BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 6 (1874), p. 166-214

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1874__6__166_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN ([1]).

T. LXXIX; n^os 1873-86; 1871-72.

D'ARREST. — *Sur la position de la raie* D_3 *dans le spectre des protubérances.*

Désignons par H_α, H_β, H_γ, H_δ les quatre raies de l'hydrogène; on sait que les protubérances donnent toujours H_α et H_β avec une certaine raie D_3 d'origine inconnue; quant à H_γ et H_δ, elles n'apparaissent que très-exceptionnellement. Bien que D_3 n'appartienne pas au système des raies de l'hydrogène, M. d'Arrest pense qu'elle a avec elle quelque rapport de parenté. Or le tableau des nombres de vibrations donne à première vue l'équation très-simple

$$D_3 - H_\alpha = \frac{1}{3}(H_\beta - H_\alpha).$$

D'ailleurs, ce même tableau donne encore

$$\log H_\gamma - \log H_\delta = \frac{1}{3}(\log H_\beta - \log H_\delta),$$

de sorte que l'on arrive à ce résultat très-singulier, qu'il existe entre les nombres de vibrations de D_3, H_α et H_β la même relation numérique qu'entre les logarithmes de ces mêmes nombres pour H_γ, H_δ et H_β.

Il semble exister des relations de même nature entre les raies brillantes auxquelles se réduisent respectivement certaines nébuleuses.

([1]) Voir *Bulletin*, t. I, p. 87.

PETERS (C.-H.-F.). — *Éphéméride pour l'opposition de Ianthe* (98) *en* 1872. (Angl.)

LORENZONI (G.). — *Sur les raies spectrales f et h de la chromosphère.* (Ital.)

On a vu (*Bulletin*, t. V, p. 182) que M. Lorenzoni, en plaçant convenablement la fente du spectroscope, avait réussi à apercevoir nettement, en outre des cinq raies dont nous venons de parler, la raie *f* (4484 Ä) qu'il considère comme nouvelle. M. d'Arrest a fait remarquer ensuite que cette raie avait déjà été aperçue dans deux ou trois circonstances particulières. M. Lorenzoni répond que les dispositions de son appareil lui permettent de la voir *constamment* en plein soleil et sur tous les points du disque. Elle est surtout visible dans une zone comprise entre 25 et 155 degrés de distance polaire boréale héliographique. Elle s'affaiblit près des pôles, ce qui pourrait bien tenir à une moindre intensité dans la température de la chromosphère : de même, pour la raie *h* ou H_δ.

BRUHNS (C.). — *Éphéméride de Bellone, pour l'opposition de* 1871-1872.

BECKER (E.). — *Éléments et éphéméride de Béatrix, pour l'opposition de* 1872.

OPPOLZER (Th. v.). — *Égine* (91) *retrouvée.*

TALMAGE (C.-G.). — *Observation de l'occultation de Vesta, le* 30 *décembre* 1871. (Angl.)

La planète brillait d'un éclat surprenant, jusque sur le limbe de la Lune, auquel elle a semblé rester suspendue, pendant près de deux secondes.

PALISA (J.). — *Observations faites à Genève : Thisbé; comète d'Encke.*

GRÜTZMACHER (A.). — *Éléments et éphéméride de la planète* (115).

SCHMIDT (J.-F.-J.). — *Observations faites à Athènes : Comète d'Encke,* 1871.

Cette comète a été observée simultanément au chercheur et au réfracteur, pendant toute la durée de son apparition. Elle a à peu près constamment présenté la forme d'une nébulosité arrondie.

Pour mesurer son diamètre au chercheur, M. Schmidt le comparait, à l'aide des cartes de Bonn, à la distance des composantes de tel ou tel couple d'étoiles bien connues situées dans le champ de l'instrument. Par suite de l'indécision des contours, ces mesures sont assez différentes de celles qui ont été prises au réfracteur; mais les deux séries de mesures s'accordent à montrer que, comme dans les apparitions précédentes, le diamètre réel de la comète allait *en diminuant,* à mesure qu'elle se rapprochait du périhélie.

La circonstance la plus remarquable de cette apparition, c'est que, le 2 décembre, tandis que le noyau prenait un éclat plus vif, il s'est formé, du côté du Soleil, une expansion lumineuse en forme de croissant ou de *halo*. Cette apparence, qui se manifeste souvent dans les grandes comètes, ne s'était jamais présentée dans la comète d'Encke : elle semble du reste avoir disparu dès le lendemain.

D'Arrest. — *Sur une équation qui existe dans le système des satellites d'Uranus.*

Lorsque les deux satellites *intérieurs* sont en conjonction, les deux satellites *extérieurs* ne peuvent être eux-mêmes en conjonction qu'à une longitude unique et déterminée, de sorte que c'est à *cette longitude seulement* que peut avoir lieu la conjonction des quatre satellites.

Cette équation, qui correspond à la libration des satellites de Jupiter, est une conséquence d'une relation non remarquée jusqu'ici entre les durées des révolutions synodiques des satellites d'Uranus, relation tellement approchée qu'elle donne à moins de $\frac{1}{13000}$ près le temps que M. Lassell assigne dans ses dernières déterminations à la révolution synodique du premier satellite. Les perturbations considérables dont M. Adams a constaté l'existence dans le monde d'Uranus, dépendent sans doute en grande partie de cette équation.

Powalky (C.). — *Détermination de la parallaxe du Soleil par la comparaison des masses du Soleil et de la Terre.*

La valeur numérique que donnent les méthodes astronomiques pour le rapport des masses de la Terre et du Soleil dépendent de celle que l'on attribue à la parallaxe, et réciproquement; d'autre part, ce rapport entre dans l'expression de certaines perturbations : ces dernières peuvent donc à leur tour servir à faire connaître ou à rectifier la parallaxe.

Or, si l'on ajoute à la longitude du nœud ascendant de Vénus, lors du passage de 1761, la variation séculaire théorique de cette longitude pour 88$^{\text{ans}}$,56, on trouve pour la longitude du nœud en 1850 un nombre qui diffère de 34″ de celui que l'on peut déduire de l'observation directe. On peut d'ailleurs conclure de la théorie de Vénus, donnée par M. Le Verrier dans le tome VI des *Annales de l'Observatoire de Paris*, que cette différence provient à peu près en entier d'une erreur commise dans la masse de la Terre considérée comme correspondant à la parallaxe 8″,57. En partant de ces données, M. Powalky montre que cette parallaxe doit être évaluée à 8″,77. Ce nombre se rapproche fort, comme on voit, de la parallaxe la plus probable, 8″,86.

Peters (C.-H.-F.). — *Corrections de l'orbite de Ianthe* (98).

Hind (J.-R.). — *Éléments de Camille* (107). (Angl.)

Leeson Prince (C.). — *Lettre au rédacteur.* (Angl.)

L'auteur rappelle qu'il a signalé la lumière cendrée de Vénus en septembre 1863 ([1]).

Adolph (C.). — *Correction de l'éphéméride de Mnémosyne.* (Angl.)

Secchi (le P.). — *Lettre au rédacteur.* (Fr.)

L'Auteur donne le résumé de ses observations sur les protubérances, du 23 avril au 31 octobre 1871. Le nombre et la hauteur des protubérances croissent avec l'activité solaire manifestée d'ailleurs par la fréquence des taches et des facules; trois cent soixante-dix protubérances sur quatre cent soixante et onze se sont montrées inclinées de l'équateur au pôle, ce qui confirme la loi de circulation précédemment énoncée par l'auteur lui-même et par M. Spörer. Les éruptions proprement dites sont d'une durée très-courte; quelquefois, en moins d'une heure, tout est fini. La plus grande hauteur à laquelle la matière soit parvenue a été de 4′32″; mais c'est l'hydrogène et la matière de la raie D_3 qui atteignent à cette élévation. Les vapeurs des autres métaux n'arrivent qu'à des hauteurs relativement très-faibles.

Bruhns (C.). — *Observations de planètes et de comètes.*

([1]) Voir *Bulletin*, t. V, p. 179.

Winnecke (A.). — *Observations de quelques minima de* U *de la Couronne en* 1871, *et éphémérides pour* 1872.

Strasser (G.). — *Suite des observations méridiennes des planètes en* 1870, *à l'Observatoire de Kremsmünster.*

Gericke (H.). — *Observations au cercle.* (Leipzig.)

Stephan et Borrelly. — *Observations de Lomia* (117).

Stephan. — *Observations de nébuleuses.*

Tietjen (F.). — *Observations et éphéméride d'Iphigénie; éphéméride de Sémélé.*

Galle (J.-G.). — *Sur l'aurore boréale du* 4 *février* 1872, *et sur une méthode propre à déterminer la hauteur des rayons lumineux.* (Breslau.)

On sait que les rayons de l'aurore boréale sont en chaque lieu *sensiblement* parallèles à l'axe de l'aiguille aimantée librement suspendue. Il en résulte, par un effet de perspective, que ces rayons semblent diverger des points où le prolongement de cet axe viendrait percer la voûte céleste. Lorsque l'aurore est très-intense, celui de ces points qui est situé dans l'hémisphère sud, et que l'on appelle quelquefois le *zénith magnétique,* se trouve ainsi le centre d'une couronne lumineuse.

Cette couronne était très-brillante dans l'aurore du 4 février 1872, qui a été visible de presque tous les points du globe. Or MM. Galle et Reimann ont fait à Breslau une remarque importante : c'est que le centre de la couronne se trouvait à quelques degrés *au-dessous* du zénith magnétique et que le point de convergence des rayons très-éloignés était situé *encore plus au sud.* Pareille observation avait déjà été faite par M. Reimann sur l'aurore boréale du 25 octobre 1870. Ce n'est pas là, d'après M. Galle, une discordance accidentelle : elle tient à un important phénomène de parallaxe qui permet de déterminer la hauteur de la région de l'atmosphère où se montrent les rayons lumineux.

On peut admettre en effet que chacun de ces rayons est parallèle à la direction que prend l'aiguille aimantée *au lieu du globe qui voit à son zénith le milieu du rayon.* Il en résulte évidemment que, d'une station donnée O, on doit apercevoir le centre de la couronne dans une direction parallèle à celle de l'aiguille du point

O' situé verticalement au-dessous de la région atmosphérique où se trouvent les rayons qui donnent lieu à cette apparence; par suite, le centre lumineux doit apparaître au sud du zénith magnétique.

En outre, soit v l'angle formé par les rayons menés du centre de la Terre aux points O et O', qu'onpeut supposer, pour plus de simplicité, pris sur le même méridien magnétique.

Soient aussi :

z la hauteur verticale de la région atmosphérique où se forme la couronne;
h l'inclinaison de la droite menée du point O au centre de cette couronne;
u l'angle de cette droite avec la direction de l'aiguille aimantée au point O;
r le rayon terrestre.

On trouve très-facilement la formule approchée

$$z = rv \operatorname{tang} h.$$

D'ailleurs les cartes de Lamont donnent, pour l'Europe moyenne,

$$v = \frac{5}{9} u,$$

d'où

$$z = \frac{5}{9} ru \operatorname{tang} h.$$

Une formule analogue donne la hauteur des rayons éloignés du centre, mais situés dans le méridien magnétique; le calcul est un peu plus compliqué pour les rayons situés hors de ce méridien.

Cette méthode, appliquée aux observations de l'aurore de février 1872, donne 56 milles géographiques (415 kilomètres pour la hauteur de la couronne, et 60 milles (442 kilomètres) pour celle des rayons éloignés. On trouve une hauteur plus grande encore (530 kilomètres) pour l'aurore boréale du 25 octobre 1870.

Appendice au Mémoire précédent. — Dans cet Appendice, M. Galle applique sa méthode aux observations faites dans quelques stations de l'Allemagne du Nord et de la Hollande. Partout, malgré des variations considérables, le zénith magnétique s'est constamment tenu, pendant l'aurore, à quelques degrés *au nord* du centre de la couronne. Voici les résultats auxquels conduisent les moyennes des observations :

Stations	Hauteur de l'aurore boréale.
Münster....................	258 kilomètres
Deventer..................	354 »
Groningue.................	304 »
Dantzig....................	422 »

La concordance entre ces résultats et les précédents est assez marquée pour donner une grande probabilité à l'hypothèse fondamentale adoptée par l'auteur. Remarquons toutefois que cette théorie assignerait à l'atmosphère une hauteur bien supérieure à celle que paraissent indiquer les observations faites sur le crépuscule et sur l'incandescence des étoiles filantes. Ajoutons aussi que les grandes oscillations de l'aiguille aimantée et la difficulté que présente la détermination exacte de la position du centre de la couronne laissent à la question quelque incertitude. Les observateurs futurs devront s'attacher à déterminer aussi exactement que possible les intersections mutuelles d'un petit nombre de raies bien définies. Il faudra aussi obtenir astronomiquement la position des extrémités de ces raies, ce qui donne à la fois leur point de milieu et leur longueur absolue. On connaîtra ainsi l'épaisseur de la couche atmosphérique dans laquelle se passent les phénomènes lumineux des aurores boréales.

Engelmann (R.). — *Observations méridiennes.* (Leipzig).

Peters (C.-H.-F.). — *Observations de Sirona* (116). (Angl.)

Oppolzer (Th. v.). — *Éphéméride d'Égine* (91).

Rümker (G.). — *Observations à l'équatorial.* (Hambourg).

Ces observations se rapportent aux planètes Amalthée, Sirona, Lomia, Mnémosyne, ainsi qu'aux comètes I et II, 1871, et à la comète d'Encke. Cette dernière présentait, pendant tout le mois de novembre, une chevelure en forme d'éventail; du 4 au 6 décembre, l'observateur a cru voir une ou même deux queues très-courtes se dirigeant d'abord vers le Soleil et repoussées ensuite en arrière. (*Voir* plus haut les observations de M. Schmidt.)

Schmidt (J.-F.-J.). — *Observations de taches solaires.*

Hall (A.). — *Observations à l'équatorial* (Washington). (16 col., angl.)

Schmidt (J.-F.-J.). — *Observations d'étoiles variables.*

Möller (Axel). — *Correction des éléments de la comète de Faye.* (Lund.)

En comparant les observations à la théorie, l'auteur est conduit à modifier très-légèrement les éléments de la comète. Il y aurait aussi un très-petit changement à faire à la masse de Jupiter. Au lieu de la valeur adoptée par Bessel

$$m' = \frac{1}{1047,879 \pm 0,235},$$

il vaudrait mieux prendre

$$m' = \frac{1}{1047,788 \pm 0,275}.$$

On voit, au reste, que chacune des valeurs moyennes est comprise dans les limites extrêmes de l'autre.

Oppenheim (H.). — *Détermination de l'orbite de Lydia* (110) *par les observations faites pendant sa première opposition.*

Tietjen (F.). — 1° *Observations d'Até.* 2° *Éléments d'Iphigénie.*

Valentiner (W.) et Becker (E.). — *Observations de planètes et d'étoiles de comparaison au cercle méridien de Leyde.*

Galle. — *Observations télescopiques d'étoiles filantes composées de plusieurs fragments.*

Lorsqu'une étoile filante passe dans le champ du télescope, elle se présente en général comme composée de deux ou plusieurs fragments lumineux séparés par des intervalles obscurs. (Observations de MM. Haidinger, Schmidt, Reimann, etc.). D'après M. Galle, les bruits successifs que l'on entend, lors de la chute d'un aérolithe, tiennent à ce que ce corps se morcelle plusieurs fois avant son explosion définitive, laquelle n'a lieu qu'au moment où, la vitesse planétaire étant à peu près détruite par la résistance de l'air, l'action de la pesanteur devient prépondérante. Reste à savoir si la subdivision existait déjà en partie avant la rencontre de l'aérolithe et de la

Terre, ou si elle ne commence qu'au moment où ce corps pénètre dans l'atmosphère.

Luther (R.). — *Observations faites à Düsseldorf : découverte d'une nouvelle planète* (118).

Kaiser (F.). — *Observations au 6 pouces de Leyde.*

Lippig (H.). — *Observations de taches solaires.*

Holetschek. — *Éléments et éphéméride d'Até* (111).

Pechüle, Tietjen, Bruhns, Möller. — *Observations de Peitho* (118).

Leppig, Börgen, Peters (C.-F.-W.). — *Occultations d'étoiles par la Lune.*

Paschen. — *Sur l'emploi de la photographie pour l'observation du passage de Vénus.* (34 col.)

Dans des Mémoires précédents, M. Paschen avait donné un exposé sommaire de la méthode qu'il propose, et répondu à quelques objections. (Voir *Bulletin*, t. V, p. 178). Aujourd'hui cet astronome développe minutieusement tous les détails de cette méthode et des expériences préliminaires qu'il a faites pour s'assurer de son exactitude. L'importance de cette communication, qui servira de règle à presque tous les astronomes allemands, lors du passage de Vénus, nous engage à en donner une analyse étendue.

On sait que M. Paschen place au foyer de l'objectif un verre quadrillé qui doit être photographié en même temps que l'image du Soleil. Il compte éviter ainsi les erreurs qui pourraient provenir de la déformation de cette image, mais la méthode exige quelques précautions.

Quatre conditions sont indispensables :

1° Le grossissement doit être assez fort, et donner une image bien délimitée. Un diamètre de 4 pouces est suffisant, et la délimitation est suffisante aussi, si l'erreur ne dépasse pas $0^{mm},01$, ce qui correspond à un angle de $0'',16$. L'exactitude qui en résulte est comparable à celle que pourraient donner des mesures directes prises à l'héliomètre de Königsberg.

2° L'image doit être orientée par rapport à la verticale, ou mieux encore par rapport à l'axe terrestre.

3° Les erreurs qui pourraient provenir du retrait du collodion doivent être éliminées par l'appareil lui-même.

4° Comme il n'est pas certain que l'image chimique et l'image optique du Soleil aient absolument même diamètre, pour qu'il soit possible de déduire les distances angulaires des centres de Vénus et du Soleil de mesures prises sur l'épreuve photographique, il faut que l'appareil donne le moyen d'évaluer avec la plus grande exactitude la valeur d'angle qui correspond au diamètre de cette épreuve.

L'appareil se compose d'un objectif de Steinheil, qui donne une image focale de 19,2 millimètres de diamètre, et d'un oculaire spécial qui grossit six fois cette image sur le négatif. Bien que la distance entre le foyer optique et le foyer chimique de l'oculaire ne soit pas négligeable, on peut y remédier par un déplacement convenable du châssis; mais, pour l'objectif, il est indispensable que cette différence soit à peu près nulle, puisque le réseau qui est au foyer optique doit être photographié en même temps que l'image du Soleil. En outre, il a fallu, par suite de cette dernière circonstance, disposer au point de vue de l'oculaire une fenêtre de 10 millimètres d'ouverture. Cette fenêtre est nécessaire, parce que, chaque région du plan focal recevant ainsi son grossissement d'une partie déterminée de l'oculaire, les erreurs accidentelles, s'il y en a, portent à la fois sur le réticule et sur le verre quadrillé.

Le travail préparatoire de M. Paschen consistait surtout à éprouver l'oculaire de son appareil. Pour cela, il a tracé sur verre, à l'aide de la machine à diviser de Repsold, un double réseau de lignes parallèles qui se coupent orthogonalement; il en a obtenu l'image photographique à l'aide de son oculaire, et il a pris ensuite minutieusement des mesures comparatives sur le réticule et sur l'épreuve.

Les mesures prises sur le réticule ont montré que les traits étaient parfaitement droits et parallèles. Les angles correspondant aux intervalles entre deux traits voisins ont été déterminés comme pour les fils de l'instrument des passages.

Quant à l'image, elle est légèrement déformée par l'oculaire; les distances des lignes photographiées à la ligne centrale ne sont pas absolument proportionnelles aux distances correspondantes comptées sur le réticule; d'où il suit que les lignes de l'épreuve ne sont pas rigoureusement droites. On trouve, en outre, que le grossissement augmente sur les bords, et qu'il n'est pas symétrique par rapport au centre, lorsque le prolongement de l'axe optique de l'oculaire ne passe pas par le centre du réticule. Voici comment M. Paschen remédie à ces inconvénients.

A l'aide d'une série empirique, il exprime les longueurs R comptées sur l'épreuve en fonction des longueurs r comptées sur le verre divisé. Dès lors, pour avoir la position d'un point sur le disque solaire, il suffit de prendre les distances aux côtés du carré qui le renferme, et *une seule* interpolation donne sa distance au centre, exprimée en secondes. Ce procédé est évidemment exact, du moment que les déformations photographiques portent à la fois sur le verre et sur l'image solaire.

On obtient ainsi les coordonnées du centre du Soleil et celles du centre de Vénus; on les corrige de la réfraction, et l'on a alors toutes les données nécessaires pour la recherche de la parallaxe, pourvu que les traits du verre soient orientés par rapport à la verticale ou par rapport à l'axe du monde.

Cette orientation n'offre aucune difficulté, si l'on emploie la monture inventée par Hansen, monture qui permet à la lunette de se mouvoir autour de deux axes, l'un horizontal, l'autre vertical, tandis que le pied porte en outre un troisième axe parallèle à l'axe du monde. Si, dans un tel appareil, on dispose la plaque de verre de manière que l'une des séries de traits soit rigoureusement perpendiculaire, ou mieux encore, parallèle à l'axe horizontal, la photographie donne immédiatement la *différence de hauteur* des centres des deux astres, ce qui suffit, puisque la parallaxe ne produit de déplacement que dans le sens de la verticale. Un simple pied parallactique exigerait non-seulement un plus grand nombre de mesures, mais encore la détermination rigoureuse de l'angle formé par les deux séries de traits.

Reste le retrait du collodion. Les expériences de M. Paschen montrent que ce retrait est incontestable, mais qu'il est à peu près uniforme. Peu importe, d'ailleurs, à moins qu'il ne se produise des fissures, puisque l'image du Soleil et la plaque de verre sont photographiées simultanément.

D'Arrest. — *Observations spectroscopiques de deux nébuleuses.*

On sait que le spectre des nébuleuses gazeuses se réduit, en général, à trois raies qu'on peut désigner par les notations (1), (2), (3). M. d'Arrest a déterminé le spectre de la belle nébuleuse planétaire H.IV.45, si souvent observée et dessinée par Herschel, lord Rosse, Lassell, etc. Ce spectre se réduit presque absolument à la raie (1), raie de l'azote. On aperçoit des traces des raies (2) et (3). Le noyau donne un spectre continu presque insensible.

La nébuleuse H.IV.37 donne les trois raies : la première est la plus brillante; les raies (2) et (3) paraissent l'emporter alternativement l'une sur l'autre.

La parallaxe de cette dernière nébuleuse est insensible.

TEBBUTT (J.). — *Observation de l'éclipse partielle de Soleil du 12 décembre 1871, à Paramatta.*

PETERS (C.-H.-F.). — *Sur l'orbite de Miriam* (102). *Éphéméride pour l'opposition de 1872.*

L'auteur rectifie les éléments de cette planète qui ne représentaient plus les observations, soit à cause d'une erreur de réduction, soit par suite d'une confusion commise précédemment entre la planète et quelque petite étoile.

OPPOLZER (V.), BRUHNS, PECHÜLE. — *Observations et éphéméride de Peitho* (118).

BORRELLY. — 1° *Observations de Peitho* (118) *et d'Égine;* 2° *nébuleuses nouvelles;* 3° *étoile variable.* (Fr.)

Cette étoile varie de la 8^e à la 10^e grandeur. Ultérieurement, M. Luther annonce qu'il l'avait marquée sur ses cartes, d'abord comme de 9^e grandeur, ensuite de 9^e-10^e.

HENRY (Paul). — *Découverte d'une nouvelle planète* (119). (Fr.)

BRUHNS. — *Observation de cette même planète.*

BORRELLY. — *Découverte d'une nouvelle planète* (120). (Fr.)

DEMBOWSKI. — *Observation d'étoiles doubles* (Fr.)

(*A suivre.*) G. L.

NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES, rédigées par MM. GERONO et Ch. BRISSE.

2e Série, t. XI; 1872 [1].

HERMITE (Ch.). — *Sur l'équation $x^3 + y^3 = z^3 + u^3$.*

On doit à Euler les formules qui vérifient identiquement cette équation, et Binet, dans une *Note sur une question relative à la théorie des nombres* (*Comptes rendus*, t. XII, p. 248), a observé qu'on pouvait réduire ces formules aux expressions plus simples

$$\begin{aligned} x &= (a^2+3b^2)^2 - a + 3b, \\ y &= -(a^2+3b^2)^2 + a + 3b, \\ z &= (a^2+3b^2)(a+3b)+1, \\ u &= -(a^2+3b^2)(a-3b)-1. \end{aligned}$$

M. Hermite établit ces résultats en s'appuyant sur la propriété générale des surfaces du troisième ordre, consistant en ce que leurs points se déterminent individuellement. A cet effet, il considère l'équation

$$x^3 + y^3 = z^3 + 1$$

comme représentant une surface du troisième ordre. Une droite variable, qui s'appuiera sur deux droites fixes de cette surface, la coupera en un troisième point variable, dont les coordonnées s'expriment rationnellement. On retrouve ainsi les formules de Binet.

JOACHIMSTHAL. — *Sur le nombre des normales réelles que l'on peut mener d'un point donné à un ellipsoïde.* (2 art., 12 p.)

Suite de la traduction d'un Mémoire inséré dans le *Journal de Crelle.*

LAGUERRE. — *Mémoire sur l'emploi des imaginaires dans la Géométrie de l'espace.* (8 p.)

Étant donné un point imaginaire de l'espace, l'auteur considère le cône ayant ce point pour sommet et pour base le cercle à l'infini.

---

(1) Voir *Bulletin*, t. II, p. 75.

Nous avons dû, par suite des limites qui nous sont imposées, supprimer les énoncés de courts articles ou de questions résolues qui se trouvent en grand nombre dans ce Recueil.

Ce cône admet un cercle réel A, qui peut servir à représenter le point imaginaire. Comme par un cercle A et par le cercle de l'infini on peut faire passer deux cônes, le cercle A correspond à deux points imaginaires conjugués l'un de l'autre. Pour distinguer ces deux points, on convient de considérer le cercle comme décrit dans un certain sens par le point mobile; le sens dans lequel il sera supposé décrit déterminera celui des deux points dont il sera la représentation.

Il y a dans ce mode de représentation une question à se poser : Comment se distribuent tous les cercles qui représentent tous les points d'une courbe plane ou gauche? L'auteur étudie, dans cet article et dans les suivants, la solution de cette question pour les courbes gauches qui sont l'intersection d'une sphère et d'une surface du second degré.

KOEHLER. — *Mémoire sur la théorie géométrique des courbes du troisième ordre.* (13 p.)

L'auteur développe une théorie de ces courbes, en prenant pour base la méthode donnée par M. Chasles pour construire une cubique déterminée par neuf points.

HILAIRE (A.). — *Note sur le lieu du point de contact de deux cercles mobiles qui doivent être tangents chacun à deux cercles fixes.*

HUNYADY (DE). — *Étant donnée la fonction*

$$y = A_1 \cos x + A_2 \cos 2x + \ldots + A_n \cos nx,$$

déterminer les coefficients $A_1, \ldots, A_n$, *de manière que, pour* $x = \frac{k\pi}{2n+1}$, y *prenne la valeur* y_k; $y_1, y_2, \ldots, y_k, \ldots, y_n$ *étant des quantités données.*

PAINVIN (L.). — *Étude d'un complexe du second ordre.* (6 art., ensemble 70 p.)

La question que se propose l'auteur est la suivante : on donne un ellipsoïde; étudier la position des droites par lesquelles on peut mener à cet ellipsoïde des plans tangents rectangulaires.

Ces droites forment un de ces assemblages auxquels les géomètres ont, après Plücker, donné le nom de *complexes*. Le complexe particulier étudié ici est du second ordre; il présente les rapports les plus intimes soit avec les surfaces homofocales, soit avec les surfaces des ondes. L'auteur a toujours eu soin de démontrer directement, sans recourir à la théorie générale des complexes, toutes les propositions sur lesquelles il s'appuie, de telle manière que l'étude qu'il a faite se suffit à elle-même. Quant à l'énoncé de quelques résultats, voir (*Bulletin*, t. II, p. 72) un résumé du travail de l'auteur.

Laguerre. — *Sur les formules fondamentales de la théorie des surfaces.* (6 p.)

L'auteur se propose de donner une démonstration nouvelle des formules de la théorie des surfaces dues à MM. Bonnet, Bour, Codazzi. A cet effet, il part des formules plus générales, relatives au déplacement d'un corps solide quelconque, qui ont déjà été employées par quelques auteurs, et notamment par M. A. Picart (*Nouvelles Annales*, 2e série, t. VI).

Koehler. — *Mémoire sur la théorie géométrique des courbes du troisième ordre.* (11 p.)

Suite de l'article déjà signalé. L'auteur donne le théorème de Carnot, celui de Cotes; il étudie les polaires coniques, et construit les tangentes issues d'un point de la cubique.

Le Besgue (V.-A.). — *Question de théorie des nombres. Si l'équation* $x^2 = y^4 + ay^2z^2 + bz^4$ *est résolue par*

$$r^2 = t^4 + at^2u^2 + bu^4,$$

elle le sera aussi par

$$x = r^4 - (a^2 - 4b)t^4u^4, \quad y = t^4 - bu^4, \quad z = 2rtu.$$

Laguerre. — *Mémoire sur l'emploi des imaginaires dans la Géométrie de l'espace.* (2e art., 10 p.)

Mansion (P.). — *Sur la méthode de Brisson, pour intégrer les équations différentielles à coefficients constants.*

La méthode que signale M. Mansion, et qui est très-ingénieuse, est fondée sur l'emploi des facteurs symboliques. Cauchy en a fait remarquer la fécondité (*Exercices de Mathématiques*, t. II, p. 175).

Elle consiste à décomposer l'expression

$$\left(\frac{d^n}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} \frac{d}{dx} + a_n\right) y$$

en facteurs

$$\left(\frac{d}{dx} + \alpha\right) \left(\frac{d}{dx} + \beta\right) \cdots \left(\frac{d}{dx} + \lambda\right) y.$$

On sait que les géomètres anglais emploient fréquemment des décompositions symboliques de ce genre. On les utilise même dans la théorie des équations aux dérivées partielles à coefficients constants.

KOEHLER. — *Mémoire sur la théorie géométrique des courbes du troisième ordre.* (3^e art., 5 p.)

Courbe hessienne. — Faisceaux de cubiques passant par neuf points.

COMPAGNON. — *Note sur les éléments de Géométrie.*

HERMITE (Ch.). — *Sur l'intégration des fonctions rationnelles.*

M. Hermite se propose de montrer que le procédé élémentaire d'intégration des fractions rationnelles $\frac{F_1(x)}{F(x)}$ peut être présenté sous une forme telle, que la résolution de l'équation $F(x) = 0$ ne soit plus nécessaire pour le calcul de la partie algébrique de l'intégrale, mais seulement pour en obtenir la partie transcendante.

LAGUERRE. — *Sur les propriétés des sections coniques qui se rattachent à l'intégration de l'équation d'Euler.* (6 p.)

L'auteur parvient au théorème suivant :

Étant donnée l'équation

$$\frac{dx}{\sqrt{f(x)}} = \frac{dy}{\sqrt{f(y)}},$$

où $f(x)$ représente un polynôme du quatrième degré en x, si l'on décompose d'une manière arbitraire le polynôme $f(x)$ en deux facteurs du second degré, en posant

$$f(x) = \theta(x)\varphi(x),$$

l'intégrale générale de cette équation est

$$\frac{\sqrt{\theta(x)\varphi(y)} - \sqrt{\theta(y)\varphi(x)}}{x - y} = \mathrm{C},$$

C *désignant une constante arbitraire.*

Allégret. — *Remarques sur une famille de courbes planes.* (6 p.)

Compagnon. — *Démonstration du théorème fondamental relatif au pôle et à la polaire dans le cercle.*

Brocard (H.). — *Démonstration élémentaire des formules relatives à la sommation des piles de boulets.*

Resal (H.). — *Étude géométrique sur le mouvement d'une sphère pesante glissant sur un plan horizontal.* (10 p.)

« Il m'a paru intéressant, dit l'auteur, de chercher à arriver géométriquement aux curieuses propriétés, toutes géométriques d'ailleurs, du mouvement d'une bille qui glisse sur un plan horizontal, propriétés auxquelles Coriolis est arrivé par une belle analyse, peut-être un peu difficile à suivre, à cause du grand nombre de notations qu'elle comporte. »

Laguerre. — *Mémoire sur l'emploi des imaginaires en Géométrie de l'espace.* (3e art., 14 p.)

L'auteur étudie plus spécialement les normales aux surfaces anallagmatiques du quatrième ordre, au sujet desquelles il donne divers théorèmes.

Padova (E.). — *Démonstration de deux théorèmes de Géométrie.* (6 p.)

Gilbert (Ph.). — *Extrait d'une Lettre adressée à la Rédaction.* (9 p.)

Transon (A.). — *Simples Notes : 1° sur la limite des racines; 2° sur un théorème de Cauchy; 3° sur une question de Licence.* (6 p.)

Faure. — *Théorie des indices, par rapport à une courbe et à une surface du second degré.* (8 p.)

Voici la définition de l'indice : si, par un point m, on mène une transversale rencontrant aux points a, b une conique donnée, le rapport du produit $ma.mb$ au carré du demi-diamètre parallèle à la transversale est l'indice du point m par rapport à la conique.

L'indice d'une droite est égal à l'indice du point où cette droite est rencontrée par le diamètre conjugué à sa direction, divisé par le carré du demi-diamètre parallèle à la droite.

On a des définitions analogues pour les surfaces du second degré.

Compagnon. — *Note sur les éléments de Géométrie.* (10 p.)

Dewulf (E.). — *Des intersections des faisceaux de courbes et des faisceaux de leurs polaires inclinées.* (8 p.)

On sait que M. Dewulf a nommé *première polaire inclinée d'un point* P le lieu des points où toutes les droites issues de P rencontrent la courbe sous un angle constant, et *coefficient d'inclinaison* la tangente k de cet angle. L'auteur démontre plusieurs théorèmes importants relatifs à ces polaires.

Gerono. — *De la réalité des racines de l'équation du troisième degré en* S.

Moreau (C.). — *Sur les permutations circulaires distinctes.* (6 p.)

André (D.). — *Si l'on désigne par a, n deux nombres entiers quelconques supérieurs à l'unité, le quotient* $\frac{n(n+1)\ldots(na-1)}{a^n}$ *est fractionnaire si a est premier, entier si a n'est pas premier.*

Laguerre. — *Recherches analytiques sur la surface du troisième ordre, qui est la réciproque de la surface de Steiner.* (3 art., 30 p.)

L'auteur rattache la théorie de cette surface à celle des formes biquadratiques simultanées. Il en retrouve très-simplement les lignes asymptotiques, qui ont été, comme on sait, déterminées d'abord par Clebsch. Les articles suivants contiennent diverses propriétés de la surface.

Brocard (H.). — *Trouver l'équation de l'enveloppe de la droite qui joint les extrémités des deux aiguilles d'une montre ordinaire.*

Resal (H.). — *Méthode directe pour déterminer l'influence de la rotation de la Terre sur la chute des graves.*

Mister (J.). — *Sur l'hyperboloïde de révolution.*

Zolotareff. — *Nouvelle démonstration de la loi de réciprocité de Legendre.* (9 p.)

Dostor (G.). — *Surfaces de révolution du second degré.* (11 p.)

Faure. — *Théorie des indices par rapport à une courbe et une surface du second degré.* (2e art., 20 p.)

M. Faure donne différents théorèmes, dans lesquels interviennent les rapports anharmoniques. Un Chapitre spécial est consacré aux propriétés d'un système de deux, trois ou quatre points, droites et plans, conjugués à une surface du second ordre. La théorie des indices proposée par l'auteur paraît mériter d'être étudiée avec soin.

Maleyx. — *Séparation des racines des équations à une inconnue.* (14 p.)

Resal (H.). — *Interprétation géométrique de la trajectoire apparente d'un projectile dans le vide.* (6 p.)

Aronhold. — *Sur les vingt-huit tangentes doubles d'une courbe du quatrième degré.*

Article traduit de l'allemand, et extrait des *Monatsberichte der Berliner Akademie*, 1864.

Faure. — *Théorèmes de Géométrie.* (7 p.)

Zolotareff. — *Sur l'équation* $Y^2 - (-1)^{\frac{p-1}{2}} Z^2 = 4X$. (11 p.)

T. XII; 1873.

Transon (A.). — *Sur un nouveau mode de construction des coniques.* (16 p.)

Si, en chaque point d'une conique à centre, et sur une direction constamment inclinée du même angle sur la normale, on porte une longueur proportionnelle à la moyenne géométrique des deux rayons focaux relatifs à ce point, l'extrémité de cette longueur décrira une conique concentrique à la première et de même genre qu'elle.

Transon (A.). — *Sur un théorème de Dandelin.*

Laguerre. — *Recherches analytiques sur la surface du troisième ordre qui est la réciproque de la surface de Steiner.* (4e art., 17 p.)

Peaucellier. — *Note sur une question de géométrie du compas.* (7 p.)

L'auteur appelle *compas composé* un système quelconque de pièces rigides articulées à liaison complète, et il fait connaître les compas composés traçant les lignes les plus connues : la droite, le cercle, les coniques, les conchoïdes, la cissoïde. Il rappelle en même temps la solution rigoureuse qu'il a donnée, en 1867, du problème proposé par Watt, et dont le parallélogramme, qui porte le nom de ce célèbre ingénieur, ne donne que la solution approchée.

Resal. — *Sur la capillarité.* (5 p.)

Cet article est extrait du *Traité de Mécanique générale* en cours de publication, et dont le premier volume a déjà paru.

André (D.). — *Théorèmes sur les combinaisons.* (5 p.)

Saltel (L.). — *Théorèmes sur les coniques et sur les surfaces du second ordre.*

Bellavitis (G.). — *Exposition de la méthode des équipollences.* (7 art., 130 p.)

Mémoire publié, à Modène, en 1854 ; traduit de l'italien par M. Laisant.

M. Hoüel a déjà exposé d'une manière rapide (1) les principes de la méthode des équipollences, et, pour rendre compte de l'utilité et de l'intérêt du travail de M. Laisant, nous ne pouvons mieux faire que de reproduire les appréciations de notre collaborateur.

« Carnot, dans sa *Géométrie de position*, parle des avantages que retirerait la Géométrie de l'introduction d'un algorithme représentant à la fois la grandeur et la position des diverses parties d'une figure, de telle sorte que, sans avoir besoin de recourir à des considérations géométriques spéciales, on pût obtenir les résultats cherchés par l'application d'un calcul fondé sur un petit nombre de lois générales.

» Le désir de Carnot est complétement réalisé, depuis trente-cinq

---

(1) *Nouvelles Annales*, 2e série, t. VIII; 1869.

ans, par le *Calcul des équipollences*, dû au génie inventif de M. Bellavitis. Bien que cette méthode féconde ne soit pas encore connue dans notre pays, cependant les principes sur lesquels elle repose ont été établis pour la première fois en France, il y a plus de soixante ans, par Argand, et développés ensuite à diverses reprises par les travaux de Français, de Mourey, de Saint-Venant, de Cauchy. Nous pourrions encore citer, parmi les Ouvrages relatifs au même sujet, le *Calcul de situation* de Scheffler (Brunswick, 1851), le Mémoire de Siebeck, sur la *Représentation graphique des fonctions imaginaires* (*Journal de Borchardt*, t. 55, 1858), le *Calcul géométrique* de Dillner, etc., etc.

» La méthode des équipollences se distingue principalement par les avantages suivants :

» 1° L'abondance des théorèmes qui découlent d'un principe unique, toute propriété de points placés en ligne droite donnant immédiatement une propriété des points d'un plan, dès qu'on change les équations relatives aux premiers points en équipollences relatives aux seconds;

» 2° La facilité avec laquelle on parvient à la solution graphique des problèmes;

» 3° La théorie des courbes, débarrassée de tout système spécial de coordonnées, conduit à des formules plus simples et en même temps plus générales, qui expriment les propriétés et les affections des courbes, sans qu'il soit besoin de les rapporter à aucun système arbitraire;

» 4° Elle fournit le type réel des quantités imaginaires, par lequel sont pleinement justifiés les calculs de l'Algèbre, de la manière que Cauchy regardait comme la seule satisfaisante. »

Saint-Loup. — *Du rayon de courbure d'une courbe décrite par un point d'une figure mobile.* (13 p.)

Saint-Germain (A. de). — *Détermination des éléments infinitésimaux relatifs aux lignes à double courbure.* (3 art., 14 p.)

Dieu (Th.). — *Mouvement d'un point pesant et libre dans un fluide homogène en repos.* (15 p.)

L'auteur exprime la résistance du fluide par un binôme de la forme $Av + Bv^2$.

LAURENT (H.). — *Note sur un passage de la* Théorie analytique des probabilités.

RÉALIS (S.). — *Scolies pour un théorème d'Arithmétique*. (11 p.)

SABININE. — *Sur l'accélération normale à la trajectoire d'un point d'un système invariable mobile dans son mouvement le plus général.* (8 p.)

L'auteur signale une erreur matérielle commise par M. Resal, dans son important Mémoire sur les *Propriétés géométriques du mouvement le plus général d'un corps solide,* et il donne l'expression exacte de l'accélération normale.

DURRANDE (H.). — *Note sur l'application des déterminants à la théorie des moments des forces.*

WAILLE (J.). — *Sur la distance d'un point à une droite.*

CARON (J.). — *Note sur la détermination des asymptotes dans les intersections des surfaces du second degré.* (8 p.)

TRANSON (A.). — *Sur une propriété des asymptotes et sur cette locution : « Les points situés à l'infini sur un plan sont en ligne droite. »* (7 p.)

RUCHONNET (Ch.). — *Propriété caractéristique de la droite rectifiante.*

KORKINE (A.) et ZOLOTAREFF (G.). — *Sur un certain minimum.* (19 p.)

Soit

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n,$$

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ étant des constantes réelles. En désignant par $[A]$ la valeur absolue de la quantité réelle A, on propose de déterminer les coefficients $a_1, \ldots, a_n$ de $f(x)$, de sorte que l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} [f(x)]\, dx$$

ait la valeur minimum.

SAINT-GERMAIN (A. DE). — *Sur les points d'inflexion d'une courbe du troisième degré.*

Dostor (G.). — *Calcul du rayon de la sphère : 1° inscrite dans le tétraèdre, 2° circonscrite au tétraèdre.* (7 p.)

Rodet (L.). — *Démonstration élémentaire de la gravitation universelle.* (16 p.)

Mourgue. — *Expression de* $\sin ma$, $\cos ma$ *en fonction de* $\sin a$ *ou* $\cos a$ *seulement.* (10 p.)

Picart (A.). — *Expression de la différence d'ordre n d'une fonction, au moyen de la dérivée du même ordre de cette fonction.* (5 p.)

Catalan (E.). — *Sur l'intégration des différentielles rationnelles.*

Le Besgue (V.-A.). — *Sur les développements de* $\sin na$, $\cos na$, *suivant les puissances de* $2\cos a$, $2\sin a$. (7 p.)

Liguine (V.). — *Sur quelques propriétés du déplacement d'une figure plane dans son plan.* (14 p.)

Delègue. — *Nouvelle démonstration du parallélogramme des forces.* (6 p.)

André (D.). — *Théorème d'arithmologie.*

Les nombres A, B, α, β étant des entiers supérieurs à zéro, si la somme

$$A^\alpha + B^\beta$$

est un nombre premier, le plus grand commun diviseur des nombres α, β est l'unité ou une puissance de 2.

Resal (H.). — *Essai sur la détermination du frottement de l'air sur un projectile oblong.*

Saltel (L.). — *Application de la généralisation du principe de correspondance à la théorie de l'élimination.*

JOURNAL für die reine und angewandte Mathematik, herausgegeben von C.-W. Borchardt.

T. 76, Cahiers 3 et 4; 1873.

Fuchs (L.). — *Sur les relations qui ont lieu pour les intégrales, prises entre deux points singuliers, des solutions d'équations différentielles linéaires.* (37 p.)

On connaît le théorème sur le changement du paramètre et de l'argument pour la troisième espèce des transcendantes hyperelliptiques; c'est en généralisant, au moyen de ce théorème, l'équation de Legendre pour les modules de périodicité des intégrales elliptiques de première et de deuxième espèce que M. Weierstrass trouva un point de départ pour développer sa théorie des transcendantes supérieures. Cependant Abel a déjà signalé un résultat analogue dans la théorie des équations différentielles linéaires, et Jacobi a encore ajouté aux développements d'Abel et les a rendus plus succincts. Mais, du temps de Jacobi, le caractère des fonctions qui satisfont à des équations différentielles à coefficients rationnels avait été peu étudié; pour cette raison, il était impossible, comme le remarque Jacobi lui-même à la fin de son Mémoire, de donner une forme bien précise aux théorèmes développés.

Depuis environ dix ans M. Fuchs s'est consacré à l'étude de la nature de ces fonctions, et il est ainsi parvenu dans son nouveau Mémoire à préciser d'une manière suffisante les théorèmes d'Abel et de Jacobi. En même temps, il a su établir des relations entre les intégrales prises entre deux points singuliers des solutions des équations différentielles linéaires, relations analogues à celles qui ont été trouvées par Legendre pour les modules de périodicité des intégrales elliptiques, et par M. Weierstrass pour ceux des intégrales hyperelliptiques.

Pour plus de détails, il faut comparer :

Abel, Œuvres complètes, t. II, p. 54-65.

Jacobi, Journal de Crelle, t. 32 (Œuvres, t. I, p. 363).

Weierstrass, Programme du Gymnase de Braunsberg, 1848-49.

Fuchs, trois Mémoires, t. 66, 68, 75 du *Journal de Borchardt* (*Bulletin,* t. IV, p. 233).

Frobenius (G.). — *Sur l'intégration des équations différentielles linéaires au moyen des séries.* (23 p.)

M. Fuchs a déterminé, le premier, la forme des intégrales d'une équation différentielle linéaire, telle que

$$P(y) = p(x)x^{\lambda}y^{(\lambda)} + p_1(x)x^{\lambda-1}y^{(\lambda-1)} + \ldots + p_{\lambda}(x)y = 0,$$

où $p(x), p_1(x), \ldots, p_{\lambda}(x)$ sont des séries développées suivant les puissances ascendantes et positives de la variable x, et qui sont convergentes à l'intérieur d'un cercle décrit avec le rayon R autour de l'origine; où de plus $y^{(k)}$ signifie la $k^{\text{ième}}$ dérivée de y par rapport à x. Plus tard, M. Thomé s'est occupé de la même équation, en y appliquant une méthode qui fournit plus rapidement les résultats; actuellement M. Frobenius y parvient par une nouvelle voie directe. Posons

$$\begin{aligned} f(x,\rho) &= \rho(\rho-1)\ldots(\rho-\lambda+1)p(x) \\ &\quad + \rho(\rho-1)\ldots(\rho-\lambda+2)p_1(x)+\ldots+p_\lambda(x) = \sum f_r(\rho)\,x^r; \end{aligned}$$

soit $g(\rho)$ une fonction arbitraire de ρ, et calculons les fonctions $g_r(\rho)$ depuis $r=1$, à l'aide de la formule récurrente

$$\begin{aligned} g_r(\rho)f(\rho+r) &+ g_{r-1}(\rho)f_1(\rho+r-1)+\ldots \\ &+ g_1(\rho)f_{r-1}(\rho+1)+g(\rho)f(\rho)=0. \end{aligned}$$

Alors la série

$$g(x,\rho)=\sum_r g_r\,x^{\rho+r}$$

sera convergente à l'intérieur de la circonférence décrite avec le rayon R autour de l'origine, et satisfera à l'équation différentielle

$$P(y)=f(\rho)g(\rho)x^\rho.$$

Après cela, l'auteur répartit les racines de l'équation $f(\rho)=0$ en certains groupes, tels que chaque groupe réunit toutes les racines qui ne diffèrent que de nombres entiers. Soient $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_\mu$ les racines d'un groupe, rangées de manière que, si α est plus petit que β, $\rho_\alpha - \rho_\beta$ soit un nombre entier positif; soit ε non inférieur au maximum de deux racines d'un groupe quelconque; soit enfin

$$g(\rho)=f(\rho+1)f(\rho+2)\ldots f(\rho+\varepsilon)C(\rho),$$

où $C(\rho)$ est une fonction arbitraire de ρ. Alors, si l'on pose

$$g^{(k)}(x,\rho)=\frac{d^k g(x,\rho)}{d\rho^k},$$

l'intégrale de l'équation différentielle $P(y)=0$ appartenant à la racine ρ_k sera

$$g^{(k)}(x,\rho_k) = x^{\rho_k} \sum \Big[g_r^{(k)}(\rho_k) + k g_r^{(k-1)}(\rho_k)(\log x) + \frac{k(k-1)}{1.2} g_r^{(k-2)}(\rho_k)(\log x)^k + \ldots + g_r(\rho_k)(\log x)^r \Big] x^r.$$

Les λ intégrales correspondant aux racines de l'équation $f(\rho) = 0$ seront indépendantes les unes des autres.

Frobenius (G.). — *Sur la notion de l'irréductibilité appliquée à la théorie des équations différentielles linéaires.* (36 p.)

L'auteur appelle *irréductible* une équation différentielle linéaire dépourvue de second membre et dont les coefficients sont des fonctions d'une variable définies partout comme monodromes, lorsqu'elle n'a point d'intégrale commune avec une autre équation différentielle linéaire jouissant de la même propriété, mais étant d'un ordre moins élevé; s'il n'en est pas ainsi, il l'appelle *réductible*. Alors, si une équation différentielle linéaire a *une* intégrale commune avec une équation irréductible, elle les aura *toutes* communes avec elle; et si une équation différentielle linéaire est réductible, il existera une équation différentielle linéaire d'ordre inférieur avec laquelle elle aura toutes ses intégrales communes. Supposons maintenant qu'on connaisse les coefficients des relations linéaires qui servent à exprimer les intégrales des systèmes fondamentaux, correspondant aux points singuliers les unes par les autres. Pour ce cas, l'auteur développe la solution du problème de déterminer si une équation différentielle donnée est réductible. Lorsque l'équation différentielle linéaire $P(y) = 0$ a toutes ses intégrales communes avec l'équation différentielle linéaire $Q(y) = 0$, on pourra mettre $P(y)$ sous la forme $R[Q(y)]$, où $R(y)$ est une expression différentielle linéaire. Si les multiplicateurs intégrants des équations différentielles linéaires $Q(y) = 0, R(y) = 0$ satisfont aux équations différentielles linéaires $Q'(y) = 0$, $R'(y) = 0$, les multiplicateurs de l'équation différentielle linéaire $R[Q(y)] = 0$ satisferont à l'équation différentielle linéaire $Q'[R'(y)] = 0$. Ceci résulte aisément de ce que les multiplicateurs de l'équation différentielle linéaire

$$v_\lambda D_x v_{\lambda-1} D_x v_{\lambda-2} \ldots D_x v_1 D_x v_0 y = 0$$

($\nu_0, \nu_1, \ldots, \nu_\lambda$ étant des fonctions de x) satisfont à l'équation différentielle linéaire

$$\nu_0 D_x \nu_1 D_x \nu_2 \ldots D_x \nu_{\lambda-1} D_x \nu_\lambda y = 0.$$

Donc si une équation différentielle linéaire d'ordre λ a toutes ses intégrales communes avec un autre ordre μ, l'équation différentielle linéaire d'ordre λ à laquelle satisfont ses multiplicateurs aura toutes ses intégrales communes avec une autre équation d'ordre $\lambda - \mu$.

Enfin l'auteur démontre ce théorème :

Lorsque, de deux intégrales différentes d'une équation différentielle linéaire, l'une est une expression différentielle homogène et linéaire de l'autre, et à coefficients monodromes, l'équation différentielle sera réductible.

Heine (E.). — *Le potentiel d'un cercle homogène.* (2 p.)

Thomé (L.-W.). — *Contribution à la théorie des équations différentielles linéaires* (suite) (¹). (30 p.)

En poursuivant ses recherches (*Bulletin*, t. IV, p. 236), M. Thomé examine les relations qui ont lieu entre les deux équations différentielles

$$(1) \qquad \frac{d^m y}{dx^m} + p_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + p_m y = 0$$

et

$$(2) \qquad \frac{d^m M}{dx^m} - \frac{d^{m-1}. p_1 M}{dx^{m-1}} + \ldots + (-1)^m p_m M = 0,$$

dont l'une est l'équation différentielle du multiplicateur intégrant de l'autre. Il montre (1) que, si les coefficients p sont des fonctions continues quelconques de x, les intégrales prennent la forme

$$(3) \quad y_1 = \mu_1, \quad y_2 = \mu_1 \int \mu_1^{-1} \mu_2\, dx, \ldots, \quad y_m = \mu_1 \int dx\, \mu_1^{-1} \mu_2 \ldots \int \mu_{m-1}^{-1} \mu_m\, dx.$$

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} & M_1 = \mu_m^{-1}, \quad M_2 = \mu_m^{-1} \int \mu_m \mu_{m-1}^{-1}\, dx, \ldots, \\ & M_m = \mu_m^{-1} \int dx\, \mu_m \mu_{m-1}^{-1} \ldots \int \mu_2 \mu_1^{-1}\, dx. \end{aligned} \right.$$

(¹) *Voir* t. 74 et 75.

Les intégrales de l'une des équations différentielles résultent donc immédiatement des expressions de celles de l'autre, ce qui découle de la considération suivante : Si l'on réduit l'équation (1), à l'aide du facteur intégrant μ_m^{-1}, à

$$(5)\qquad \frac{d^{m-1}y}{dx^{m-1}} + p_1^{(1)}\frac{d^{m-2}y}{dx^{m-2}} + \ldots + p_{m-1}^{(1)}y = c_m\mu_m,$$

où c_m est constant, la substitution $M = \mu_m^{-1}\int \mu_m M^{(1)}\,dx$ réduira l'équation (2) à

$$(6)\qquad \frac{d^{m-1}M^{(1)}}{dx^{m-1}} - \frac{d^{m-2}p_1^{(1)}M^{(1)}}{dx^{m-2}} + \ldots + (-1)^{m-1}p_{m-1}^{(1)}M^{(1)} = 0.$$

Cette substitution, ayant été faite k fois au moyen des k intégrales $\mu_1, \ldots, \mu_k$, ramènera (1) à la forme

$$(7)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{d^{m-k}y}{dx^{m-k}} + p_1^{(k)}\frac{d^{m-k-1}y}{dx^{m-k-1}} + \ldots + p_{m-k}^{(k)}y \\ &\quad = c_{m-k+1}\mu_{m-k+1} + c_{m-k+2}\mu_{m-k+1}\int \mu_{m-k+1}^{-1}\mu_{m-k+2}\,dx + \ldots \\ &\qquad + c_m\mu_{-k+1}\int dx\,\mu_{m-k+1}^{-1}\mu_{m-k+2}\ldots\int \mu_{m-1}^{-1}\mu_m\,dx, \end{aligned}\right.$$

où les c sont constants, et (2) à la forme

$$(8)\qquad \frac{d^{m-k}M^{(k)}}{dx^{m-k}} - \frac{d^{m-k-1}p_1^{(k)}M^{(k)}}{dx^{m-k-1}} + \ldots + (-1)^{m-k}p_{m-k}^{(k)}M^{(k)} = 0.$$

Les quantités $M_1, M_2, \ldots, M_k$ satisfont à une équation différentielle d'ordre k

$$(9)\qquad \frac{d^k\varphi}{dx^k} - \frac{d^{k-1}.g_1\varphi}{dx^{k-1}} + \ldots + (-1)^k g_k\varphi = 0.$$

Après cela M. Thomé fait voir (2) que les $p_a^{(k)}$ sont des fonctions entières et rationnelles des p_a, des g_a et de leurs dérivées; ces $p_a^{(k)}$ sont donc indépendants du choix des intégrales de l'équation (9).

Pour ses recherches ultérieures, l'auteur suppose que les p_a et les g_a soient des fonctions de l'argument complexe x, monodromes dans le voisinage d'un point $x = a$, continues à l'exception de ce point, et qui deviennent infinies d'un ordre fini pour $x = a$. Dans cette hypothèse, il examine l'indice caractéristique (*Bulletin*, t. IV, p. 236) des équations différentielles précédentes, et montre (2) que, si les intégrales d'une équation différentielle d'ordre k (9) d'indice caractéristique h' satisfont à l'équation différentielle (2) d'indice caractéristique h, les intégrales d'une équation différentielle d'ordre $m - k$ et d'indice caractéristique $h - h'$ satisferont à l'équation différentielle (1), et réciproquement. En appliquant ces considérations à l'équation (1) pour en rechercher les intégrales *régulières* (*Bulletin*, t. IV, p. 236), on trouve que, si l'équation différentielle (1) d'indice caractéristique h possède $m - h$ intégrales linéairement indépendantes (autant qu'elle peut en avoir), l'équation (2) contiendra les intégrales d'une équation différentielle d'ordre h et d'indice caractéristique h, et réciproquement. Or pour reconnaître généralement si l'équation (2) contient les intégrales d'une équation différentielle d'ordre h et d'indice caractéristique h, l'auteur définit (5) les intégrales de l'équation (2) par ces expressions :

$$(10)\quad \begin{cases} \mathbf{M}_1 = \mu_m^{-1}, \quad \mathbf{M}_2 = \mu_m^{-1} \displaystyle\int \mu_m \mu_{m-1}^{-1}\, dx, \ldots, \\ \quad \mathbf{M}_k = \mu_m^{-1} \displaystyle\int dx\, \mu_m \mu_{m-1}^{-1} \ldots \int \mu_{m-k+2} \mu_{m-k+1}^{-1}\, dx, \end{cases}$$

où les dérivées $\dfrac{d \log \mu}{dx}$ sont monodromes dans le voisinage de $x = a$, et deviennent infinies d'un ordre fini pour $x = a$. La continuation de l'étude de ces intégrales fait encore voir que, si l'équation (2) possède h intégrales où $\dfrac{d \log \mu}{dx}$ devienne infini d'un ordre fini, mais supérieur à 1, elles satisferont à une équation d'ordre h et d'indice caractéristique h. C'est pourquoi l'auteur discute (6) la question de savoir si l'équation (2) possède des intégrales de la forme

$$e^{w} (x - a)^r \sum_0^\infty c_a (x - a)^a, \quad w = \sum_1^n c_{-a} (x - a)^{-a}.$$

En posant $\mathrm{M} = e^w \mathrm{N}$, l'équation différentielle en N contiendra la quantité $\dfrac{dw}{dx} = z$, et celle-ci doit être déterminée de manière que l'équation en N puisse avoir une intégrale de la forme

$$(x-a)^r \sum_0^\infty c_a (x-a)^a.$$

La détermination de z fait l'objet principal du numéro 6; après cela, la convergence du développement

$$(x-a)^r \sum_0^\infty c_a (x-a)^a$$

reste à examiner. Si l'on trouve h intégrales de l'équation (2) jouissant de la propriété définie ci-dessus, elles servent à résoudre l'équation (1) au moyen de la formule (7) dont le premier membre égalé à zéro donne les intégrales régulières. Alors on a aussi résolu l'équation (2), en vertu des relations (3) et (4).

Hermite (Ch.). — *Extrait d'une Lettre à M. Paul* Gordan. (9 p., fr.)

La Lettre se rapporte au système des polynômes entiers en x, U, V, W, tels que le développement de l'expression à trois termes $U \sin x + V \cos x + W$ commence par la plus haute puissance possible de la variable, ce qui forme une extension de la théorie des fractions continues algébriques.

Rosanes. — *Sur un principe d'adjonction des formes algébriques.* (19 p.)

En égalant à zéro l'expression

$$a_0 \alpha_n - \binom{n}{1} a_1 \alpha_{n-1} + \binom{n}{2} a_2 \alpha_{n-2} - \ldots + (-1)^n a_n \alpha_0,$$

où entrent les coefficients a et α de deux formes binaires de degré n, on établit une relation entre ces formes; l'auteur les appelle *conjuguées*. Dans le premier paragraphe, il considère des groupes conjugués, se bornant à des formes binaires. Après une généralisation du principe pour plusieurs variables, les §§ 2 et 3 développent une représentation de formes algébriques en sommes de puissances, représentation remarquable par la disposition géométrique distincte des droites qui servent de fondements aux formes linéaires. Dans le § 4, on fait l'application du problème aux courbes du troisième ordre; le théorème le plus général des représentations comme sommes de puissances est énoncé au § 5. Le sixième paragraphe, indépendant de la méthode des autres, déduit d'un nouveau principe une représentation de formes ternaires de degré n par $\frac{1}{2}n(n-1)$ puissances, que M. Reye avait déjà trouvée par l'application de considérations empruntées à la Mécanique.

Bachmann (P.). — *Recherches sur les formes quadratiques.* (11 p.).

M. Hermite, déterminant les substitutions qui transforment une forme quadratique en elle-même, ne montre pas comment on peut tirer ces substitutions immédiatement des relations de transformation et ne prouve pas qu'on les trouve réellement toutes. M. Bachmann complète la méthode de M. Hermite pour les formes ternaires.

Hermite (Ch.). — *Extrait d'une Lettre à M. Borchardt.* (3 p., fr.)

Weber (H.). — *Sur la théorie de la transformation des fonctions algébriques.* (4 p.) E. L.

ANNALES scientifiques de l'École Normale supérieure, publiées sous les auspices du Ministre de l'Instruction publique par un Comité de rédaction, composé de MM. les Maîtres de conférences de l'École.

2e Série, t. I; année 1872 (1).

Puiseux (V.). — *De l'équilibre et du mouvement des corps pesants, en ayant égard aux variations de direction et d'intensité de la pesanteur.* (26 p.)

Dans les questions relatives à l'équilibre et au mouvement des corps pesants à la surface de la Terre, on raisonne ordinairement comme si cette surface était immobile et que les actions de la pesanteur sur des molécules de masses égales fussent égales et parallèles entre elles. On admet aussi que la direction commune de ces actions reste constante relativement aux objets terrestres réputés immobiles.

(1) Nous n'analysons que les Mémoires consacrés aux Mathématiques.

En réalité, à prendre les choses à la rigueur, la pesanteur, à un instant déterminé, varie d'intensité et de direction quand on passe d'un point à un point voisin; en outre, les actions du Soleil et de la Lune sur un point de la surface de la Terre n'étant pas tout à fait égales et parallèles aux actions de ces astres sur le centre de notre globe, il en résulte, dans la grandeur et la direction de la pesanteur en chaque point, des changements continuels qui sont rendus manifestes par le phénomène des marées. M. Puiseux se propose d'examiner comment ces diverses circonstances modifient la théorie ordinaire de l'équilibre et du mouvement des corps pesants.

L'auteur commence par exprimer les composantes de l'attraction terrestre, en regardant la Terre comme un noyau solide recouvert d'une couche liquide, le noyau solide étant formé de couches sphériques, dans chacune desquelles la densité est constante, et supposant que la surface libre de la couche liquide soit celle d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe de rotation du globe.

Il évalue ensuite les composantes des forces provenant des actions de la Lune, et il montre que leur composition donne une force R variable avec le temps, mais qu'on peut considérer comme indépendante de la position du point matériel.

Cela posé, la connaissance de la force R, de l'attraction terrestre et des forces Φ qui agissent à la surface de la Terre permet d'écrire l'équation générale du mouvement des corps pesants. Cette équation contient des coefficients dont l'auteur, avant toute application, effectue le calcul numérique.

La première application est relative à l'angle que fait un fil à plomb avec la verticale du point de suspension. Il est clair qu'un fil à plomb se dirige suivant la verticale de son extrémité inférieure et non pas suivant celle de son extrémité supérieure. M. Puiseux trouve l'angle de ces deux verticales. Cet angle serait à Paris, pour un fil à plomb de 100 mètres, de $0'',017$.

L'auteur examine ensuite la forme d'un fil pesant homogène, suspendu par une de ses extrémités. Le fil doit être dans un plan passant par la méridienne, et faisant un angle très-petit avec le méridien. Sa forme serait celle d'une parabole.

La troisième application est relative à la chute dans le vide d'un point pesant, abandonné à lui-même sans vitesse initiale. Le Mémoire se termine par l'étude du mouvement d'un corps solide autour d'un axe fixe passant par son centre de gravité, et coïncidant avec la verticale moyenne de ce point. Un tel solide aurait deux ou quatre positions d'équilibre suivant sa forme.

Celle des conséquences qui paraît le plus susceptible d'une vérification expérimentale est relative à la déviation de la verticale, quand on s'élève à une certaine hauteur.

Wolf (C.). — *Description du sidérostat de L. Foucault.* (34 p.)

Resal (H.). — *Du mouvement d'un corps solide relié à un système matériel animé d'un mouvement relatif par rapport à ce corps.* (40 p.)

L'auteur se propose de faire ressortir l'influence sur le mouvement d'un corps solide (S) de l'inertie due au mouvement relatif d'un système (S), dont les points d'appui se trouvent sur le corps. Ce problème comprend comme cas particuliers l'étude des mouvements nuisibles d'une locomotive, celle de quelques appareils gyratoires, la recherche des moments par rapport aux axes principaux d'inertie de la Terre auxquels donnent lieu les oscillations de la mer et de l'atmosphère. L'auteur traite successivement :

1° Du mouvement de translation d'un corps solide, avec application à la stabilité des machines à vapeur;

2° Du mouvement de rotation des corps autour d'un point fixe.

M. Resal examine ensuite quelques cas particuliers dans lesquels la loi du mouvement relatif du système (S) est connue. Enfin il termine par l'étude du cas général où les éléments du mouvement relatif de (S) sont eux-mêmes des inconnues du problème.

Le Mémoire se termine par deux Notes : l'une consacrée au mouvement de translation latéral et au mouvement de lacet des véhicules d'un train de chemin de fer, la seconde à l'étude de l'influence d'une résistance constante sur le mouvement oscillatoire d'un corps produit par une force périodique.

Mascart. — *Sur les modifications qu'éprouve la lumière par suite du mouvement de la source lumineuse et du mouvement de l'observateur.* — Ire Partie. (58 p.)

Hermite (Ch.). — *Sur l'intégration des fractions rationnelles* (1). (4 p.).

---

(1) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 181.

Laurent (H.). — *Mémoire sur la théorie des courbes gauches.* (12 p.)

L'auteur traite surtout de l'hélice osculatrice et du cylindre qui la contient; l'axe de cette courbe est la droite suivant laquelle se mesure la plus courte distance de deux normales principales infiniment voisines.

Cornu (A.). — *De la réfraction à travers un prisme suivant une loi quelconque.* (42 p.)

Darboux (G.). — *Mémoire sur les surfaces cyclides.*

L'auteur désigne sous ce nom les surfaces du quatrième ordre qui ont le cercle de l'infini pour ligne double, surfaces dont il a fait une étude développée dans un Ouvrage spécial. [1]

L'auteur montre, entre autres résultats, qu'il existe sur toute cyclide une série de coniques sphériques, situées sur des sphères dont le centre décrit une cubique gauche ayant des relations remarquables avec la surface. Il détermine les sections planes, qui sont des ovales de Descartes, et les sections sphériques analogues aux ovales de Descartes. Le travail se termine par l'étude de certaines surfaces réglées, formées de normales aux cyclides, et analogues aux belles surfaces réglées trouvées par M. de la Gournerie.

Darboux (G.). — *Sur les relations entre les groupes de points, de cercles et de sphères dans le plan et dans l'espace.* (68 p.)

La théorie des tétraèdres et des distances mutuelles des points dans le plan et dans l'espace doit à un grand nombre de géomètres des formules élégantes, établissant des relations entre les aires, les volumes, les distances, se rapportant aux groupes géométriques considérés. Plusieurs équations importantes, dues à Euler, Legendre, Lagrange, Carnot, Gauss, Joachimsthal, Cayley, Sylvester, von Staudt, Siebeck, etc., ont été développées et démontrées par M. Baltzer dans son *Traité des déterminants.* L'auteur se propose de montrer qu'il peut y avoir, dans bien des cas, avantage à considérer ces formules, en les rattachant à certaines formes homogènes qui se présentent naturellement dans cette théorie.

Par exemple, pour le tétraèdre, cette forme homogène est celle qui, égalée à zéro, représenterait la sphère circonscrite. Pour les

---

(1) Voir *Bulletin*, t. V, p. 52.

questions relatives à deux groupes de points, les formes homogènes contiennent deux séries de variables indépendantes; elles sont de la classe de celles qui, égalées à zéro, définissent la corrélation de deux figures. Alors les équations connues et d'autres, peut-être nouvelles, se déduisent de la considération des invariants et des covariants de ces formes.

Dans la première Partie, l'auteur étudie plus spécialement les questions relatives à un seul tétraèdre. Quelques développements se rapportent à un triangle remarquable, qui a pour côtés les trois produits des arêtes opposées du tétraèdre. Ce triangle adjoint a aussi été considéré par Joachimsthal, Möbius, Baltzer et von Staudt. Il demeure invariable quand on effectue une transformation par rayons vecteurs réciproques; il est toujours possible quand le tétraèdre existe, et ne se réduit à une ligne que si la sphère circonscrite se réduit à un point, comme l'a montré M. Cayley dans un élégant article inséré aux *Annali di Matematica* (1).

A la fin de la première Partie, l'auteur fait usage d'une importante notion relative aux cercles, qui a été proposée par M. Chasles dans la *Géométrie supérieure* et dans la *Théorie des coniques homofocales* (2). Étant donné un cercle dans l'espace, par ce cercle on peut toujours faire passer deux sphères de rayon nul A, A′, dont les centres peuvent être appelés les *foyers du cercle*. Il est clair qu'un cercle est déterminé par ses deux foyers. Il suffit, au contraire, d'un seul de ces points pour déterminer un cercle situé dans un plan. La considération de ces foyers permet à l'auteur de retrouver la belle solution de Gergonne et plusieurs autres solutions du problème des contacts des cercles.

Dans la deuxième Partie sont établies les formules relatives à deux groupes de quatre sphères, deux tétraèdres, deux groupes de n points, n étant quelconque. L'auteur détermine l'équation de la sphère orthogonale à quatre autres, le rayon de cette sphère, les relations entre les angles des sphères et des cercles, la condition pour que cinq sphères soient orthogonales à une même sphère, etc.

Dans la troisième Partie se trouvent quelques applications des

(1) *Démonstration nouvelle du théorème de M. Casey, par rapport aux cercles qui touchent trois cercles donnés* (2e série, t. I, p. 132).

(2) *Journal de Liouville*, 2e série, t. V, p 425.

formules qui ont été données dans les Parties précédentes, par exemple, la construction du cercle coupant trois cercles donnés sous des angles donnés, coupant sous des angles égaux quatre cercles donnés, ou ayant avec quatre cercles donnés une tangente commune de même longueur, etc., et les problèmes analogues relatifs aux sphères.

Le Mémoire se termine par la démonstration d'une identité remarquable, qui lie les puissances d'un point par rapport à cinq sphères. Cette équation est homogène et du second degré; l'auteur y avait été conduit depuis longtemps d'une manière indirecte par ses études sur les cyclides.

Carnot (S.). — *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance.* (64 p.)

L'Ouvrage de Sadi Carnot était depuis longtemps épuisé. Tiré à un petit nombre d'exemplaires, ce mémorable travail est resté longtemps inconnu aux premiers auteurs de la Thermodynamique. C'est pour rendre service aux savants privés de la lecture d'un Ouvrage resté presque inédit, pour rendre un hommage éclatant et exceptionnel à la mémoire de Sadi Carnot, que la Rédaction des *Annales scientifiques de l'École Normale* réimprime aujourd'hui ses *Réflexions sur la puissance motrice du feu.*

T. II; année 1873.

Phillips. — *Notes sur divers points de la Thermodynamique.* (12 p.)

L'auteur traite: 1° des changements d'état d'un corps quelconque suivant une ligne adiabatique; 2° des diverses formules qui donnent la vitesse d'écoulement d'un gaz permanent par un petit orifice percé dans un réservoir; 3° d'une nouvelle forme des équations générales de la Thermodynamique, et sur le coefficient économique des cycles fermés réversibles.

Didon (F.). — *Note sur une formule de Calcul intégral* [1]. (18 p.)

---

[1] Cette Note et la suivante sont les derniers travaux d'un géomètre enlevé tout jeune à la science, et qui donnait les plus belles espérances. Nous avons déjà ailleurs essayé de rendre justice à sa mémoire, en nous faisant l'interprète des sentiments de ses camarades; mais nous tenons à renouveler ici l'expression des regrets de tous les maîtres et de tous les amis de Didon. G. D.

L'auteur démontre la proposition générale suivante, qui avait déjà fait l'objet des études de M. Laurent.

Si Δ désigne le déterminant fonctionnel de n fonctions bien déterminées $f(t, u, v, \ldots)$, $\varphi(t, u, v, \ldots)$, $\psi(t, u, v), \ldots$, à n variables imaginaires $t, u, v, \ldots$, et s'il n'existe aucun système de points $t, u, v, \ldots$, pris le premier sur un contour fermé T, le deuxième sur un contour fermé U, le troisième sur un contour fermé V, etc., susceptible d'annuler ou de rendre infinie l'une quelconque des fonctions $f, \varphi, \psi, \ldots$, l'intégrale multiple d'ordre n

$$\int\int\int\cdots\frac{\Delta}{f(t, u, v, \ldots).\varphi(t, u, v, \ldots).\psi(t, u, v)\ldots}\,du\,dv\,dw\ldots,$$

dans laquelle on fait parcourir à t tout le contour T, à u tout le contour U, etc., aura une valeur de la forme $(2\pi\sqrt{-1})^n p$, p représentant un nombre entier.

Didon (F.). — *Note sur l'attraction.* (6 p.)

L'auteur démontre la proposition suivante :

Si, pour une loi quelconque d'attraction, on considère, relativement à une masse attirante aussi quelconque, une surface d'égale attraction, c'est-à-dire telle que l'attraction de la masse sur tous les points de cette surface ait une même valeur R, les droites suivant lesquelles sont dirigées les attractions sur tous les points de cette surface sont toutes normales à une seconde surface, qui intercepte avec la première sur chacune de ces droites un segment égal au quotient par R du potentiel de la masse attirante sur le point correspondant de la première surface.

Didon applique ensuite cette proposition, et la prend pour point de départ de quelques questions sur l'attraction (1).

---

(1) L'élégant théorème que Didon fait connaître dans sa Note sur l'attraction peut être dégagé de toute notion de Mécanique, et prendre la forme suivante :

« Étant donnée une famille de surfaces, définie par une équation *quelconque*

$$V = F(x, y, z),$$

les normales aux différentes surfaces (V), en tous les points de l'espace pour lesquels on a

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dz}\right)^2 = \varphi(V),$$

sont normales à une même surface. »

Kretz. — *Mémoire sur les conditions à remplir dans l'emploi du frein dynamométrique.* (29 p.)

Durrande (H.). — *Essai sur le déplacement d'une figure de forme variable.* (40 p.)

L'auteur se propose d'étudier le déplacement d'une figure dont les diverses parties peuvent se déformer suivant une loi donnée, mais telle cependant que deux positions de la figure puissent être considérées comme deux figures homographiques. Le mouvement d'un corps solide invariable est un cas particulier de celui que traite l'auteur; celui d'un corps naturel en est un également, si l'on suppose les déformations très-petites.

Le point de vue très-général auquel s'est placé l'auteur le conduit à des propositions d'un réel intérêt. Plusieurs de ces propositions sont nouvelles, même quand on les restreint au cas d'un solide invariable.

D'Arlincourt. — *Nouveau relais.* (12 p.)

Niewenglowski. — *Note sur la transformation des courbes par rayons vecteurs réciproques.* (4 p.)

Niewenglowski. — *Sur les arcs de certaines courbes sphériques.* (12 p.)

Allégret. — *Mémoire sur la représentation des transcendantes par des arcs de courbe.* (28 p.)

Le Mémoire débute par un résumé historique, et l'auteur signale d'abord la méthode de Jacques Hermann pour représenter les quadratures par des arcs de courbe, à une quantité algébrique près, ainsi que les formules analogues de Jean Bernoulli. Il expose ensuite une autre méthode pour résoudre complétement le problème dans un grand nombre de cas, et rappelle les recherches de MM. W. Roberts et J.-A. Serret.

Le Chapitre IV est consacré à l'étude de la transformation exponentielle de Maclaurin et à diverses conséquences de cette méthode. Les Chapitres suivants étudient les courbes que cette transformation fait dériver du cercle, de la ligne droite, des épicycloïdes, etc.

Phillips. — *Note sur un théorème de Cinématique.* (4 p.)

Le problème résolu est le suivant : Étant données deux courbes quelconques MN, M″N″, trouver une courbe M′N′, qui soit telle que, MN roulant sur M′N′, un point a, invariablement lié à MN, décrive M″N″.

Marie (M.). — *Théorie des fonctions de variables imaginaires.* (28 p.)

Dans cette première Partie l'auteur traite de la réalisation et de l'usage des formes imaginaires en Géométrie, ou de l'extension des méthodes de la *Géométrie analytique* de Descartes à l'étude des lieux représentés par les solutions imaginaires des équations à deux et à trois variables.

Le Chapitre Ier traite des lieux imaginaires et de la définition des courbes que l'auteur appelle *conjuguées;* le Chapitre II, de la construction par points de ces courbes, avec application aux courbes et aux surfaces du second ordre; enfin le Chapitre III traite de la ligne droite et du plan.

Resal (H.). — *Théorie des effets observés par Savart sur l'influence mutuelle de deux pendules.* (15 p.)

Il s'agit de deux pendules oscillant sur des couteaux placés aux extrémités d'une barre horizontale suspendue en son milieu à une verge élastique verticale. L'auteur établit les équations différentielles du mouvement, et fait l'application à quelques cas particuliers.

The QUARTERLY JOURNAL of pure and applied Mathematics [1].

T. XI (suite); 1871-1872.

Walton (W.). — *Sur certaines intégrales définies.* (5 p.)

L'objet de cet article est de donner des démonstrations simples et nouvelles de certaines intégrales définies qui forment le principal sujet de la suite du *Mémoire sur les intégrales définies,* publié par Poisson dans le tome X du *Journal de l'École Polytechnique.*

L'auteur considère successivement les intégrales

$$\int_0^\pi \frac{(\sin x)^{2n}\,dx}{(1-2a\cos x+a^2)^n},\quad \int_0^\pi dx\log(1+2a\cos x+a^2),$$

$$\int_0^\pi \frac{x\sin x\,dx}{1+\cos^2 x},$$

et quelques autres qui s'y rattachent.

---

[1] Voir *Bulletin,* t. II, p. 267.

CAYLEY (A.). — *Sur la théorie des courbes et des surfaces développables.* (24 p.)

On sait que l'auteur a établi le premier ([1]) les formules relatives aux singularités des courbes gauches. Depuis, M. Cayley et M. Zeuthen ont introduit la considération de singularités nouvelles, le premier dans un article *On a special sextic developpable* ([2]), et le second dans un Mémoire dont nous avons rendu un compte détaillé ([3]), et qui a paru dans les *Annali di Matematica*, 2e série, t. III; 1869.

L'auteur se propose de reprendre et de développer cette théorie; ses formules ne comprennent pas moins de vingt et une singularités.

HOPPE (R.). — *Déformation d'une sphère élastique pressée entre deux plans parallèles.* (8 p.)

WALTON (W.). — *Note sur* $\sin\infty$ *et* $\cos\infty$.

L'auteur combat l'opinion de certains géomètres, qui prétendent que $\sin\infty = \cos\infty = 0$.

GLAISHER (J.-W.-L.) — *Sur la sommation, par les intégrales définies, des séries géométriques du second ordre et des ordres supérieurs.* (16 p.)

CAYLEY (A.). — *Sur un théorème relatif à huit points sur une conique.*

Recherches sur ce théorème connu : *Si un octogone est inscrit dans une conique, les côtés* 1, 3, 5, 7 *de cet octogone coupent les côtés* 2, 4, 6, 8 *en huit points, formant un nouvel octogone inscrit dans une seconde conique.* M. Cayley démontre ce théorème, et forme même l'équation de la nouvelle conique.

TOWNSEND (R.). — *Sur les analogues, dans la théorie des quadriques, de plusieurs propriétés connues des coniques.* (15 p.)

WILLIAMSON (B.). — *Sur le théorème de Gauss, relatif à la mesure de la courbure en un point d'une surface.*

GRIFFITHS (J.). — *Sur le cercle qui coupe trois cercles donnés sous des angles donnés.* (6 p.)

([1]) *Journal de Liouville*, t. X.
([2]) *Quarterly Journal*, t. VII; 1865.
([3]) Voir *Bulletin*, t. I, p. 139.

Solution analytique de ce problème, proposé par Steiner.

T. XII; 1872-1873.

Ferrers (N.-M.). — *Extension des équations de Lagrange.* (4 p.)

L'auteur présente quelques remarques sur les équations en coordonnées quelconques du mouvement, dues à Lagrange, dans le cas où les équations de condition ont une forme particulière. Il applique ensuite ces équations modifiées à un problème particulier.

Cayley (A.). — *Un théorème sur l'élimination* (2 p.)

Abbott. — *Théorie élémentaire des marées.* (9 p.)

Cayley (A.). — *Note sur les ovales de Descartes.* (3 p.)

Cockle (J.) — *Sur le mouvement des fluides.* (15 p.)

Suite et fin d'un Mémoire inséré dans le tome XI.

L'auteur étudie des mouvements définis auxquels il donne le nom de *mouvements plans, cylindriques* ou *sphériques.*

Walton (W.) — *Sur l'évaluation de l'intégrale définie* $\int_0^\infty \frac{x^{a-1}dx}{1+x}$, *où* $a < 1$. (2 p.)

Ball (R.-S.). — *Étude géométrique sur l'équilibre cinématique et les petites oscillations d'un corps solide.* (7 p.)

Williamson (B.). — *Conditions pour le maximum ou le minimum d'une fonction d'un nombre quelconque de variables.* (4 p.)

Glaisher (J.-W.-L.). — *Sur les séries semi-convergentes.* (6 p.)

L'auteur examine différentes séries, notamment la série de Bernoulli pour les différences finies. Il montre comment on peut obtenir cette série, ainsi que le reste, au moyen de l'intégration par parties.

Roberts (S.). — *Sur les courbes parallèles aux coniques.* (8 p.)

Dans ces derniers temps, divers géomètres, et parmi eux M. Roberts, ont étudié les courbes parallèles aux courbes algébriques, et en ont fait connaître les singularités. M. Roberts étudie ici les courbes parallèles aux coniques, leurs points de rebroussement et leurs diverses singularités.

TOWNSEND (R.). — *De l'attraction d'un ellipsoïde pour la loi de l'inverse de la quatrième puissance de la distance.* (20 p.)

L'auteur remarque qu'avec la loi qu'il a choisie le problème de l'attraction des ellipsoïdes est d'une solution extrêmement facile. Les résultats peuvent être obtenus d'une manière élémentaire, et ils sont d'une grande simplicité; par exemple, pour un point intérieur, les surfaces d'équilibre sont des ellipsoïdes semblables; pour un point extérieur, ce sont des surfaces homofocales.

JEFFERY (H.). — *Sur les rayons principaux de courbure d'une surface rapportée à des coordonnées tétraédriques et tangentielles.* (26 p.)

L'auteur considère différents systèmes de coordonnées, et il associe dans ses recherches, aux lignes de courbure ordinaires, d'autres lignes qu'il appelle *dual lines of curvature,* et dont les propriétés sont en quelque sorte celles des lignes de courbure ordinaires, transformées par la méthode des polaires réciproques. L'auteur avait déjà étudié ces lignes dans un travail sur les conicoïdes concycliques ([1]). M. Darboux les a aussi considérées, et en a donné quelques propriétés dans son Ouvrage *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques,* p. 178.

BALL (R.-St.). — *Notes de Mécanique appliquée.* (3 p.)

CAYLEY (A.). — *Sur une équation identique se rattachant à la théorie des invariants.* (4 p.)

CAYLEY (A.). — *Note sur les intégrales*

$$\int_0^{x^2} \cos x^2\, dx \quad et \quad \int_0^{x^2} \sin x^2\, dx.$$

(8 p.)

A propos de ces intégrales, l'illustre géomètre présente des remarques sur les intégrales doubles dans les cas où la courbe limite s'étend à l'infini; il montre qu'il faut tenir compte de la forme de cette courbe limite à l'intérieur de laquelle on intègre. Ainsi l'on peut avoir des résultats différents, suivant qu'on intègre à l'intérieur d'un rectangle dont on fait croître les dimensions, ou d'un cercle dont le rayon devient infini.

([1]) *Quarterly Journal,* t. XI, p. 242.

WALTON (W.). — *Sur la connexion entre certains théorèmes de la théorie des intégrales définies.* (3 p.)

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Sur une équation différentielle liée à celle de Riccati.* (9 p.)

L'auteur examine l'équation

$$\frac{d^2u}{dx^2} \pm a^2u - \frac{i(i+1)}{x^2}u = 0,$$

et il en exprime l'intégrale au moyen de diverses formules.

TOWNSEND (R.). — *Sur une construction relative à la Dynamique d'un corps solide.* (8 p.)

WALTON (W.). — *Sur le développement des fonctions en séries trigonométriques.* (2 p.)

L'objet de cet article est de donner la démonstration de la formule

$$\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \ldots = \frac{1}{2}(\pi - x).$$

CAYLEY (A.). — *Sur la cyclide.* (17 p.)

Dans cet article, l'auteur passe en revue diverses propriétés de la cyclide de Dupin, qui a, comme on sait, quatre points doubles, dont deux au moins sont imaginaires. Il développe les principaux modes de génération de cette surface, et en donne plusieurs équations de forme simple, rationnelles ou irrationnelles : en particulier, il examine la cyclide du troisième degré.

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Note sur certaines intégrales définies.* (3 p.)

WALTON (W.). — *Sur l'expression du cosinus d'un multiple d'un angle en fonction des puissances du cosinus, et inversement.* (4 p.)

La démonstration proposée est purement élémentaire, et n'exige l'emploi d'aucune équation différentielle.

MINCHIN (G.-M.). — *Démonstration élémentaire d'un théorème fondamental.* (4 p.)

Relatif à la théorie des déterminants fonctionnels.

CAYLEY (A.). — *Sur les superlignes d'une surface quadrique dans un espace à cinq dimensions.* (5 p.)

Walton (W.). — *Sur l'évaluation des deux intégrales définies*

$$\int_0^\infty e^{-\left(x^2+\frac{c^2}{x^2}\right)\cos\alpha} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \left[\left(x^2+\frac{c^2}{x^2}\right)\sin\alpha\right] dx.$$

Walton (W.) — *Sur l'évaluation de l'intégrale*

$$\int_0^1 \frac{(x^{m-1}-x^{-m})\,dx}{(1+x)\log x}, \quad où \quad 1 > m > 0.$$

Cayley (A.). — *Démonstration du théorème de Dupin.* (7 p.)

Walton (W.). — *Note sur une des intégrales définies d'Euler*

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \log\sin x\,dx = \frac{1}{2}\pi\log\frac{1}{2}.$$

Cayley (A.). — *Théorème concernant le hessien d'une fonction quaternaire.* (4 p.)

M. Cayley considère la fonction $P^k + \lambda P'^{k'}$, où P, P' sont deux fonctions homogènes de degrés donnés. Le hessien de cette fonction sera du quatrième ordre en λ. L'article en contient le développement complet, mis sous une forme simple.

Cayley (A.). — *Note sur la correspondance* (2, 2) *de deux variables.*

L'auteur entend par là une relation entre x, x' du second degré par rapport à chacune de ces variables. L'étude de cette relation a les rapports les plus étroits avec la théorie des polygones circonscrits et les théorèmes de Poncelet.

Frost (P.). — *Du potentiel moyen sur une surface sphérique.*

Townsend (R.). — *Sur une construction dans la dynamique d'un corps rigide qui roule sans glisser sur une surface fixe rugueuse.* (3 p.)

L'auteur donne une élégante construction pour déterminer l'action de la surface sur le corps en grandeur et en direction.

Watson (W.-H.). — *Du mouvement d'un point matériel rapporté à un espace en mouvement.* (10 p.)

Townsend (R.). — *Sur une propriété de l'équilibre de deux* *anneaux circulaires se repoussant l'un l'autre, suivant la loi de l'inverse du cube de la distance.*

WALTON (W.). — *Sur la $n^{ième}$ différentiation d'une intégrale $\int_b^c \varphi(x, a)\,dx$ par rapport à a, en supposant a compris entre b et c.* (6 p.)

Cette différentiation n'est pas permise si la fonction $\varphi(x, a)$ peut devenir infinie, et l'objet de cet article est de rechercher la différence entre

$$\frac{d^n}{da^n}\int_b^c \varphi(x, a)\,dx \quad \text{et} \quad \int_b^c \frac{d^n}{da^n}\varphi(x, a)\,dx.$$

CAYLEY (A.). — *Sur le théorème de Wronski.* (8 p.)

Il s'agit d'un théorème considéré par cet auteur comme une réponse à cette question : « En quoi consistent les Mathématiques? N'y aurait-il pas moyen d'embrasser par un seul problème tous les problèmes de ces sciences, et de résoudre généralement ce problème universel? »

Donné sans démonstration dans la *Réfutation de la Théorie des Fonctions analytiques de Lagrange,* et reproduit dans la *Philosophie de la Technie,* ce théorème a été établi dans le *Supplément à la réforme de la Philosophie,* Paris, 1867; il est donné aussi, mais sans démonstration, dans l'*Encyclopédie mathématique* de Montferrier, t. III, p. 398.

Ce théorème donne le développement de toute fonction $F(x)$ de la racine de l'équation

$$0 = f(x) + x_1 f_1(x) + x_2 f_2(x) + \ldots;$$

mais il revient au même de considérer, au lieu de cette équation, la suivante :

$$\varphi(x) + \lambda f(x) = 0.$$

Alors, si l'on désigne par a une racine de l'équation $\varphi(x) = 0$, on aura, x désignant une racine de l'équation précédente,

$$F(x) = F(a) - \frac{\lambda}{1}\frac{1}{\varphi'(a)}F'(a)f(a) + \frac{\lambda^2}{1.2}\frac{1}{\varphi'^3(a)}\begin{vmatrix} \varphi' & f^2F' \\ \varphi'' & (f^2F')' \end{vmatrix}$$
$$- \frac{\lambda^3}{1.2.3}\frac{1}{1.2\,\varphi'^6(a)}\begin{vmatrix} \varphi' & (\varphi^2)' & f^3F' \\ \varphi'' & (\varphi^2)'' & (f^3F')' \\ \varphi''' & (\varphi^2)''' & (f^3F')'' \end{vmatrix} + \ldots.$$

Roberts (S.). — *De l'ordre de la condition pour que deux surfaces se touchent.*

Glaisher (W.-L.). — *Sur certaines séries pour le développement de π.*

Smith (C.). — *Trouver les foyers et les axes d'une conique en coordonnées trilinéaires.*

Moon (R.). — *Sur l'intégration des équations exactes applicables au mouvement dans un plan d'un fil infiniment mince.* (6 p.)

Townsend (R.). — *Sur les courbes tautochrones et brachistochrones pour les forces parallèles ou concourantes.* (11 p.)

L'auteur emploie les deux propositions suivantes :

« Pour des forces parallèles, toute courbe plane ou gauche, pour laquelle $S^2 = \varphi(z)$, z étant l'ordonnée d'un point dans la direction de la force, est tautochrone pour l'origine des arcs, pour une loi de la force donnée par la formule

$$Z = -\frac{1}{2} k^2 \varphi'(z),$$

k étant constant.

» Pour des forces concourantes, toute courbe plane ou gauche, pour laquelle $S^2 = \varphi(r)$, où r est la distance au centre d'attraction, est tautochrone pour une loi de la force exprimée par la formule

$$R = -\frac{k^2}{2} \varphi'(r). \text{ »}$$

L'article contient le développement des nombreuses conséquences de ces deux propositions :

Horner (J.). — *Sur la méthode des factorielles de* W.-G. Horner. (8 p.)

Cayley (A.). — *Sur une transformation spéciale du quatrième ordre des fonctions elliptiques.*

Si l'on pose

$$X = (1 - x^2)(1 - k^2 x^2), \quad Y = (1 - y^2)(1 - k^2 y^2),$$
$$\frac{y+1}{y-1} = \frac{(1-k^2)x^2}{(1-x^2)(1-k^2x^2)},$$

on a

$$\frac{dy}{\sqrt{Y}} = \frac{2\,dx}{\sqrt{X}}.$$

WALTON (W.). — *Sur les plans de rayons dans les cristaux à deux axes.* (7 p.)

BESANT (W.-H.). — *Notes mathématiques.* (5 p.)

ROBERTS (S.). — *Sur les caractéristiques plückériennes d'une courbe dont l'équation est un résultant ou un discriminant dans plusieurs cas généraux.* (24 p.)

COCKLE (J.). — *Sur les solutions singulières.* (13 p.)

WATSON (H.-W.). — *Courbure des courbes et des surfaces.* (14 p.)

L'auteur se propose de montrer comment les notions les plus élémentaires sur le mouvement d'un corps solide conduisent aux principales formules relatives à la courbure.

JEFFERY (H.-M.). — *Sur les réciproques des lignes géodésiques et des lignes de courbure sur un ellipsoïde, et sur ses podaires.* (24 p.)

Étude détaillée de ces lignes, et énoncé de plusieurs propositions qui étendent les théorèmes connus.

CAYLEY (A.). — *Note sur certains théorèmes généraux obtenus par M. Lipschitz.*

LIPSCHITZ (R.). — *Extension du problème planétaire à un espace à n dimensions de courbure constante.* (Traduit par M. CAYLEY.) (22 p.)

C'est une application que fait M. Lipschitz de ses beaux travaux bien connus de nos lecteurs.

WARREN (J.). — *Note sur l'optique géométrique.* (10 p.)

ABHANDLUNGEN DER MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHEN CLASSE DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU MÜNCHEN (¹).

T. X et t. XI, 1^re livraison; 1866-1871.

SEIDEL (L.) et LEONHARD (E.). — *Mesure de l'intensité lumineuse de deux cent-huit étoiles fixes, faites à l'aide du photomètre de Steinheil, pendant les années* 1852-1860. (118 p.)

STEINHEIL (C.-A. v.). — *Le chronoscope, instrument servant à déterminer le temps et la hauteur du pôle sans calcul.* (31 p., 2 pl. et 6 tableaux.)

BAUERNFEIND (C.-M.). — *Nivellement général de la Bavière.* (111 p., 1 pl.)

SEIDEL (L.). — *Sur les valeurs limites d'une exponentielle infinie de la forme*

$$x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}.$$

(10 p.)

Eisenstein, dans une étude de la fonction définie par l'équation

$$x^y = y,$$

prouve que la convergence de la fonction $x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}$ est seulement pour les valeurs positives de $x \leqq 1$. L'auteur démontre que cette fonction prend des valeurs finies pour les valeurs de $x > 1$, jusqu'à $x = \sqrt[e]{e}$, et établit les principaux résultats suivants :

En désignant par x_n la valeur de la fonction $x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$ correspondant au nombre d'exposants n, alors, pour x compris entre 0 et $\frac{1}{e^e}$, la limite de x_{2n}, n croissant indéfiniment, est une certaine fonction u qui croît de 0 à $\frac{1}{e}$ et la limite de x_{2n+1} est une autre fonction v décroissant de 1 à $\frac{1}{e}$. Pour $x = \frac{1}{e^e}$, $v = u = \frac{1}{e}$. Pour des valeurs de x plus grandes que $\frac{1}{e^e}$ jusqu'à la valeur limite de $x = \sqrt[e]{e}$, les

(¹) *Mémoires de la Classe mathématique et physique de l'Académie des Sciences de Bavière,* à Munich. — Publiés par fascicules in-4°, à des époques indéterminées.

expressions x_{2n} et x_{2n+1} convergent vers la même limite, qui croît de $\frac{1}{e}$ à e.

Hesse (O.). — *Sur le Problème des trois Corps.* (25 p.)

On sait que le Problème des trois Corps conduit à dix-huit intégrales dont dix seulement sont connues.

L'auteur cherche à déterminer les huit intégrales restantes en traitant le problème suivant : Étant données les équations différentielles du problème de trois corps et les intégrales connues, trouver des équations différentielles symétriques desquelles on pourrait déduire chacune des intégrales inconnues.

Bauernfeind (C.-M.). — *Appareil servant à la solution mécanique des problèmes de Géodésie.* (9 p.)

Les problèmes dont cet appareil donne la solution mécanique sont les problèmes, dits *de Pothenot et de Hansen :*

Construire un quadrilatère dont on connaît deux côtés adjacents et les angles que font les deux côtés avec la diagonale aboutissant à leur sommet commun.

Construire un quadrilatère dont on connaît une diagonale et les quatre angles faits par l'autre diagonale avec les quatre côtés.

Il sert aussi pour la mise en station de la planchette d'arpenteur.

Hesse (O.). — *Un cycle des équations de déterminants.* (16 p.)

Développement analytique du théorème de Pascal.

A. P.