, devait pouvoir s'obtenir par des considérations plus directes.

A cet effet, M. Borchardt part de la variation d'une intégrale triple à laquelle Green a réduit les équations de l'élasticité; c'est une voie indiquée déjà par Jacobi (t. 36 du même *Journal*). Mais la méthode de Jacobi ne suffit pas cette fois; car les dilatations et les glissements forment un groupe de grandeurs, tandis que les rotations élémentaires en forment un autre, et, pour chacun de ces groupes, il y a une transformation particulière et très-simple; mais, quand on mêle ces deux groupes, on ne peut plus reconnaître de loi simple de transformation. En séparant donc ces deux groupes, et en considérant les différences ordinaires au lieu des différences partielles, on retrouve le résultat de Lamé presque sans aucun calcul.

Durège (H.). — *Supplément au Mémoire « Sur les formes des courbes du troisième ordre »* (t. 75, p. 153. *Bull.*, t. IV, p. 90). (2 p.)

M. Durège avait cru qu'une ovale faisant partie d'une courbe du troisième ordre possède toujours des asymptotes imaginaires; cependant M. Schröter a étudié, dans les *Mathematische Annalen*, une courbe du troisième ordre qui a ses trois asymptotes réelles et dont une ovale fait partie; donc il faut ajouter aux formes des courbes énumérées par M. Durège celles-ci, appartenant au premier genre :

Trois asymptotes rectilignes : la partie U consiste en trois traits allant à l'infini; chaque asymptote est touchée par deux branches qui n'appartiennent pas au même trait; S forme une ovale;

Une asymptote rectiligne et une autre parabolique : lapartie U consiste en deux traits allant à l'infini; une branche de chaque trait va toucher l'asymptote *rectiligne,* l'autre se rattache à l'asymptote parabolique; S forme une ovale.

Du Bois-Reymond (P.). — *Nouvelle théorie de la convergence et de la divergence des séries dont les termes sont positifs.* (32 p.)

L'auteur parvient à des critères assez simples, en mettant un terme quelconque de la série sous la forme

$$u_p = \chi_p(w_p - w_{p+1}).$$

Ces critères ressemblent en quelque sorte à ceux qu'a donnés M. Kummer (t. 13 du *Journal*); il y entre des fonctions d'ordre p. La recherche de ces fonctions se trouve, en général, réduite à des logarithmes réitérés. Quoiqu'il ne nous semble pas que les auteurs aient cru que ces critères logarithmiques pussent épuiser à fond la convergence, il est pourtant intéressant d'avoir, dans ce Mémoire, une démonstration de l'existence de séries qui, quoique convergentes, le sont si peu que les critères logarithmiques ne suffisent pas pour le constater.

Mertens. — *Sur le problème de Malfatti pour le triangle sphérique.* (5 p.)

M. Schellbach a donné, au tome 45 du même *Journal,* une solution très-élégante de ce problème; actuellement M. Mertens fait voir de quelle manière on peut déduire de la solution de M. Schellbach de formules qui ressemblent parfaitement à celles par lesquelles Malfatti a résolu le problème du plan.

Malet (John-C.). — *Sur la réduction des intégrales abéliennes.* (16 p.; angl.)

Désignons la fonction

$$\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)(1-k_1^2x^2)\ldots(1-k_{2m-2}^2x^2)}$$

par le symbole $\Delta_{2m-1}(k, x)$, où k est le type des modules et le suffixe $2m-1$ de Δ en désigne le nombre; alors, si les modules $k, k_1, k_2, \ldots$ satisfont aux équations

$$(1) \qquad k = k_1 k_2 = k_3 k_4 = \ldots = k_{2m-3} k_{2m-2} :$$

1° Les intégrales

$$\int_0^x \frac{dx}{\Delta_{2m-1}(k, x)}, \quad \int_0^x \frac{x^2\,dx}{\Delta_{2m-1}(k, x)}, \ldots, \quad \int_0^x \frac{x^{2m}\,dx}{\Delta_{2m-1}(k, x)},$$

$$\int_0^x \frac{dx}{(1-x^2)\Delta_{2m-1}(k,x)}, \quad \int_0^x \frac{dx}{(1-k^2x^2)\Delta_{2m-1}(k,x)}, \quad \int_0^x \frac{dx}{x^2\Delta_{2m-1}(k,x)}$$

dépendront d'intégrales ayant cette forme :

$$\int_0^y \frac{dy}{\Delta_{m-1}(\lambda, y)}, \quad \int_0^y \frac{y^2\,dy}{\Delta_{m-1}(\lambda, y)}, \ldots, \quad \int_0^y \frac{y^{2(m-1)}\,dy}{\Delta_{m-1}(\lambda, y)};$$

2° L'intégrale

$$\int_0^x \frac{dx}{(1+nx^2)\Delta_{2m-1}(k, x)}$$

dépendra des mêmes intégrales et encore d'autres ayant cette forme

$$\int_0^y \frac{dy}{(1+\nu y^2)\Delta_{m-1}(\lambda, y)}.$$

Le nombre des modules compris sous les intégrales réduites sera $m-1$ si m est pair, m si m est impair. L'auteur démontre ce théorème, développe par des transformations d'autres conditions qu'on peut substituer aux équations (1), et en fait l'application à la réduction d'intégrales abéliennes.

Hamburger. — *Note sur la forme des intégrales des équations différentielles linéaires et à coefficients variables.* (15 p.)

La résolution des équations différentielles linéaires et à coefficients constants dépend d'une équation algébrique. Si quelques racines de cette équation sont égales, M. Jordan a fait voir, dans une Note insérée dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* de quelle manière on peut utiliser une série de substitutions, pour ramener le système d'équations différentielles linéaires à une forme canonique. Les équations différentielles s'y trouvent séparées en certains groupes qui peuvent immédiatement être intégrés. Si les coefficients de l'équation différentielle sont variables, M. Fuchs a été conduit à considérer aussi une certaine équation appartenant à un point singulier; elle détermine les intégrales qui se changent en elles-mêmes, multipliées par une constante, lorsque la variable décrit un contour fermé autour du point singulier. Si μ racines de cette équation sont égales, il survient encore $\mu - 1$ intégrales dont M. Fuchs a aussi établi la forme. En appliquant les considérations de M. Jordan à ce cas, M. Hamburger a reconnu que ce groupe de μ fonctions se compose, en général, de plusieurs groupes distincts et indépendants les uns des autres. Les relations qui existent entre les coefficients des termes multipliés par des logarithmes ne subsistent que pour les fonctions qui appartiennent à un même groupe partiel. En même temps, les intégrales de chaque groupe partiel sont susceptibles d'une forme simple qui permet de saisir ces relations d'un seul coup d'œil.

Schläfli. — *Sur le faisceau le plus général de surfaces du second ordre formant un système orthogonal avec deux autres faisceaux de surfaces quelconques.* (23 p.)

Le paramètre d'un faisceau de surfaces formant avec deux autres un système orthogonal satisfait à une équation aux différences partielles du troisième ordre. L'auteur commence par la transformer en la rendant entière et rationnelle par rapport aux dérivées du paramètre, prises par rapport aux trois coordonnées orthogonales. Supposons maintenant que le premier faisceau ne se compose que de surfaces algébriques du degré θ; soit $\Phi = (w, x, y, z)^\theta = 0$ l'équation du faisceau, où x, y, z désignent les trois coordonnées orthogonales, w l'unité de longueur, et où les coefficients sont des fonctions inconnues du paramètre; dénotons par Φ' le polynôme où l'on a remplacé ces coefficients par leurs premières dérivées par rapport au paramètre et posons enfin

$$d\Phi = n\,dw + p\,dx + q\,dy + r\,dz,$$

$$\sum \pm \frac{\partial n}{\partial w}\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial q}{\partial y}\frac{\partial r}{\partial z} = \Delta;$$

$$p^2 + q^2 + r^2 = \rho^2.$$

En remplaçant chaque ligne du tableau du déterminant Δ, l'une après l'autre, respectivement par φ, χ, ψ, ω, on obtiendra quatre expressions N, P, Q, R. Mettons $\varphi = \frac{\partial}{\partial w}, \ldots$, on aura

$$Nn = \Delta,\quad Np = 0,\quad Nq = 0,\quad Nr = 0,\quad Pn = 0,\quad Pp = \Delta, \ldots.$$

A l'aide de ces symboles, l'auteur obtient un système d'équations différentielles linéaires et du premier ordre pour les coefficients du polynôme Φ; on peut lui substituer la seule condition que le polynôme

$$\rho^3 \begin{vmatrix} w & 0 & N & 0 \\ x & p & P & \chi \\ y & q & Q & \psi \\ z & r & R & \omega \end{vmatrix} \left(\frac{\Phi'}{\rho}\right)$$

[où $\varphi\chi = \frac{\partial^2}{\partial w\, \partial x}$, $\chi^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \ldots$; la quantité soumise à ces opérations est $\left(\frac{\Phi'}{\rho}\right)$] soit divisible par Φ, par rapport aux grandeurs w, x, y, z. (Ce polynôme est du degré $7\theta - 10$ en w, x, y, z, par rapport aux coefficients, linéaire pour les variations des coefficients.)

L'auteur n'entre pas dans la question de la possibilité de ce système, qui contient un grand nombre de conditions surabondantes; mais c'est M. Serret, autant que je sache, qui a démontré l'existence d'un faisceau de surfaces algébriques d'un degré supérieur formant un système orthogonal avec deux autres faisceaux. Pour $\theta = 2$, le système revient à sept conditions; elles ne portent pas sur les dix éléments du polynôme Φ et ne concernent que leurs variations; car six conditions exigent la fixation du centre et des directions des axes principaux, et la septième est une équation différentielle linéaire et du premier ordre pour les carrés des demi-axes, qui ne satisfait pas à la condition d'intégrabilité

$$A(B - C)dA + B(C - A)dB + C(A - C)dC = 0,$$

$\sum \frac{x^2}{A} = 1$ étant l'équation d'une surface. Si l'on choisit une fonction arbitraire ω de ψ, qu'on intègre l'équation différentielle $dt = d\psi + \frac{dw}{t}$ et qu'on désigne la fonction intégrale t, pour trois différentes constantes fixes d'intégration, par A, B, C, pour une quatrième arbitraire ε par t, l'équation $\sum \frac{x^2}{A} = 1$ représentera toutes les surfaces du premier faisceau. Chacune d'elles est déterminée par la valeur du paramètre ψ; et, si l'on élimine ψ des deux équations $\sum \frac{x^2}{A} = 1$, $\sum \frac{x^2}{A - t} = 1$, on a l'équation d'une surface du deuxième ou du troisième faisceau avec le paramètre ε. Ces deux faisceaux en forment un seul où chaque surface est orthogonale à chaque autre; le premier faisceau n'a pas cette propriété [1].

SCHLÄFLI. — *Sur les relations linéaires entre les $2p$ chemins circulaires de première espèce et les $2p$ de seconde espèce dans la théorie des fonctions abéliennes de MM. Clebsch et Gordan.* (7 p.)

PASCH. — *Sur les surfaces caustiques des systèmes de rayons et sur les surfaces des singularités des complexes.* (14 p.)

Dans son Mémoire d'habilitation (*Zur Theorie der Complexe und Congruenzen*, Giessen, 1870), l'auteur avait donné une démonstration géométrique du théorème de Plücker, que le lieu des points singuliers et l'enveloppe des plans singuliers d'un complexe sont identiques. Après avoir résumé cette démonstration, qui repose sur ce que la surface des singularités est l'une des surfaces caustiques de la congruence des lignes singulières, M. Pasch démontre l'identité des deux définitions de la surface des singularités d'un complexe et, plus généralement, de la surface caustique d'une congruence, en s'appuyant sur les représentations analytiques des éléments singuliers. Enfin l'auteur développe une méthode qui fournit l'équation de la surface des singularités par l'expression du discriminant d'une forme ternaire; ce résultat s'accorde avec celui de Clebsch pour la forme normale de l'équation du complexe (*Math. Ann.*, t. II, p. 1; t. V, p. 435). La surface caustique d'une congruence s'obtient par un calcul analogue; enfin l'auteur obtient les équations de la surface caustique de deux complexes du second degré en coordonnées ponctuelles et tangentielles, et montre que, pour les lignes singulières du complexe du second degré, l'équation

(1) *Voir* un travail de M. Maurice Levy, signalé *Bulletin*, t. I, p. 271.

de la surface caustique se décompose en une équation du douzième degré, et en une autre du quatrième qui représente la surface des singularités.

Pochhammer (L.). — *Note sur la représentation des polygones d'arcs circulaires.* (5 p.)

Démonstration d'une formule employée plusieurs fois par M. Schwarz pour résoudre des questions de représentation conforme (t. 70 du même *Journal*, etc.)

Fuchs (L.). — *Sur la représentation des fonctions de variables complexes* (addition au Mémoire, t. 75 du même *Journal*, p. 177). (2 p.)

E. L.

МАТЕМАТИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ (1).

T. VI, livraisons 1, 2 et 3; 1872-73.

1re Partie.

Sonine (N.-I.). — *Sur la différentiation avec un indice quelconque.* (38 p.)

L'étude de cette question, dont l'idée primitive remonte à Leibnitz, et que Euler, Laplace et Fourier ont à peine effleurée, a été développée, pour la première fois, par M. Liouville en 1832 (2), et continuée depuis par MM. Kellend (3), S. Roberts (4), Grünwald (5), Tardy (6), Genocchi (7), Holmgren (8), Letnikof (9), etc. L'auteur du présent Mémoire signale, dans les travaux de ses prédécesseurs, des points obscurs, incomplétement étudiés, quelquefois même inexacts, tels que le théorème de M. Liouville relatif à la fonction complémentaire, dont l'existence rendrait entièrement indéterminé tout le calcul des dérivées.

---

(1) *Journal de la Société Mathématique de Moscou.* Voir *Bulletin*, t. III, p. 11.

(2) *Journal de l'École Polytechnique*, 21e cahier.

(3) *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, t. XX.

(4) *The Quarterly Journal of pure and applied Mathematics*, nos 26, 27, 29, 30.

(5) *Schlömilch's Zeitschrift für Math. und Physik*, t. XII; 1867.

(6) *Annali di Matematica*, serie Ia, t. I; 1858.

(7) *Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*, serie IIa, t. XXVI.

(8) *Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar.* Ny följd, t. V; 1864.

(9) *Математическій Сборникъ*, t. II; 1867.

Après avoir défini l'opération représentée par le symbole

$$\frac{d^p}{dx^p},$$

et établi les formules relatives aux dérivées de e^{mx} et de $(x-a)^m$, il prend pour point de départ le théorème de Cauchy : « Une fonc- » tion $f(x)$, synectique en tout point d'une certaine aire T, peut » s'exprimer, en tout point de T, par l'intégrale fermée

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha}^{\alpha}\frac{f(\alpha)\,d\alpha}{\alpha-x},$$

« prise le long du contour de T »; et il en déduit une formule générale pour exprimer

$$\frac{d^p f(x)}{dx^p},$$

p étant quelconque, positif ou négatif, réel ou complexe, pourvu que la partie réelle de p soit différente de zéro. Cette formule,

$$\frac{d^p f(x)}{dx^p} = \frac{\Gamma(p+1)}{2\pi i}\int_{\alpha}^{\alpha}\frac{f(\alpha)\,d\alpha}{(\alpha-x)^{p+1}} + \frac{d^p 0}{dx^p}$$

devient identique à celle de Cauchy pour les valeurs entières et positives de p.

M. Sonine discute ensuite les limites de l'intégrale et la nature de la fonction complémentaire $\frac{d^p 0}{dx^p}$. La discussion des équations qui déterminent les limites de l'intégrale conduit à cette remarque, que la dérivée d'une fonction quelconque et la dérivée de son développement en série ne sont égales que lorsque tous les termes du développement ont une racine commune entre eux et avec la fonction primitive. La fonction complémentaire $\frac{d^p 0}{dx^p}$ est toujours *nulle* pour p positif; dans le cas de p négatif, c'est une fonction entière, composée d'un nombre de termes déterminé et fini, qui reste le même pour tous les indices p dont la partie réelle est comprise entre les deux mêmes nombres entiers consécutifs. Enfin l'auteur établit une formule générale pour les dérivées d'indice quelconque du produit de deux fonctions.

Ermakof (V.). — *Théorie de la convergence des séries infinies et des intégrales définies.* (36 p.)

Ce Mémoire est le développement de la Note du même auteur dont une traduction a paru dans le *Bulletin,* t. II, p. 250.

Bouniakofsky (V.-I.). — *Remarque sur la question des parallèles.* (6 p.)

M. Bouniakofsky est du nombre des géomètres qui ne croient pas la question des parallèles définitivement jugée par les travaux de Gauss et des mathématiciens de son école. Il propose une démonstration *rigoureuse* de l'axiome XI d'Euclide, fondée sur l'*absence de paramètre* dans la droite, ou, ce qui revient au même, sur l'hypothèse de son identité avec l'horicycle de Lobatchefsky, hypothèse qui est une transformation de la loi d'homogénéité sur laquelle Legendre avait cru pouvoir fonder une démonstration de la constance de la somme des angles d'un triangle rectiligne. Il est ainsi conduit à identifier la droite avec le lieu des points équidistants d'une droite donnée, en admettant que le cercle est la seule courbe qui, avec la droite, soit uniforme en tous ses points, et qu'il ne peut exister aucune courbe non fermée qui jouisse de cette propriété, ce qui revient à substituer à l'hypothèse d'Euclide une autre hypothèse dont la non-évidence *a priori* est plus difficile à apercevoir.

Zolotaref (E.-I.). — *Sur l'équation* $Y^2 - (-1)^{\frac{p-1}{2}} Z^2 = 4X$, *dans la théorie de la division du cercle.* (14 p.)

L'auteur démontre que les polynômes Y et Z peuvent être trouvés à l'aide de développements en fraction continue, et il donne les équations linéaires auxquelles satisfont les coefficients de Z. Cette fonction étant connue, on détermine très-facilement Y. M. Zolotaref ne considère que le cas où p est un nombre premier impair, et il se propose, dans un travail ultérieur, d'étendre les résultats au cas de p quelconque.

Andréiefsky (M.-A.). — *Du nombre des diviseurs d'un nombre impair qui appartiennent à l'une des formes linéaires*

$$4h+1, \quad 4h-1, \quad 8h\pm 1, \quad 8h\pm 3.$$

(10 p.)

En désignant par p_m, q_m des facteurs premiers des formes $4h+1$,

$4h-1$ respectivement, tout nombre premier impair n, considéré par rapport au module 4, peut être exprimé par la formule

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots q_1^{\beta_1} q_2^{\beta_2} \dots .$$

Soient N_{4h+1} le nombre des diviseurs de la forme $4h+1$, et N_{4h-1} celui des diviseurs de la forme $4h-1$. L'auteur démontre que : 1° lorsque l'un des exposants β est impair, c'est-à-dire lorsque $n = 4h-1$, alors on a $N_{4h-1} = N_{4h+1}$; 2° si $n = 4h+1$, les nombres N_{4h+1}, N_{4h-1} sont des nombres pairs exprimés par la formule

$$N_{4h\pm1} = \tfrac{1}{2}(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\dots[(2\beta_1+1)(2\beta_2+1)\dots\pm 1];$$

3° pour tout nombre impair, le rapport $\dfrac{N_{4h+1}}{N_{4h-1}}$ ne peut être exprimé par un nombre entier autre que 1 ou 2. L'auteur donne les types des nombres pour lesquels ce rapport a l'une ou l'autre de ces deux valeurs. Des théorèmes analogues ont lieu pour les diviseurs de l'une des formes $8h\pm1$, $8h\pm3$.

Serdobinsky (V.). — *Sur un problème d'Algèbre numérique.* (4 p.)

Dans un Mémoire intitulé : « Identités numériques se rattachant » aux propriétés du symbole E », M. Bougaïef donne trois méthodes pour former des identités numériques. La présente Note indique une quatrième méthode, fondée sur la résolution des équations contenant le symbole E.

Schiller (N.-N.). — *Remarque sur les courants induits dans les circuits ouverts.* (8 p.)

L'auteur se propose d'étudier les phénomènes produits par un courant inducteur sur un courant ouvert. Des expériences convenablement dirigées (introduction d'un électrodynamomètre, d'un tube de Geissler, d'un condensateur dans un circuit ouvert) font voir que le mouvement de l'électricité dans un tel circuit a tous les caractères des charges et des décharges successives d'un condensateur, dans lequel l'air et l'enveloppe du fil jouent le rôle de l'isolateur, et le fil lui-même celui des armatures. L'auteur étudie les lois de ce mouvement et en donne les équations qui satisfont au principe de la conservation de la force vive. La discussion de ces équations conduit aux résultats suivants :

1° La quantité d'électricité du courant inducteur est indépendante de la présence du courant induit, que ce dernier soit ouvert ou fermé;

2° Dans un conducteur induit, soit fermé, soit ouvert, se meut toujours la même quantité d'électricité; seulement, pour le premier cas, le mouvement a lieu dans un même sens, et, pour le second cas, dans deux sens opposés.

Lioubimof (N.-A.). — *Nouvelle théorie du champ de la vision et du grossissement des instruments d'optique.* (14 p.)

Cette théorie consiste à considérer un instrument d'optique comme une ouverture simple, et l'image produite comme un objet placé en arrière de cette ouverture à une distance convenable. A ce point de vue, la loupe peut être envisagée comme une ouverture en arrière de laquelle, au lieu d'un objet très-petit, on a placé un objet très-grand (dont la dimension est déterminée par l'angle que forment les deux lignes allant du centre de la loupe aux extrémités de l'objet), la distance de cet objet pouvant être calculée d'après la formule connue.

L'auteur étudie principalement la lunette de Galilée, dont la théorie admise jusqu'ici est erronée, et il donne pour expression du diamètre du champ de vision la formule suivante :

$$\frac{360^\circ}{2\pi}\cdot\frac{d}{F_1-F_2}\cdot\frac{F_2}{F_1},$$

dans laquelle d est le diamètre de l'objectif, F_1, F_2 les distances focales de l'objectif et de l'oculaire. Pour la lunette de Kepler, il arrive à la formule connue.

Bougaïef (N.-N.). — *Théorie des dérivées numériques.* Seconde Partie [1]. (48 p.)

Ce Mémoire se divise en trois Chapitres, dont voici les titres :

1° *Séries numériques généralisées*, que l'on peut déduire de l'intégrale prise par rapport aux diviseurs

$$\Sigma_n \vartheta(\delta)\chi(d) = \psi(n),$$

(1) Voir *Bulletin*, t. III, p. 210.

où δ et d sont des diviseurs complémentaires du nombre n, c'est-à-dire tels que l'on ait $n = d\delta$.

2° *Liaison des dérivées numériques avec les identités numériques.*

3° *Inversion des séries numériques.* Étant données deux séries numériques

$$F(n) = \overline{F}(1)E\frac{n}{1} + \overline{F}(2)E\frac{n}{2} + \ldots + \overline{F}(k)E\frac{n}{k} + \ldots,$$

$$\varphi(n) = \overline{\varphi}(1)E\frac{n}{1} + \overline{\varphi}(2)E\frac{n}{2} + \ldots + \overline{\varphi}(k)E\frac{n}{k} + \ldots,$$

où $\overline{F}(k)$, $\overline{\varphi}(k)$ sont les coefficients des développements de $F(n)$, $\varphi(n)$, on peut toujours trouver le développement de $F(n)$ suivant les fonctions $\varphi(n)$, et réciproquement.

Stolétof (A.-S.). — *Déduction inverse de la loi fondamentale de l'électrodynamique.* (12 p.)

Les lois qui régissent l'action mutuelle de deux éléments de courant ont été déduites des expériences d'Ampère sur l'équilibre des courants fermés. Cette méthode présente quelques côtés faibles, mis en évidence par plusieurs physiciens. La discussion des expériences fondamentales renferme certains points admis par convention plutôt que rigoureusement démontrés; aussi Grassmann [1] et Stefan [2], tout en prenant pour base ces mêmes expériences, sont-ils arrivés à des résultats différents. En outre, la théorie d'Ampère, comme celles qui en dérivent, n'est rigoureuse que pour les courants fermés, et les travaux de Helmholtz [3] montrent que la loi des *éléments vrais* (d'un courant ouvert) n'est pas celle que l'on obtiendrait en étendant les formules d'Ampère, de Stefan et de Grassmann aux courants ouverts.

Le fait le plus remarquable et le plus incontestable de l'électrodynamique est l'identité, à un certain point de vue, des courants fermés et des aimants. Ce fait, considéré dans la théorie d'Ampère comme une conséquence de la loi fondamentale, est pris comme point de départ par M. Stolétof, qui en déduit des expressions du

(1) *Poggendorff's Annalen,* t. LXIV; 1845.
(2) *Sitzungsberichte der Wiener Akademie,* t. LIX; 1869.
(3) *Crelle-Borchardt's Journal,* t. 72; 1870.

potentiel réciproque de deux courants finis et de deux éléments de courant, analogues à celles qui ont été trouvées par Neumann [1] et Helmholtz.

LIGHINE (V.). — *Extension au cas des déplacements finis d'un théorème de M. Chasles relatif aux axes conjugués.* (6 p.)

Soient (c), (c_1) deux axes conjugués, (C) l'axe instantané, et r, r_1 les distances de (c), (c_1) à (C). M. Chasles a démontré [2] que, pour un déplacement infiniment petit d'un système rigide, on a

$$(1) \qquad r.\mathrm{tang}[(c_1),(C)] = r_1.\mathrm{tang}[(c),(C)].$$

M. Lighine établit géométriquement que ce théorème a lieu aussi pour un déplacement fini, et, en outre, que les deux membres de l'équation (1) sont égaux à

$$\frac{\tau}{2\sin\frac{1}{2}\theta},$$

τ étant la grandeur du glissement suivant l'axe (C), et θ la grandeur de la rotation du système autour de cet axe.

BOUGAÏEF (N.-V.).—*Théorie des dérivées numériques.* III^e Partie : *Applications analytiques et numériques de la théorie des dérivées numériques.* (54 p.)

Dans les deux premières Parties de ce Mémoire [3], l'auteur a exposé les principes de la théorie des dérivées numériques. Le présent article contient l'application de ces principes et de leurs conséquences à quelques questions d'Analyse et d'Arithmétique transcendante. Ces questions sont les suivantes :

1° Développement des fonctions en séries de diverses formes;

2° Produits infinis d'une forme particulière;

3° Sommation des séries dont les termes sont formés de diverses fonctions numériques, et multiplication de ces séries.

Les problèmes relatifs aux produits infinis sont ramenés aux problèmes correspondants relatifs aux séries, au moyen des logarithmes.

---

(1) *Ueber ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducirter Elementar-Ströme;* 1847.

(2) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XVI, p. 1426.

(3) Voir *Bulletin*, t. III, p. 200, et l'*art. actuel*, p. 296.

Rakhmaninof (I.-I.). — *Formule fondamentale de la théorie dynamique des machines.* (10 p.)

Toute la théorie du travail des organes des machines repose sur le principe des forces vives, établi dans l'hypothèse que les liaisons sont indépendantes du temps, ainsi que sur le théorème de Carnot, relatif à la perte de force vive produite par le choc. L'auteur établit une expression générale du travail mécanique, en supposant les liaisons fonctions du temps et en tenant compte du choc instantané qui se produit au moment où le moteur commence à agir sur les organes de la machine.

Zinger (V.-I.). — *Sur un cas d'équilibre des liquides.* (9 p.)

Ce cas est celui d'un tube cylindrique d'une longueur indéfinie, plongeant verticalement dans un liquide. L'auteur détermine l'attraction exercée par le tube sur le liquide, et la forme d'équilibre de la surface de celui-ci autour du tube et dans son intérieur, en admettant que le tube attire le liquide d'après la loi de Newton et faisant abstraction des actions moléculaires.

Sloudsky (F.-A.). — *Détermination du solide produisant une attraction locale donnée.* (4 p.)

La formule de Gauss ([1])

$$\int \frac{dV}{dn_i}\, dS = 4\pi M,$$

relative à l'influence d'un corps perturbateur sur la longueur du pendule à seconde, peut être mise sous la forme

$$\int \delta l\, dS = \frac{4\pi M}{g},$$

δl étant la variation locale de la longueur du pendule; sous cette forme, elle peut servir à déterminer la masse M du corps perturbateur. L'auteur ajoute quelques considérations en vue de la détermination de la position et de la forme de ce corps.

Sonine (N.-I). — *Sur l'intégration d'une équation différentielle complète, de la forme*

$$(A + Cz)\, dx + (B + Dz)\, dy + K\, dz = 0$$

(*à l'occasion d'une Dissertation de* M. Andréiefsky). (17 p.)

([1]) *Allgemeine Lehrsätze*, § 36 (Gauss Werke, Bd. V.).

Les coefficients A, C, B, D, K représentent ici des fonctions de x et de y seulement. L'auteur examine surtout le cas où z est une fonction de x, de y et des dérivées des divers ordres de y par rapport à x, c'est-à-dire le cas où l'on a

$$z=f[x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}].$$

Il donne une formule générale exprimant les intégrales de toutes les équations de la forme considérée.

Khandrikof (M.-F.). — *Remarque sur le calcul des orbites des planètes et des comètes, d'après la méthode de Gauss.* (8 p.)

Suivant la méthode de Gauss, le calcul d'une orbite dépend de certaines fonctions P, Q ([1]), exprimées au moyen des rapports des aires décrites par les rayons vecteurs aux surfaces des triangles correspondants. Ces rapports étant eux-mêmes inconnus, l'évaluation de P et de Q entraîne à des calculs longs et pénibles. En introduisant, à la place de ces rapports, les éléments des orbites, on parvient à obtenir plus simplement les expressions de ces fonctions. Ces expressions sont les mêmes que celles qui ont été trouvées par Gauss ([2]).

Bredikhine (F.-A.). — *Quelques mots à propos de la nouvelle théorie de M. Lioubimof.* (6 p.)

L'auteur remarque que la théorie de la lunette de Galilée, donnée par M. Lioubimof dans son Mémoire intitulé : « Nouvelle théorie du champ de vision et du grossissement des instruments d'optique » ([3]), n'est autre chose qu'une application du cercle annulaire de Biot, et que la formule qu'il a obtenue a été donnée depuis longtemps par Brandes, dans un article étendu sur les télescopes, inséré dans le *Dictionnaire de Physique* de Gehler.

IIe Partie.

Suite de la traduction de l'*Aperçu historique* de M. Chasles. (32 p.)

Serdobinsky (V.-E.). — *Application du théorème de Ménélaüs à la démonstration de quelques porismes d'Euclide.* (45 p., 2 pl.)

([1]) *Theoria motus corporum cœlestium,* p. 156.

([2]) *Ibid.,* p. 191.

([3]) Voir *Bulletin,* t. III, p. 200, et l'*art. actuel,* p. 296.

Le but de ce Mémoire est de donner à la jeunesse russe une idée des porismes d'Euclide, tels qu'ils ont été rétablis par M. Chasles. L'auteur démontre cinquante-sept de ces porismes à l'aide du théorème de Ménélaüs relatif à une transversale coupant les côtés d'un triangle ([1]).

A. P.