Bulletin des sciences

mathématiques et astronomiques

Paul Tannery

Sur la date des principales découvertes de Fermat

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 7, nº 1 (1883), p. 116-128

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1883_2_7_1_116_1>

SUR LA DATE DES PRINCIPALES DÉCOUVERTES DE FERMAT;

Par M. Paul TANNERY.

I.

Le résultat peut-être le plus singulier de l'histoire des Mathématiques est de montrer que les grandes découvertes, celles qui portent la véritable empreinte du génie et qui ont exercé une influence décisive sur le développement ultérieur de la Science, doivent être rapportées à la jeunesse plutôt qu'à l'âge mûr de leurs auteurs. Il ne s'agit pas, bien entendu, de la date de publication de ces découvertes, mais de l'époque à laquelle les inventeurs en ont eu la conscience pleine et entière, possédé les démonstrations fondamentales et déduit les conséquences immédiates.

Je me propose de montrer que Fermat n'a point fait exception à la règle; cette question jusqu'à présent n'a pas été sérieusement discutée et, si on l'a effleurée, ç'a été plutôt pour la résoudre en sens contraire. Par exemple, M. Ch. Henry a constaté certaines dates et a essayé d'en déterminer quelques autres dans ses *Recherches sur les manuscrits de Pierre de Fermat, suivies de fragments inédits de Bachet et de Malebranche* (1); sa conclu-

(1) Publiées dans le *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche,* t. XII, juillet, août, septembre, octobre 1879. — Supplément, t. XIII, juillet 1880. Je citerai sous la rubrique *Henry,* d'après les tirages à part.

sion la plus nette (p. 52, Note 4) est que la mort de Mersenne, arrivée le 1er septembre 1648, est antérieure aux plus beaux théorèmes de Fermat.

Tant que les pièces encore inédites du géomètre toulousain n'auront pas été publiées, des données essentielles manqueront au reste pour la détermination de la chronologie de ses travaux. L'étude que j'entreprends se trouve donc nécessairement limitée sous le rapport de la précision des conclusions ; d'autre part, je la bornerai aux découvertes que je considère comme capitales et qui sont les suivantes :

1° En Algèbre pure, la proposition sur les nombres figurés, (Diophante, *De multangulis numeris*, p. 16), qui donne la loi de formation des coefficients du binôme ; la sommation des puissances semblables des termes d'une progression arithmétique ;

2° En Analyse infinitésimale, la méthode *de maximis et minimis* ou des tangentes, avec le calcul inverse, qui constituent peut-être le stade le plus important de l'élaboration antérieure à l'invention de l'algorithme leibnitzien [1];

3° En théorie des nombres, d'une part, la célèbre proposition négative sur l'équation $x^n + y^n = z^n$, proposition dont il n'existe pas encore de démonstration générale; d'un autre côté, le théorème sur la composition d'un nombre entier en polygones d'un nombre de côtés donné (*Diophante*, p. 180-181), théorème que Fermat, dans sa lettre à Pascal du 25 septembre 1654 [2], indique lui-même comme le couronnement de ses découvertes sur les nombres, comme celle qui suppose connu « tout ce qu'il a inventé de considérable ».

Si je n'étends pas davantage la liste des découvertes de Fermat, dont la date mérite d'être particulièrement recherchée, c'est d'ailleurs afin d'exclure aussi bien celles pour lesquelles la priorité du

---

(1) Je n'ai pas à rappeler les jugements de d'Alembert, de Lagrange, de Laplace, qui considèrent Fermat comme le véritable inventeur du Calcul différentiel. Pour marquer l'importance de ses travaux dans le domaine de l'Analyse infinitésimale, il me suffira d'indiquer qu'il a donné de fait, notations à part, la règle de l'intégration par parties (*Varia*, p. 51 et suiv.).

(2) T. II, p. 404-406 de l'édition Lahure, 1860, des *Œuvres complètes de Blaise Pascal*, tome que je continuerai à citer sous la rubrique *Pascal*.

principe pourrait lui être contestée, que celles qui, malgré leur importance théorique, ne semblent pas avoir joué un rôle aussi décisif que celui des propositions et méthodes indiquées ci-dessus.

II.

Si l'on prenait à la lettre ce que dit *Pascal* (p. 443) sur la proposition XI de son *Traité des ordres numériques,* le théorème sur les nombres figurés (coefficients du binôme) aurait été inventé en même temps par Fermat et par lui :

« Cette même proposition, que je viens de rouler en plusieurs sortes, est tombée dans la pensée de notre célèbre conseiller de Toulouse, M. de Fermat; et ce qui est admirable, sans qu'il m'en eût donné la moindre lumière, ni moi à lui, il écrivoit dans sa province ce que j'inventois à Paris, heure pour heure, comme nos lettres écrites et reçues en même temps le témoignent. »

De fait, la lettre de Fermat à *Pascal* (p. 403) du 29 août 1654, autorisait l'inventeur du triangle arithmétique à s'exprimer comme il l'a fait :

« Et si mon calcul ne me trompe, votre onzième conséquence couroit la poste de Paris à Toulouse, pendant que ma proposition des nombres figurés, qui en effet est la même, alloit de Toulouse à Paris. »

Cependant la priorité de Fermat est indiscutable, et sa découverte est d'au moins *dix-huit ans* antérieure.

Mais ce qu'il y a de plus étrange, c'est que Pascal affirme n'en avoir pas eu la moindre lumière, car l'énoncé de la proposition de Fermat se retrouve dans une lettre de lui à Roberval du 4 novembre 1636 [1].

Et ce qui montre bien au reste que, dès lors, Fermat se rend parfaitement compte de l'importance du théorème qu'il appellera le plus beau et le plus général qu'on puisse donner *in numeris* [2],

---

(1) *Varia,* p. 146, lignes 33-37. — L'énoncé, latin comme celui des *Observations sur Diophante,* en diffère sur quelques points insignifiants, mais qui semblent appartenir à une première rédaction. Il y a d'ailleurs à la dernière ligne : « Et *eo* in infinitum progressu, » une faute d'impression; il faut lire *sic.*

(2) Diophante, *loc. cit.* — Cette expression ne signifie évidemment pas « dans la théorie des nombres », comme a traduit *Henry* (p. 11), qui a tort, d'ailleurs,

c'est qu'il s'en est immédiatement servi pour la recherche des sommations des puissances semblables des termes d'une progression arithmétique.

Dans sa lettre précitée à Roberval, Fermat dit explicitement que c'est par le moyen de la proposition qu'il énonce qu'il est venu à bout de cette question de la sommation; il offre d'ailleurs à son correspondant tout ce qu'il a fait, « qui comprend entièrement tout ce qui se peut dire sur cette matière ». Il est donc en possession de la solution complète.

Roberval devait plus tard, dans une lettre à Hevelius, de 1650, profiter du silence que Fermat paraît avoir gardé depuis cette époque, pour s'arroger la découverte de la sommation des puissances semblables. La lettre que Fermat lui écrivit le 16 décembre 1636 (*Varia*, p. 148) constate bien au reste que Roberval, après la communication précédente, somma les quatrièmes et cinquièmes puissances, mais en même temps que sa méthode ne s'appliquait pas « *ad omnes potestates* ».

Roberval avait-il caché, même à Pascal et au père de celui-ci, les précieuses indications qu'il avait reçues de Toulouse? Il faut le croire pour l'honneur de l'auteur des *Pensées*, qui traita naturellement à son tour le problème des sommations, et le fit comme si rien n'avait encore été publié à ce sujet ([1]).

III.

L'histoire des travaux de Fermat en Analyse infinitésimale a été plus approfondie, à cause de ses démêlés avec Descartes, que celle de ses recherches en Algèbre pure. Je pourrai donc me borner à une seule remarque.

---

de reprocher, à ce sujet, une exagération d'expressions au mathématicien le plus réellement modeste de son temps; sa conduite avec Pascal montre suffisamment, à cet égard, son véritable caractère.

([1]) *Pascal*, p. 475-483, *Potestatum numericarum summa*. — Au début de ce Traité, l'auteur constate que les anciens avaient sommé les carrés et les cubes. On était donc d'accord, au XVII[e] siècle, pour reconnaître comme appartenant à l'antiquité la formule de sommation des cubes que M. Kantor a récemment retrouvée dans l'*Epaphroditus* (*Die romischen Agrimensoren*, Leipzig, 1875, p. 127 et

Dans sa lettre à Roberval du 22 septembre 1636 (*Varia,* p. 136), Fermat indique la date de 1629 comme celle d'une première rédaction de sa méthode *de maximis et minimis :*

« Vous savez que, puisque vous avez vu celle que M. Despagnet vous a donnée, vous avez vu la mienne que je lui baillai, il y a environ sept ans, étant à Bordeaux. »

A la date de sa lettre précitée, Fermat est en pleine possession de sa méthode, et l'applique à l'invention des tangentes, des centres de gravité et à la cubature de solides de révolution. Il a enfin carré l'aire des paraboles de divers degrés.

Ainsi, à trente-cinq ans, Fermat (né en août 1601) a déjà fait ses découvertes fondamentales, en dehors de celles qui se rapportent à la théorie des nombres. Pour préciser plus exactement la date de ces découvertes, les données manquent actuellement. En tout cas, il ne semble pas y avoir de preuves qu'il ait communiqué quelque écrit mathématique important avant cette date de 1629, où il remit également à Despagnet une copie de son deuxième Livre des *Lieux plans d'Apollonius* (¹).

Pour la théorie des nombres, il est au contraire permis d'indiquer le moment où Fermat y faisait ses premiers pas encore incertains, et c'est précisément à cet âge de trente-cinq ans.

Dans une lettre à Mersenne du 2 septembre 1636 (*Varia*, p. 123), il dit :

---

175). Bachet avait d'ailleurs eu connaissance de cet auteur en manuscrit, et il lui a fait d'importants emprunts (DIOPHANTE, *De multang. numeris,* p. 15, 20, 27).

(¹) Lettre à Roberval, du 20 avril 1637 (*Varia,* p. 153, 154). — Le premier Livre des *Lieux plans* ne paraîtrait, d'après cette lettre, avoir été terminé que longtemps après et envoyé à Paris (Carcavi), qu'au commencement de 1637. Il y a là une petite difficulté; il ne faut pas s'arrêter à la citation des *Varia* (Préface), d'après laquelle Hérigone aurait affirmé, en 1634, avoir vu, aussi bien que la méthode *de maximis et minimis,* de Fermat, les *deux* LIVRES des *Lieux plans,* ainsi que l'*Isagoge ad locos planos et solidos.* La date est erronée : le *Cursus mathematicus* d'Hérigone est de 1643-1644.

Mais l'extrait du *Journal des savants,* du 9 février 1665, constate que l'*Isagoge,* qui contient la théorie générale des courbes du second degré, a été vue « devant que M. Descartes eût rien publié à ce sujet », c'est-à-dire avant 1637. Or, à la fin de l'*Isagoge,* Fermat (*Varia,* p. 8) dit qu'il a restitué depuis longtemps les *deux* Livres des *lieux plans,* que ses nouvelles recherches permettraient de rendre beaucoup plus « élégants »; néanmoins il ne regrette pas d'avoir rendu public ce travail « précoce, non mûri et encore informe ».

» Qu'un nombre composé de trois carrés seulement en nombres entiers ne puisse jamais être divisé en deux carrés, non pas même en fractions, personne ne l'a jamais encore démontré, et c'est à quoi je travaille, et crois que j'en viendrai à bout; cette connoissance est de grandissime usage, et il semble que nous n'avons pas assez de principes pour en venir à bout. M. de Beaugrand est en cela de mon avis. »

Dans sa lettre à Roberval du 16 septembre 1636 (*Varia*, p. 134-136), Fermat lui pose un problème qui revient à démontrer que $\sqrt{2(a^2+b^2+ab)}$ est incommensurable, si a et b sont rationnels, ou encore que l'équation

$$x^2-2y^2=3z^2$$

est impossible en nombres entiers. Il « avoue franchement » n'avoir pas encore su trouver la démonstration, quoiqu'il soit assuré que la proposition est vraie.

Le 22 septembre 1636 (*Varia*, p. 137), il annonce avoir trouvé la démonstration.

« Elle m'a donné grandissime peine, et ne se présente pas d'abord. »

Nous allons voir que les pas de géant que Fermat devait faire dans cette nouvelle carrière ne tardèrent pas à le mener au bout.

V.

Dans une lettre à Mersenne, du 27 juillet 1638, Descartes énonce comme théorème de M. de Sainte-Croix la proposition sur la composition en polygones d'un nombre entier. Il est précisément singulier que dans la « relation des nouvelles découvertes en la science des nombres » (*Henry*, p. 213), envoyée par Fermat à Carcavi, le géomètre toulousain cite cette lettre pour rappeler que Descartes « confesse qu'il la juge (cette proposition) si difficile, qu'il ne voit point de voie pour la résoudre », et ne revendique pas en même temps la gloire de l'invention de l'énoncé. Mais il se l'attribue nettement dans l'observation sur Diophante : *Nos primi deteximus*.

Henry (p. 22) la donne sans plus à Sainte-Croix. Cette conclusion est évidemment inadmissible : la lettre de Descartes peut seulement prouver que Sainte-Croix a proposé la question sans en indiquer le véritable auteur, et l'on doit inférer dès lors qu'elle a été préalablement posée à Sainte-Croix par Fermat vers 1637.

Or la lettre où il l'a ainsi posée existe, à la vérité sans date. C'est la première des lettres inédites à Mersenne que renferment les manuscrits d'Arbogast (1).

Nous devons remarquer avant tout que cette lettre est en réalité destinée à Sainte-Croix et, d'un autre côté, que Fermat y déclare, comme dans la lettre à Roberval du 4 novembre 1636, avoir sommé les puissances semblables quelconques de termes en progression arithmétique, qu'il donne de même, comme exemple, la même formule pour les puissances quatrièmes et la progression naturelle des nombres, ainsi que l'énoncé de la proposition des nombres figurés. La date probable de cette lettre à Mersenne (1637) se trouve corroborée par ce rapprochement.

Avec la proposition sur les nombres polygones, dont Fermat se dit d'ailleurs en mesure de donner la démonstration, mais en demandant à ce qu'on ne l'y oblige pas (2), s'en trouve une autre :

Que tout nombre de la forme $8n-1$ *est composé de quatre carrés seulement, soit en entiers, soit en fractions.*

Cet énoncé prouve suffisamment que Fermat avait triomphé des difficultés qu'il signalait à Mersenne dans sa lettre du 2 septembre 1636 pour un théorème analogue.

Mais ce qu'il y a de plus important pour l'objet de notre étude, c'est que la lettre inédite à laquelle nous attribuons provisoirement (3) la date de 1637 renferme aussi des problèmes proposés à Sainte-Croix, notamment :

---

(1) Le texte m'en a été communiqué par M. Éd. Lucas, à la disposition duquel le prince Boncompagni a mis les copies d'Arbogast pour l'édition de Fermat en préparation. Libri en a indiqué le commencement : *Reverende pater, quamvis id agam ut pro Œdipo damnum restituam.* Le texte d'Arbogast porte très nettement *damnum,* mais il faut certainement lire *Davum.* « Quoique j'aie à faire, non l'Œdipe, mais le Dave. » C'est une allusion à un passage bien connu de l'*Andrienne* de Térence : *Davus sum, non Œdipus,* c'est-à-dire : Je ne devine pas l'énigme.

(2) *Nos propositionem generalissimam et pulcherrimam, primi, nisi fallor, deteximus et pro jure synallagmatis admitti, nescio an jure, postulamus.*

(3) Une détermination plus précise ne sera possible qu'après un examen attentif des autres lettres inédites.

Trouver deux cubes dont la somme soit un cube ou deux bicarrés dont la somme soit un bicarré.

Trouver un triangle rectangle en nombres dont l'aire soit un carré, problème dont Fermat établit l'impossibilité (*Diophante*, p. 338-339). Il se ramène à trouver deux quatrièmes puissances dont la différence soit carrée.

Trouver trois carrés formant une progression arithmétique dont la raison soit un carré, question qui se ramène au même problème impossible.

Voilà donc déjà ces énigmes insolubles que Fermat proposera encore vingt ans plus tard, en 1657, à Wallis et à Brouncker, et qui n'apparaissent pas dans sa correspondance intermédiaire, au moins celle qui est connue, comme s'il n'eût plus jugé, pendant ce temps, aucun géomètre digne de recevoir un pareil défi de sa part.

V.

M. Ch. Henry dit (p. 23) que l'énoncé général de la proposition négative sur l'équation $x^n + y^n = z^n$ est sûrement postérieur à l'année 1657, date de l'un de ses cas particuliers, et représente une des dernières conceptions de Fermat. Il ignorait la lettre inédite dont je viens de parler, et dès lors son opinion tombe d'elle-même. Eu égard à la puissance de généralisation singulière qui est le caractère marquant de Fermat, on ne peut douter que la conception de l'énoncé complet n'ait été très voisine de celle des cas particuliers où n est 3 ou 4. A quelle date a-t-il trouvé ou cru trouver la démonstration générale? A cet égard on n'a aucune indication ; cependant il est bien à présumer que ce fut de très bonne heure.

La précieuse « relation » déjà citée « des nouvelles découvertes en la science des nombres » (*Henry*, p. 213-216) marque les principaux stades de la carrière parcourue par Fermat dans un domaine encore inexploré. Mais, avant de les indiquer sommairement pour l'objet qui nous occupe, il n'est pas hors de propos de remonter à l'origine première des recherches de Fermat sur cette matière.

Dès 1636 (lettre du 2 septembre à Mersenne), Fermat connaît à fond Diophante; mais ce n'est point cette étude qui l'engage dans la nouvelle voie : ce sont les travaux de Frenicle, dirigés dans un tout autre sens, qui excitent son émulation. Il répond d'abord aux communications de Mersenne par des lettres (*Varia*, p. 173 et 176)(1) où il parle, d'une part, d'inventions qu'il a faites, il y a déjà longtemps, sur les carrés magiques, et de découvertes, qui semblent beaucoup plus récentes, relatives à l'invention des nombres parfaits (2). Il ne fait, dit-il, que commencer.

Cependant, à cette date, il avait déjà dû s'occuper des problèmes sur les nombres dans un rapport donné avec la somme de leurs parties aliquotes et des nombres amiables, questions dont, le 25 juin 1636 (*Varia*, p. 123), il a envoyé la solution à Beaugrand, « déjà depuis longtemps » (3). Mais quelques voisins que soient ces problèmes de celui des nombres parfaits, la méthode qu'il employait ne paraît pas avoir dépassé les ressources ordinaires de l'Algèbre.

Nous avons précisé, d'après la lettre de Mersenne du 2 septembre 1636, l'époque où Fermat cherchait, sans posséder encore de méthode, à démontrer les propositions négatives sur la composition des nombres en carrés. Il semble bien, d'après cette lettre, que ce soit au moins autant la correspondance de Mersenne que l'étude de Diophante qui l'ait invité à traiter ces questions.

Ce furent, d'après la « relation », les premières dont il s'occupa et pour lesquelles il inventa sa méthode particulière de réduction à l'impossible.

Le second stade est formé par les propositions affirmatives sur la composition des nombres en carrés; Fermat avoue que, pour y

---

(1) M. *Ch. Henry* (p. 48) attribue avec raison à ces lettres la date de la fin de 1635 ou du commencement de 1636. Elles ne peuvent guère remonter plus haut, car Fermat dit, dans la seconde, qu'il y a plus de dix ans qu'il a découvert sa méthode pour les carrés magiques, et, d'après la première, il a dû la faire sur le livre des *Problèmes plaisants et délectables* de Bachet, 1624.

(2) C'est sans aucun doute sur cette question des nombres parfaits que Fermat a découvert le théorème qui porte son nom. Cette question semble, au reste, avoir été un des domaines propres de Frenicle, et c'est, je pense, à lui, non à Fermat, qu'il faut attribuer les recherches dont Mersenne a consigné les résultats dans un passage célèbre de ses *Cogitata physico-mathematica* (p. 24 non numérotée), dont M. Éd. Lucas s'est plusieurs fois occupé.

(3) La lettre à Carcavi, non datée, des *Varia*, p. 178, semble être antérieure à cette communication à Beaugrand.

appliquer sa méthode, il se trouva en belle peine; il y parvint néanmoins « à l'aide de quelques nouveaux principes qu'il y fallut joindre par nécessité ».

Le couronnement de ces propositions est le théorème sur la composition d'un nombre en polygones. La date que nous avons assignée à cette découverte montre avec quelle rapidité Fermat mena ses travaux [1].

De ce stade fait partie l'étude de l'équation

$$ax^2 + 1 = y^2,$$

proposée bien plus tard à Wallis, mais dès lors à Frenicle.

Puis vient une nouvelle série de propositions négatives qu'ouvre l'impossibilité de partager un cube en deux cubes (déjà connue dans la lettre inédite de 1637) et où figure la fausse proposition que $2^{2^n} + 1$ est premier. La pièce datée la plus ancienne où cette dernière proposition se rencontre est du 18 octobre 1640 (*Varia*, p. 162), mais elle doit aussi, quant à sa conception, remonter à une date antérieure; car elle figure comme probable dans le fragment sur les nombres premiers à Frenicle (*Henry*, p. 192), et ce fragment doit avoir fait partie des propositions signalées à Roberval dans la lettre non datée des *Varia*, p. 161, lettre qui est du commencement de 1637.

C'est seulement après avoir « couru toutes ces questions » que Fermat a passé à l'étude approfondie des procédés et des problèmes de Diophante, qu'il a annoté. La dernière question dont il parle comme l'occupant encore sans qu'il ait pu trouver aucune solution est précisément celle que soulève la dernière proposition de Diophante (*Livre des nombres polygones*).

« *Étant donné un nombre, trouver de combien de manières*

---

(1) M. *Ch. Henry* (p. 26) rejette à la date de 1657, à cause de sa ressemblance avec une lettre à Digby de juin 1658, la lettre à Roberval non datée des *Varia*, p. 161. Cette opinion est insoutenable, quand on y voit Fermat dire qu'il n'a rien trouvé en nombres qui lui ait tant plu que la démonstration de la proposition négative, qu'un nombre sans facteur carré, divisible par un nombre premier de la forme $4n - 1$, n'est ni carré ni composé de deux carrés.

Je pense que cette lettre ne peut être placée qu'entre celle à Roberval, du 16 décembre 1636, et celle des *Varia*, p. 151, à laquelle Roberval répondit le 4 avril 1637.

ce nombre peut être polygone », en suite de quoi il faudra chercher : « *Trouver un nombre qui soit polygone autant de fois et non plus qu'on voudra, et trouver le plus petit de ceux qui satisfont à la question.* »

Or cette dernière question (¹) est proposée à Frenicle en 1641 (*Varia,* p. 167). Il semble donc ressortir de cet exposé que de trente-cinq à quarante ans Fermat avait à très peu près achevé tous ses travaux importants dans la théorie des nombres et que notamment la conception et la démonstration, suffisante ou non, de l'impossibilité de l'équation $x^n + y^n = z^n$ en nombres entiers, si n est entier et plus grand que 2, sont relativement voisines du début de cette période.

VI.

La « relation » qui vient de nous servir était un extrait, fait pour Huygens par Carcavi, d'un écrit probablement envoyé par Fermat à ce dernier. Fermat y parle de Wallis : cet écrit date donc des derniers temps de sa vie. On peut, ce semble, le rattacher à la lettre à Carcavi du 9 août 1659 (*Pascal,* p. 408), où il propose de s'entendre avec Pascal pour rédiger et publier ses Traités.

(¹) Pour la question précédente, Fermat dit que le texte de Diophante est corrompu et que l'on ne peut deviner sa méthode. Celle de Bachet ne lui agrée pas : il en a bien trouvé une meilleure, mais elle ne le satisfait pas encore.

Il me semble certain que le texte grec où ce problème est abordé n'appartient pas à Diophante, qui a limité l'objet de son Livre sans l'y comprendre. C'est une addition malencontreuse dont l'auteur n'a pu aboutir à démontrer un procédé dont il ne connaissait sans doute que l'énoncé. Après une étude attentive de ce texte, je crois avoir retrouvé ce procédé, incontestablement supérieur à celui de Bachet, et qui, sans doute, n'a pas dû échapper à Fermat.

Soit P_m^n le polygone de n angles et de côté m, on a

$$2(P_m^n - 1) = (m-1)[m(n-2)+2].$$

On formera donc le nombre $A = 2(P_m^n - 1)$ et on le décomposera en facteur xy de toutes les manières possibles.

Toutes les fois que l'on aura un couple

$$xy = A,$$

tel que $y = z(x+1)+2$, en nombres entiers, le nombre $\frac{A}{2}+1$ sera polygone de $z+2$ angles et de côté $x+1$.

Cependant il doit être quelque peu antérieur à cette lettre, puisqu'il dit encore (*Henry*, p. 214) : « Je serai bien aise que les Pascal et les Roberval la cherchent (ma méthode) sur mon indication. »

Je ferai ici une remarque incidente ; cette lettre à Carcavi parle de deux Traités, le second, seul relatif à la théorie des nombres, « n'est encore qu'en idée » et Fermat n'aurait pas « le loisir de le coucher au long sur le papier ». L'autre Traité n'est pas autrement désigné, mais il est à supposer qu'il était beaucoup plus avancé et d'ailleurs relatif à la Géométrie. Il est à croire que c'est celui qui fut imprimé en 1660 à Toulouse, sans nom d'auteur, à la suite de l'Ouvrage du P. Lalouère sur la cycloïde. Ce Traité « *De linearum curvarum cum lineis rectis comparatione* » (*Varia*, p. 89) fut évidemment rédigé à l'occasion de la découverte de la rectification de la cycloïde, donnée par Wren lorsque Pascal proposa ses problèmes « sur la roulette », et il est tout naturel de penser que Fermat eût bien préféré le voir publier à côté des Traités de Dettonville plutôt qu'à côté de ceux d'un géomètre aussi médiocre que Lalouère.

Ce Traité de Fermat, qui renferme la rectification de la parabole $y^3 = px^2$, est un de ses plus importants; mais sa méthode d'invention, bien antérieure, n'a pas subi de perfectionnements notables.

Pour en revenir à la théorie des nombres, la lettre précitée à Carcavi établit nettement que Fermat n'avait pas encore rédigé les découvertes qu'il avait faites vingt ans plus tôt, et qu'il renonçait, pour ainsi dire, désormais à les rédiger seul. Son ouverture à Pascal n'ayant pas abouti et sa santé ayant bientôt sensiblement décliné, il est à peu près certain qu'il n'a jamais rien rédigé sur cette matière. C'est la conclusion à laquelle est arrivé M. Ch. Henry, qui connaissait d'ailleurs mon opinion à ce sujet, mais il y ajoute à tort (p. 33), je crois l'avoir établi : « Nous savons que des théorèmes importants ont occupé les dernières années de la vie de Fermat. »

L'époque de cette vie où le merveilleux génie d'invention du géomètre toulousain est dans toute sa plénitude d'activité peut se marquer de 1636 à 1641, entre trente-cinq et quarante ans. Après cette date, il ne poursuit guère que des applications particulières des méthodes générales et des théorèmes fondamentaux qu'il a découverts; ou bien il s'use sur des problèmes de détail, comme ses *Porismes* de Géométrie, sans plus rencontrer désormais d'idée rénovatrice et féconde.

Sa correspondance mathématique subit d'ailleurs un ralentissement singulier de 1643 à 1654, période pendant laquelle on ne connaît qu'une seule lettre datée de lui (à Carcavi, du 16 août 1650): c'est l'envoi de « sa méthode générale pour le débrouillement des asymétries », c'est-à-dire évidemment les deux petits Traités des *Varia* (p. 58-61). Mais il possédait cette méthode depuis 1638 au moins (lettre à Mersenne, du 16 décembre, *Henry*, p. 178). Quelque cause inconnue avait-elle interrompu ses travaux, ou bien, s'il restait fidèle à l'amitié qui l'unissait particulièrement à Carcavi, avait-il désormais *trouvé le tuf* chez tous ses correspondants antérieurs et dédaignait-il de les provoquer à de nouveaux efforts?

On le croirait, à le voir rentrer dans la lice, dès qu'entre en scène Blaise Pascal, et plus tard quand paraissent les mathématiciens anglais; mais, nous l'avons vu, c'est toujours avec les mêmes armes qu'autrefois, sauf en ce qui concerne les problèmes de probabilité, sujet nouveau.

Cependant, même sur ce point, si l'on étudie sa méthode fondée sur les propriétés des combinaisons et si l'on réfléchit à la date de sa découverte relative à la formation des coefficients du binôme, on peut se demander s'il n'avait pas, depuis bien longtemps déjà, remarqué ses propriétés.